

Impedancia Serie de Sistemas de Transmisión

2.1 Introducción

Uno de los elementos más comunes y extensos en los sistemas eléctricos de potencia, es la línea de transmisión, su diseño eléctrico es un estudio apasionante, en el cual se persigue adaptar sus características a los requerimientos de transmisión del sistema de potencia. Durante el diseño eléctrico de la línea de transmisión, se suelen tomar en cuenta cuatro parámetros eléctricos básicos: resistencia, inductancia, capacitancia y conductancia. El estudio de cada una de estas características eléctricas de la línea es un proceso delicado, y en donde los aspectos particulares de la línea influyen en los valores.

2.2 Diseño de Líneas de Transmisión

Fundamentalmente el diseño del sistema de transmisión, es la selección de los equipos necesarios para manejar el valor requerido de potencia con la calidad de servicio demandada por el más bajo costo global sobre el período de tiempo para el cual el servicio puede ser requerido o para la vida del equipo.

Al mismo tiempo, el sistema debe ser capaz de expansión con un mínimo cambio de los recursos existentes. El diseño de la línea considera fundamentalmente cuatro aspectos:

- *Diseño Eléctrico*: Este diseño en líneas de corriente alterna involucra los siguientes cálculos: Selección del Voltaje, Tamaño del Conductor, Regulación de la Línea, Pérdidas, Efecto Corona, Control de Voltaje, Estabilidad del Sistema, Sistema de Protección; el cual incluye: Capacidad de interruptores, Arreglo de Interruptores, Relés, Coordinación de Aislamiento, Pararrayos, Aterramiento del neutro, Aterramiento de la Subestación, Aterramiento de los cables de guarda.
- *Diseño Mecánico*: Esta etapa del estudio involucra: calculo de esfuerzos, Composición del conductor; Espaciamiento entre conductores (el mínimo espaciamiento es determinado por el diseño eléctrico), Clase y Tipo de Aislamiento, Selección de equipos para el conductor.
- *Diseño Estructural*: Esto implica: Selección del tipo de estructuras ha ser usadas, cálculos de esfuerzos, fundaciones.
- *Especificaciones Misceláneas*: Estos aspectos incluyen: Localización de la línea, adquisición del derecho de paso, localización de estructuras, Coordinación inductiva con las líneas envueltas en el trazado, Medios de Comunicación, Voltaje de Radio Influencia (*RIV: Radio Influence Voltage*) y ruido audible.

2.3 Parámetros Eléctricos de las Líneas de Transmisión Aéreas (L.T.A.)

Las líneas de transmisión son elementos que forman parte de las redes de potencia eléctrica o Sistemas de Potencia, para ser estudiadas su comportamiento se ha de utilizar un modelo simplificado en el cual se simule su comportamiento eléctrico.

Desde el punto de vista eléctrico, existen (4) cuatro parámetros básicos, que permiten modelar y simular una línea de transmisión, siendo estos factores lo que afectan la habilidad de transportar potencia de la línea de transmisión, estos son:

- Resistencia.
- Capacitancia.

- Inductancia.
- Conductancia.

Resistencia: Es el efecto más importante en las pérdidas de la línea de transmisión, es originado por la resistencia de los materiales conductores que conforman la línea de transmisión. La resistencia eléctrica de los conductores, desencadena una disipación térmica sobre los mismos como consecuencia del efecto Joule, además de una caída de tensión.

Capacitancia: Se define como la carga sobre los conductores por unidad de diferencia de potencia entre los mismos, la capacitancia es una propiedad eléctrica que surge cuando cargas eléctricas de signos opuesto se encuentran separadas por una distancia y poseen entre sí una diferencia de potencial.

La capacitancia depende de los siguientes factores:

- Distancia entre conductores.
- Dimensiones del conductor.
- Dieléctrico entre los conductores.

Es importante mencionar que el cable de guarda y la tierra influyen en forma apreciable en la capacitancia de la línea de transmisión.

Inductancia: Este parámetro permite relacionar el campo magnético originado por la corriente que transporta la línea de transmisión, mediante un modelo eléctrico sencillo, que se denomina inductancia.

Conductancia: Es el parámetro eléctrico de la línea de transmisión que toma en cuenta la corriente de fuga a través de los aislantes y los cables, debido a la posible ionización de los medios.

Las corrientes de fuga en la línea de transmisión aérea son muy pequeñas, por lo general se desprecia, por ello se suele admitir que la conductancia es nula ($G \cong 0$).

Impedancia Serie: Es la impedancia que toma en cuenta la resistencia y la reactancia inductiva uniformemente distribuida a lo largo de la línea.

Inductancia Shunt o Paralelo: Esta constituida por la inductancia y la capacitancia entre los conductores en el caso de la línea monofásica y entre uno de ellos y el conductor de neutro, para el caso de las líneas trifásicas.

Los parámetros eléctricos de las líneas de transmisión son de *tipo distribuido*, esto se refiere al hecho que no se puede realizar una representación lineal única, en que se totaliza el efecto de todo el parámetro, de hecho su influencia depende de la longitud de la línea de transmisión. Aunque los parámetros de las líneas de transmisión son del tipo distribuido, se pueden realizar simplificaciones para modelarlo por parámetros concentrados, que guardan un comportamiento lineal, se debe recordar que una resistencia utilizada en un circuito eléctrico es un parámetro concentrado, porque su efecto es único.

2.4 Conductores Utilizados en Líneas de Transmisión Aéreas

Los conductores en las líneas de transmisión son del tipo multifilar y constan de una serie de alambres conductores trenzados en forma helicoidal. La intención de que un conductor en las líneas de transmisión, sean de tipo trenzados y no un conductor único sólido, es el hecho de agregar flexibilidad mecánica al conductor, proveyendo propiedades de resistencia mecánica.

A medida que aumenta el grosor de los conductores, estos se tornan demasiados rígidos para ser manipulados con facilidad. Un conductor macizo y grueso puede dañarse al ser doblado. Por estas razones prácticas se creó el conductor *cableado*, se compone de un grupo de hilos retorcidos, pero se comporta como si fuera como un solo conductor. Visto en corte de la sección transversal, a mayor número de hilos más flexibilidad tiene el conductor. Por lo general los filamentos o alambres son del mismo diámetro y material (cobre, aluminio o acero). No obstante algunos fabricantes ofrecen conductores cableados que combinan estos materiales en distinta proporción.

Los conductores trenzados, poseen alambres cilíndricos, que son trenzados en forma helicoidal conformando capas. En general un conductor de "n" capas, de alambres, que posea un centro de conductor único, puede ser determinado el número de alambres por medio de la ecuación:

$$\begin{aligned} \#alambres &= 3n^2 - 3n + 1 \\ \#alambres &= 3(n^2 - n) + 1 \end{aligned} \quad (1)$$

siendo: n el número de capas que conforman el conductor.

Para un conductor de tipo multifilar, de conductor central único, posee una relación de alambres según el número de capas es: 7, 19, 37, 61, 91, 127,... etc.

Los conductores multifilares, pueden ser del tipo *dilatado*, cuando entre las capas de conductores se incluye papel, con la intención de aumentar el radio aparente de un conductor, sin aumentar la cantidad total de material conductor.

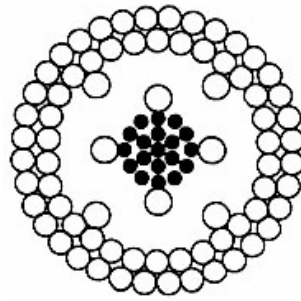


Figura 1. Conductor ACSR/AE, Aluminium Conductor, Steel Reinforced, Air Expanded

En los comienzos de la transmisión eléctrica, se utilizó el cobre como material de construcción de los conductores trenzados, pero debido a su elevado costo y peso, fue paulatinamente sustituido por el aluminio, en la actualidad es común encontrar una gran variedad de conductores de aluminio, entre los que se mencionan:

- AAC: Conductor de Aluminio (*All Aluminium Conductor*). Los conductores de aluminio Estandar 1350, son clasificados en: *Clase AA*: Para conductores desnudos usados en líneas, *Clase A*: como conductores ha ser recubiertos por materiales resistentes a la humedad, o para líneas de muy alta flexibilidad, *Clase B*: para conductores ha ser aislados con varios materiales y para conductores indicados bajo la clase A donde la flexibilidad es requerida; *Clase C*: son empleados para aplicaciones donde una gran flexibilidad es requerida; notese que la flexibilidad va de mayor a menor de la clase AA a la C.
- ACSR: Conductor de Aluminio con Aleación de Acero (*Aluminium Conductor Steel Reinforced*): Este conductor es empleado en líneas de transmisión y sistemas de distribución primaria. El ACSR ofrece el óptimo esfuerzo para el diseño de líneas. El núcleo de acero es variable de acuerdo a los diseños de esfuerzo, sacrificando la capacidad de corriente del conductor.

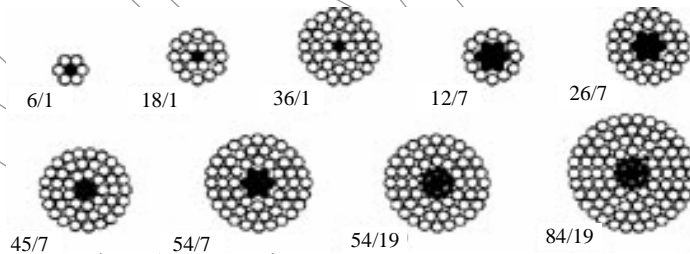


Figura 2. Estructura Típica de Conductores ACSR

- ACAR: Conductor de Aluminio con Refuerzo de Aleación (*Aluminium Conductor Alloy Reinforced*): Es usado como conductor para sistemas de distribución primaria y secundaria, posee una buena relación de esfuerzo peso, y lo hace aplicable en aplicaciones donde tanto capacidad de corriente y esfuerzos son las consideraciones primarias en el diseño de la línea.

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento sin autorización del autor. Derechos de Autor Reservados. Copyright © 2007

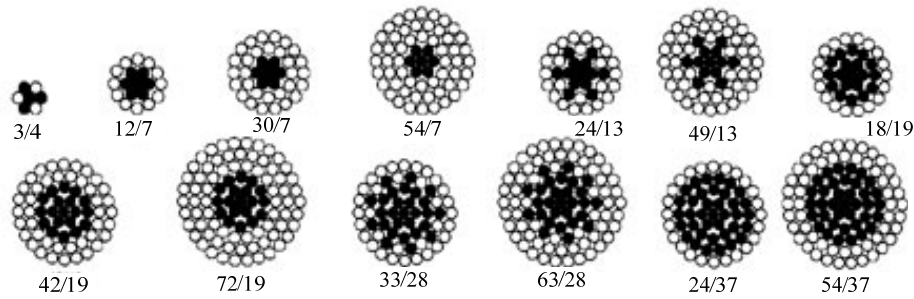


Figura 3. Estructura Típica de Conductor ACAR

En Venezuela se prefiere la utilización de conductores con base de aluminio, debido a que nuestro país es un gran productor de este mineral, pero en esencia se utiliza en las líneas de transmisión aéreas reforzado con aleación ACAR.

Los conductores trenzados, son reforzados en su parte central utilizando alambres conductores de otro material (acero, aleación), con el objetivo de aumentar su resistencia mecánica.

En distribución de energía eléctrica se suele utilizar un particular tipo de conductor denominado ARVIDAL, que corresponde a un conductor con 20% de aluminio (según el fabricante ICONEL), y en los Estados Unidos es usual utilizar el AMES hasta el ALLIANCE.

- *Cables de Aluminio (ASC o ACC):* Son conductores hechos de alambres de aluminio, de sección circular, cableados en capas concéntricas. La empresa eléctrica venezolana CADAPE, exige que sus conductores de aluminio cumplan con la norma NORVEN 533-69 y ASTM B-53. (American Society for Testing and Materials)
- *Cables de aluminio con refuerzo de acero (ACSR):* Son cables formados por un cierto número de alambres de acero galvanizado o aluminizado y una o varias capas de alambres de aluminio, todos cableados en capas concéntricas. La empresa CADAPE, emplea en sus líneas de transmisión e, ACSR, que cumpla con las normas NORVEN 531-68 y ASTM B323, B262 y B230.
- *Cables de aleación de aluminio (AAAC):* Son simplemente conductores hechos de alambres de aleación de aluminio de sección circular, cableados en capas concéntricas. En Venezuela la empresa CADAPE, utiliza el AAAC de aleación de aluminio 6201 con normas NORVEN 557-71 y ASTM B399.
- *Cables de alambres de aluminio y de aleación de aluminio (ACAR):* Son conductores formados por la combinación de alambres de aluminio y alambres de aluminio 6201 trenzados. En Venezuela, CADAPE admite la norma ASM B524.

2.5 Calibre de los Conductores Utilizados en Líneas de Transmisión Aéreas

Para especificar un conductor trenzado multifilar, se suele utilizar su calibre como punto de partida, se entiende por calibre, el área de la sección transversal, o cualquier parámetro que la defina (radio o diámetro). Existen dos sistemas internacionalmente aceptados, para definir el calibre de los conductores, estos son:

- Sistema AWG
- Sistema MCM

El sistema AWG, proviene de las iniciales inglesas de *American Wire Gage*, en este sistema los calibres de los conductores son definidos por una escala numérica, que cumple con que la relación entre los números sucesivos de calibres es constante, entonces obedece a una progresión geométrica (cuya razón es 1.2610).

En el sistema AWG, mientras mayor es el número del conductor, menor es su diámetro, en este sistema existen definidos cuarenta (40) calibres diferentes, partiendo del número 36 (diámetro de 0.005 pulgadas) hasta llegar al calibre 0, 2/0, 3/0 y 4/0 (diámetro de 0.46 pulgada).

Tabla 1. Características Físicas Típicas de Conductores desnudos

Tamaño AWG	Sección mm^2	Diámetro mm	Kg/Km	
			Cobre	Aluminio
36	0.0127	0.127	0.1126	
30	0.0507	0.254	0.4505	
24	0.205	0.511	1.820	
16	1.31	1.29	11.63	3.53
14	2.08	1.63	18.51	5.63
12	3.31	2.05	29.41	4.94
10	5.261	2.588	46.77	14.22
8	8.367	3.264	74.38	22.62
2	33.62	6.543	298.9	90.89
1	42.41	7.7348	377	114.6
1/0	53.49	8.252	475.5	144.6
4/0	107.2	11.68	953.2	289.8

Fuente : Tabla de Alambres y Conductores Sólidos. Industria Venezolana de Cables Eléctricos. CABEL.

La clasificación de los conductores AWG, resulta bastante acertada para los conductores de aplicación general, residencial e industrial, pero en la transmisión de grandes bloques de energía, en los sistemas de potencia, el calibre de los conductores superó los valores establecidos por la AWG, siendo necesario implementar un sistema que admitiera calibres mayores, y es donde nace el concepto de *MILS*.

Un *mils* es una unidad de longitud inglesa, que se define como la milésima parte de una pulgada.

$$1\text{mil} = \frac{1}{1000} \text{pulgada} = 0.001 \text{pulgada}$$

En función de esta unidad de longitud se puede definir el área de la sección transversal que especifican los conductores, por lo que se adopta el *circular mil*, que corresponde al área de una circunferencia cuyo diámetro es un mil (1/1000 pulg.).

$$A_{cmil} = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$A_{cmil} = \frac{\pi(0.001 \text{ pulgada})^2}{4}$$

$$1\text{cm} = 0.00000007854 \text{ pulg}^2$$

Entonces debe ser bien comprendido que un *circular mil* es una unidad de área que relaciona el calibre del conductor con su área.

El circular mil es utilizado para especificar alambres sólidos y conductores trenzados, tiene la especial ventaja que las secciones especificadas guardan relación directa su el diámetro.

Si se desea conocer el área de un conductor, siendo conocido su diámetro (d) en pulgadas, solo se debe operar por:

$$A[\text{cmil}] = 1000000d^2$$

donde: d es expresado en pulgadas

Se puede realizar un equivalente entre las unidades inglesas y las americanas:

$$1\text{cmil} = 0.0000507 \text{mm}^2$$

Los conductores que transmiten grandes bloques de potencia, requieren de secciones transversales grandes, por lo que el *cmil* es una unidad muy reducida para la definición cotidiana de conductores, en ves de esta se ha definido el *mcmil*, que corresponde a mil *cmil*.

$$1\text{mcmil} = 1000\text{cmil} = 1\text{mcm}$$

El menor calibre definido en el sistema de circular mils es de 250 *mcm*, siendo crecientes los calibres en pasos de 50 *mcm*.

Tabla 2. Características Físicas de Conductores

Tamaño MCM	Sección mm ²	Diámetro mm	Kg./Km. Aluminio
250	127	12.7	342.4
300	152	13.91	410.9
350	177	15.03	479.4
400	203	16.07	547.9
450	228	17.04	616.3
500	253	17.96	684.8

Fuente : Tabla de Alambres y Conductores Sólidos. Industria Venezolana de Cables Eléctricos. CABEL

En Venezuela como se ha indicado, el conductor utilizado es del tipo ACAR, distinguiéndose los calibres para conductores de fase, típicos que se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Calibre de Conductores de Fase típico en Líneas de Transmisión venezolanas

Voltaje de Operación	Calibre del Conductor Típico
115	1f x 500 MCM
230	1f x 1100 MCM
400	2f x 1100 MCM
765	4xf 1100 MCM

La indicación f, representa el número de conductores por fase, se debe mencionar que estos calibres presentados son promedios, en cada caso particular el calibre depende de la capacidad de transporte de la línea.

Los conductores multifilares, de alambres de distintos materiales suelen especificarse la cantidad de conductores de un material y de otro.

Por ejemplo, cuando se especifica un conductor *BlueBird*, se conoce que es de aluminio reforzado con acero de 2156 mcm, donde posee 4 capas de aluminio y 84 conductores son de este material y 19 son de acero, para abreviar esta nomenclatura, se suele utilizar la notación:

BlueBird, ACSR 2156 mcm 84/19

Notase que la indicación 84/19, representa el número de conductores de aluminio y de acero respectivamente.

Los conductores trenzados de aluminio con refuerzo de acero, suelen especificarse la proporción de un material y otro, mediante la nomenclatura Num Aluminio/ Num de Acero.

2.6 Fabricantes de Conductores en Venezuela

En Venezuela existe una gran cantidad de empresas dedicadas a la fabricación de conductores desnudos y aislados, pero las de mayor importancia y renombre en la fabricación de conductores desnudos para líneas de transmisión son:

- CABEL, Maracay, Edo. Aragua.
- ICONEL, Valencia, Edo. Carabobo.
- CABELUM, Ciudad Bolívar, Estado Bolívar.
- SURAL, Puerto Ordaz, Estado Bolívar.


Las tres últimas empresas fabrican el mismo tipo de conductor: ACAR y Aluminio Reforzado, fabricándolos en un margen de calibres que dependen de la tensión: 350 a 500 MCM para líneas a 115 KV y 1100 MCM para líneas de 230 y 400 kV.

Venezuela un importante productor de aluminio, y por lo cual su costo de ventas es relativamente bajo comparado con otros países, es así, que el ACAR es vendido a un promedio de 1000 Bs. por Kilogramo (1994), siendo importante notar que el ACAR de 350 MCM pesa 0.5 Kg. /m y el ACAR de 1100 MCM pasa 1.5 Kg. por metro.

La empresa Venezolana CADAPE ha normalizado para las líneas de 115 KV, el conductor ACAR 350 MCM y 500 MCM, mientras que para 230 y 400 KV se utiliza el ACAR 1100 MCM. Anterior a esta normalización, se empleaba el AAAC 927.2 MCM y el ACSR Drake 795 MCM, todavía quedan algunas líneas de transmisión con conductor AAAC Arvidal 4/0 para 115 KV, en el vano Villa de Cura - San Juan de los Morros.

La empresa CADAPE, utiliza el cable de guarda para protección de las líneas de transmisión, más no para realizar las comunicaciones, dicho cable está aterrado directamente en las torres de modo tal que las descargas eléctricas atmosféricas recibidas sean conducidas a tierra rápidamente. Es importante mencionar, que otras empresas como EDELCA, utilizan como cable de guarda Alumoweld, empleado para protección y al mismo tiempo para comunicaciones de la empresa.

Tabla 4. Conductores Empleados Típicamente por la empresa CADAPE



Capacidad de Carga para Conductores en Amperios

<i>Tipo</i>	<i>Código</i>	<i>Calibre</i>	<i>Trenzado</i>	<i>Capacidad</i>	<i>Uso/KV</i>
ACSR	Penguin	4/0	6/1	365	D-13.8
ACSR	Pantridge	266.8	26/7	455	LT-115
ACSR	Linnet	336.4	26/7	530	LT-115
ACSR	Drake	795	26/7	910	LT-230
AAAC	Arvidal	4/0	7	395	D-13.8
AAAC	Canton	394.5	19	530	LT-115
AAAC	Greely	927.2	37	900	LT-230
AAC	Oxlip	4/0	7	380	Barras Aéreas S/E
AAC	Tulip	336.4	19	510	Barras Aéreas S/E
AAC	Orchid	636	37	760	Barras Aéreas S/E
ACAR		350	12/7	543	LT-115
ACAR		500	12/7	637	LT-115
ACAR		1100	30/7	1090	LT-400

Por ser utilizados para las comunicaciones, aunque es un cable desnudo, está aislado en los puntos de contacto con las torres, pero si de sucedieran descargas atmosféricas, dicho dispositivo aislante esta en capacidad de permitir el paso de la descarga a tierra de inmediato.

La división de transmisión de la empresa CADAPE, tiene normalizado en tablas los conductores permitidos y su uso en los sistemas de potencia.

Nota: Especial agradecimiento a las personas de la División de Transmisión de CADAPE, en la persona del *Ing. Batista Tonelli*.

2.7 Resistencia Eléctrica en Líneas de Transmisión Aéreas

La resistencia eléctrica es la propiedad de los materiales de oponerse al paso de la corriente eléctrica. En los sistemas de transmisión eléctrica, la resistencia se transforma en un factor a eliminar y erradicar, debido a que la resistencia eléctrica se transforma en la causa principal de pérdidas de la energía transmitida. Como es conocido, la resistividad eléctrica es una particularidad de cada material pese a que se utilicen los mejores conductores que económicamente sean aceptables, aun existe la resistencia que ocasiona pérdidas en la transmisión, pero para tratar de disminuir las pérdidas por efecto Joule en la resistencia de los conductores, se han elevado los niveles de tensión de transmisión, con el objetivo de reducir apreciablemente la corriente que circula por la línea para un mismo valor de potencia a transmitir. Hasta el futuro cercano, con el advenimiento de los superconductores, la resistencia eléctrica es un factor preponderante a tomar en cuenta en la transmisión eléctrica.

Como se ha mencionado, la conducción eléctrica se ve afectada por una serie de fenómenos que provocan la distribución no uniforme de la corriente en el conductor (efecto piel, proximidad, etc.), modificando el

valor de la resistencia eléctrica; por esto en el estudio de las líneas de transmisión aéreas se suelen distinguir dos (2) tipos de resistencias eléctricas:

- Resistencia de Corriente Continua (R_{dc}).
- Resistencia de Corriente Alterna (R_{ac}).

2.7.1. Resistencia Eléctrica de Corriente Continua (R_{dc})

La resistencia eléctrica es una propiedad de los cuerpos que depende de los materiales además de la geometría del mismo. En el caso de la corriente continua se logra una distribución uniforme de la corriente en la sección transversal de conductor, lo que permite la máxima conducción a través del material.

La resistencia en corriente continua (R_{dc}) de un cuerpo puede ser estimada por la ecuación:

$$R_{dc} = \rho \frac{L}{A} \quad (2)$$

donde :

ρ : Resistividad del conductor.

L : Longitud del conductor.

A : Área de la sección transversal.

De la ecuación anterior se evidencia que la resistencia depende la de la geometría (largo, área) y el tipo de material conductor (resistividad).

El cobre es una del material conductor utilizados con mayor frecuencia en la construcción de conductores, debido a su alta conductividad, para el caso del cobre recocido se asume una conductividad ideal del 100 %, en el caso del cobre comercial estirado en frío su conductividad es del 97.3%, y en el caso del aluminio de del 61%. El cobre es un material muy utilizado en países productores del mismo como Chile, etc., en el caso de Venezuela el cobre resulta muy costoso, que ahondado a su gran peso, resulta más conveniente el uso del aluminio.

Tabla 5. Resistividad Eléctrica de los Materiales

<i>Material</i>	<i>Resistividad</i>
Cobre Estirado en Frío	10.66 Ω mil/pies 1.77 x 10 ⁻⁸ Ω . m
Aluminio	17.00 Ω mil/pies 2.83 x 10 ⁻⁸ Ω .m

Los valores de resistividad de esta tabla están referidas a una temperatura de 20° Celcius, porque como se explicara en lo siguiente, la temperatura modifica la resistividad de los materiales.

La ecuación de resistencia eléctrica antes expresada, solo es válida para conductores de tipo sólido, pero en la realidad los conductores están constituidos por alambres de tipo sólido que se trenzan en forma helicoidal para conformar conductores multifilares, pero debido al trenzado, los conductores de este tipo poseen mayor longitud que la aparente, resultando una resistencia mayor. Para una milla de conductor multifilar trenzado, se estima que todos los hilos excepto el central tienen que recorrer por el trenzado una milla más.

Debido a la diferencia de longitudes de los distintos alambres de un conductor trenzado, el valor calculado por la ecuación de resistencia de corriente continua falla, lo que se suele utilizar es un factor de corrección:

- Conductor Trifilar: $R_{dc} + 1\%$
- Conductor Trenzado: $R_{dc} + 2\%$

Es importante mencionar que en el caso de conductores compuestos de alambres de distintos materiales el calculo de la resistencia total debe ser llevada a cabo de manera diferente, en ocasiones el fabricante entrega el valor de dichos conductores.

2.7.2. Variación de la Resistencia Eléctrica de los Conductores con la Temperatura

Experimentalmente se ha demostrado que la variación de la resistencia en función de la temperatura, corresponde a una relación lineal, esto para márgenes aceptables de operación.

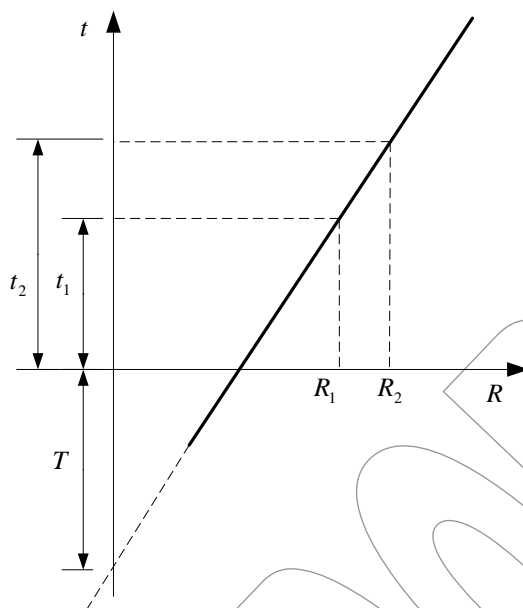


Figura 4. Relación Resistencia versus Temperatura

Basado en experiencias de laboratorio, se han elaborado gráficas del comportamiento de la resistencia ante variaciones de la temperatura para un mismo material, describiéndose el comportamiento a través de la recta:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{(T + t_2)}{(T + t_1)} \tag{3}$$

donde : R_2 y R_1 son las resistencias a las temperaturas t_2 y t_1 respectivamente.

El parámetro T, es un valor constante que depende del material, obtenido del hecho de extrapolar el valor de la resistencia hasta una temperatura de cero grados Celcius.

Tabla 6. Constante de Temperatura T

Material	T
Cobre Recocido	234.5
Cobre Estirado en Frío	241
Aluminio Estirado en Frío	228

Esta ecuación es igualmente válida para conductores trenzados de materiales diferentes.

2.7.3. Resistencia Eléctrica de Corriente Alterna (R_{ac})

La resistencia de corriente alterna (R_{ac}) se diferencia de su homóloga la de corriente continua (R_{dc}), en el hecho que la primera considera la distribución no uniforme de la corriente a lo largo de la sección transversal de conductor, como consecuencia de los fenómenos que se hacen presente al trabajar con corriente alterna. Los valores de resistencia de corriente alterna, se apoyan en considerar la acción del fenómeno piel (*Skin Effect*) el cual indica que en los conductores con sección transversal circular, aumenta la densidad de corriente del interior al exterior, sin embargo en conductores de radio suficientemente grande, se pueden presentar densidades de corriente oscilante a lo largo del radio. Los estudios de la resistencia de corriente alterna en conductores, pueden ser un trabajo profundo, los fabricantes suelen realizar pruebas a sus productos, suministrando esta información en forma tabulada. Los incrementos en la resistencia debidos al efecto piel se puede calcular para alambres circulares y tubos de conductores sólidos con la curvas R/R_0 disponibles para los distintos tipos de conductores.

2.7.4. Valores Tabulados de Resistencia Eléctrica de Conductores

Aunque existen métodos analíticos para calcular los valores de resistencia de corriente alterna para los distintos tipos de conductores y materiales y su posible variación con la temperatura, la mayoría de los

fabricantes suministran junto a su producto una cantidad de tablas donde se incluyen los posibles valores de resistencias en corriente continua y alterna para ciertas temperaturas.

Por ejemplo, supóngase un conductor de ACSR del tipo Pheasant, constituido por 3 capas de aluminio 54/19, con una resistencia 0.0135Ω por 1000 pies a una temperatura de 20 Celcius, una resistencia de corriente alterna de 0.0762Ω milla a la misma temperatura o 0.0821 a 50 grados centígrados.

La resistencia de corriente continua puede ser calculada por:

$$R_{dc} = 0.0135 \Omega/1000 \text{ pies} \times 5279.99 \text{ pies} / \text{ milla}$$

$$R_{dc} = 0.712799 \Omega/\text{milla}$$

a 20° centígrados.

$$R_{ac} = 0.0762 \Omega.\text{milla}$$

la relación:

$$R_{ac} / R_{dc} = 0.0762 / 0.712799$$

$$R_{ac}/R_{dc} = 1.069023$$

El efecto piel causa un aumento de la resistencia de 6.9023%

2.8 Definición de Inductancia

En el año de 1831, el físico inglés Michael Faraday, postulo a partir de resultados experimentales una de las leyes más importantes del electromagnetismo y que lleva su nombre, Ley de inducción de Faraday. La mencionada ley establece que la fuerza electromotriz inducida es igual a la rapidez de cambio del flujo de campo magnético a través del circuito excepto por un signo negativo:

$$V = -\frac{d\Psi}{dt} \quad (4)$$

siendo : Ψ el número de enlaces de flujo número de líneas de inducción del circuito [Weber - Vueltas]. Para obtener el número total de enlaces de flujo se suma todos los productos de las líneas de campo por el número de vueltas que enlazan. Experimentos han demostrado que en un circuito magnético, si la corriente cambia el flujo de campo magnético representado por las líneas de campo. Asumiendo la permeabilidad del medio en que actúa el campo magnético es constante, entonces bajo esta circunstancia, el número de enlaces de flujo de campo es directamente proporcional a la corriente, siendo la constante de proporcionalidad conocida con el nombre de inductancia (L):

$$\Psi = Li \quad (5)$$

entonces la fuerza electromotriz inducida, es proporcional a rapidez de cambio de la corriente, siendo la constante de proporcionalidad la inductancia del circuito, pudiéndose escribir:

$$V = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d(Li)}{dt}$$

si el número de líneas de enlace de flujo varía linealmente con la corriente, suponiendo un medio de permeabilidad constante, entonces la inductancia (L) puede salir de la derivada.

$$V = L \frac{di}{dt} \quad (6)$$

siendo :

L : La inductancia o coeficiente de autoinducción. La unidad de la inductancia lleva el nombre del científico americano Joseph Henry, quien desarrolló estudios paralelos a los de Michael Faraday.

Por circuitos eléctricos se conoce que la caída de tensión debida a una inductancia puede ser escrita por:

$$V = j\omega LI = j\omega\Psi \quad (7)$$

El flujo de campo magnético es posible que circule por dos (2) circuitos, empleándose el concepto de inductancia mutua en este caso:

$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{I_2} \quad (8)$$

el fasor caída de voltaje en el circuito 1 originado por los enlaces de flujo del circuito 2 puede ser escrito como:

$$V_1 = j\omega M_{12} I_2 = j\omega\Psi_{12} \quad (9)$$

La inductancia mutua es muy importante para determinar la influencia de las líneas de transmisión sobre las líneas telefónicas, estructuras metálicas, etc., además de estudiar al acoplamiento entre líneas de transmisión paralelas.

2.8.1. Campo Magnético de un Conductor Infinitamente Largo

Imagínese un conductor cilíndrico de longitud infinita y radio R ($R > 0$), por medio del cual circula una cierta corriente I_0 .

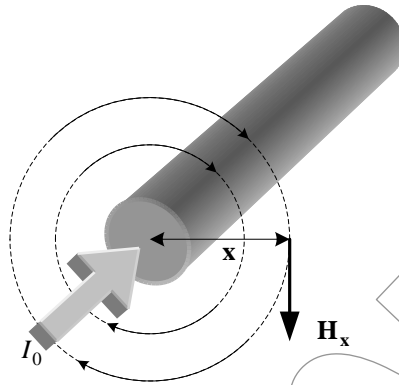


Figura 5. Campo magnético alrededor de un alambre cilíndrico atravesado por corriente

Como es conocido desde los experimentos de *Hans Christian Oersted* (1777-1851), cuando por un conductor circula una corriente, en el espacio alrededor del conductor se engendra un cierto campo magnético, que depende de la magnitud y dirección de la corriente. Experimentos posteriores llevados a cabo por el francés *André Marie Ampere* (1775-1836), concluyen que el campo magnético en torno de un conductor por donde circula corriente, depende directamente de la magnitud de la corriente e inversamente proporcional a la distancia; de manera que a puntos muy cercanos al conductor la intensidad del campo magnético es elevada, disminuyendo a medida que se aleja de él.

En el caso de distribución uniforme de corriente a lo largo de la sección transversal del conductor, como lo que resulta de la corriente continua, entonces se puede hablar de dos flujos de campo magnético, uno externo y uno interno.

2.8.2. Inductancia de un conductor debido al flujo interno

Imagínese un cierto conductor cilíndrico macizo de radio R ($R > 0$) e infinitamente largo, colocado en el espacio a una distancia muy grande respecto a tierra, o cualquier otra fuente de campo magnético (con el fin de evitar el efecto proximidad). Supóngase que por dicho conductor se transporta una corriente constante positiva I_0 . Se supone que el conductor de retorno de dicha corriente se encuentra tan alejado que no influye su campo magnético de este conductor en el de estudio.

Si se imagina que la corriente entra al conductor, entonces el sentido de las líneas de campo puede ser establecido por la regla de la mano derecha, resultando que el campo se encuentra en el sentido horario.

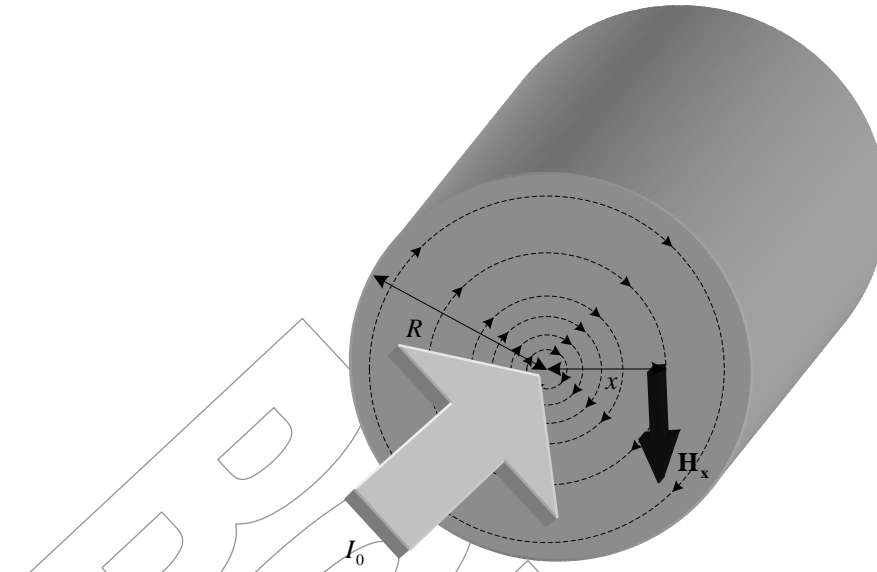


Figura 6. Campo Magnético Interno de un Conductor atravesado por Corriente

Si se desea estimar el campo magnético dentro del conductor, se puede aplicar la Ley de Ampere:

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = I_0 \quad (10)$$

Siendo \mathbf{H} : la intensidad del campo magnético y $d\mathbf{L}$ un diferencial de longitud, el cual se escoge sobre una trayectoria de integración, que por conveniencia se escoge sobre una de las líneas de campo. Como es conocido las líneas de campo dentro de un conductor cilíndrico, son circunferencias concéntricas de radios crecientes. Supóngase que se desea la magnitud del campo magnético en un punto "x" a una distancia x ($x > 0$).

$$\oint_L \mathbf{H}_x \cdot d\mathbf{L} = I_x \quad (11)$$

En esta situación el campo magnético \mathbf{H}_x y el diferencial de longitud $d\mathbf{L}$, son paralelos, por lo cual luego del desarrollo del producto escalar de los dos vectores resulta.

$$|\mathbf{H}_x| \int |d\mathbf{L}| = I_x \quad (12)$$

El campo magnético puede salir de la integral debido a que su magnitud es constante a lo largo de la trayectoria de integración, resultando finalmente:

$$|\mathbf{H}_x| = \frac{xI_0}{2\pi R^2} \quad (13)$$

para $0 < x < R$.

El valor de la densidad de campo magnético a una distancia x del centro del conductor puede ser expresado por:

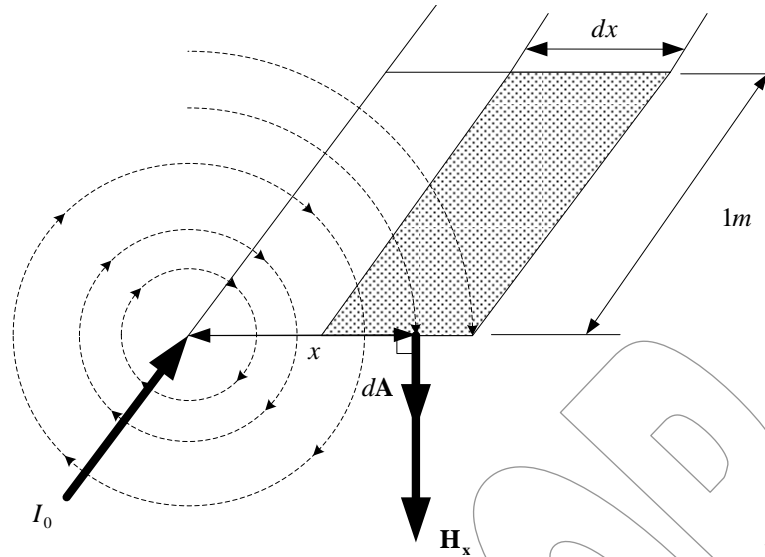
$$\mathbf{B}_x = \mu \mathbf{H}_x \quad (14)$$

$$|\mathbf{B}_x| = \frac{\mu x I_0}{2\pi R^2} \quad (13)$$

en [Weber/m²], siendo la permeabilidad: $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$

Supóngase que se selecciona una cierta sección transversal del conductor de longitud 1m, de manera que se desea estimar el valor del flujo de campo magnético que atraviesa dicha sección:

$$\phi_B = \oint_S \mathbf{B}_x \cdot d\mathbf{A} \quad (14)$$



Si se escoge un diferencial de área de espesor dx , a una posición x medida desde el centro del conductor, pero con una longitud de 1m, entonces resulta:

$$|dA| = dx \tag{15}$$

$$d\phi_b = \frac{\mu x I_0 dx}{2\pi R^2} \tag{16}$$

en [Weber/m]

Si se considera el flujo concatenado, por metro de longitud, producidos por el flujo del elemento tubular son el producto del flujo por metro de longitud por la fracción de corriente enlazada.

$$d\Psi = \frac{\pi x^2}{\pi R^2} d\phi_b = \frac{\mu x^3 I_0 dx}{2\pi R^4}$$

en [Weber-Vueltas/m]

Finalmente para obtener los enlaces de flujo totales dentro del conductor, se puede integrar desde el centro del conductor ($x = 0$), hasta el extremo exterior ($x = R$), resultado:

$$\Psi_{int} = \frac{\mu I_0}{2\pi R^4} \int_{x=0}^{x=R} x^3 dx \tag{17}$$

en [Weber-Vueltas/m]

$$\Psi_{int} = \frac{\mu I_0}{8\pi} \text{ en [Weber-Vueltas/m]} \tag{18}$$

si se considera que $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ y $\mu_r = 1$, entonces sustituyendo se tiene:

$$\Psi_{int} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} I_0 \tag{19}$$

finalmente utilizando el concepto de inductancia resulta que:

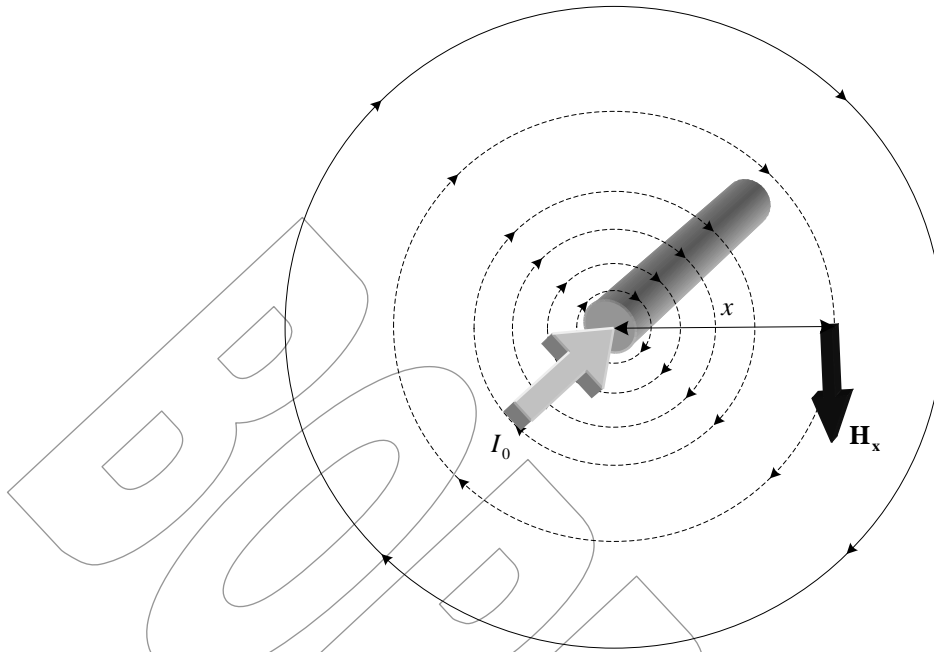
$$L_{int} = \frac{\Psi_{int}}{I_0}$$

$$L_{int} = \frac{1}{2} 10^{-7} \text{ [Hy/m]} \tag{20}$$

2.9 Enlaces de Flujo entre Dos Puntos Externos a Un Conductor Aislado

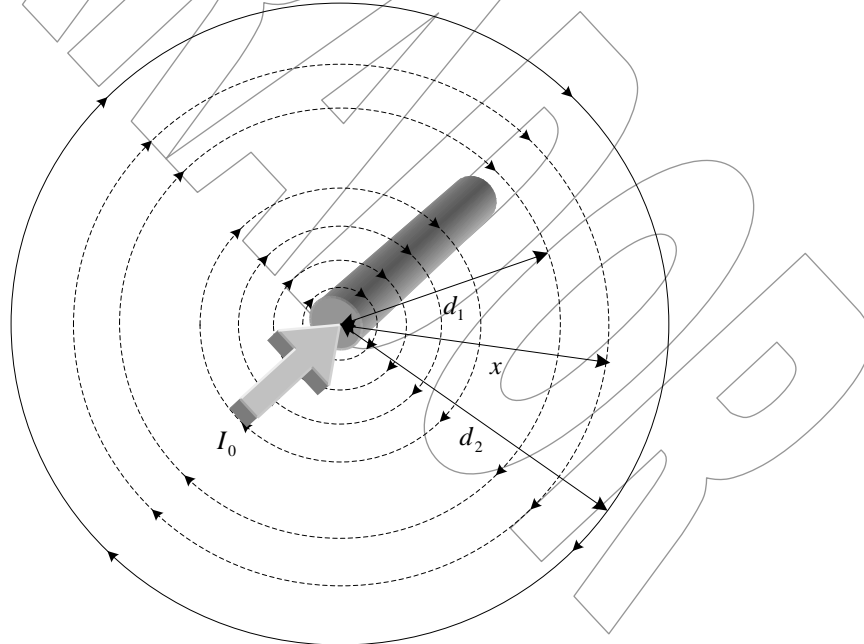
Imagínese un cierto conductor cilíndrico macizo de radio R ($R > 0$) e infinitamente largo, colocado en el espacio a una distancia muy grande respecto a tierra, o cualquier otra fuente de campo magnético (con el fin

de evitar el efecto proximidad). Supóngase que por dicho conductor se transporta una corriente constante positiva I_0 . Se supone que el conductor de retorno de dicha corriente se encuentra tan alejado que no influye su campo magnético de este conductor en el de estudio.



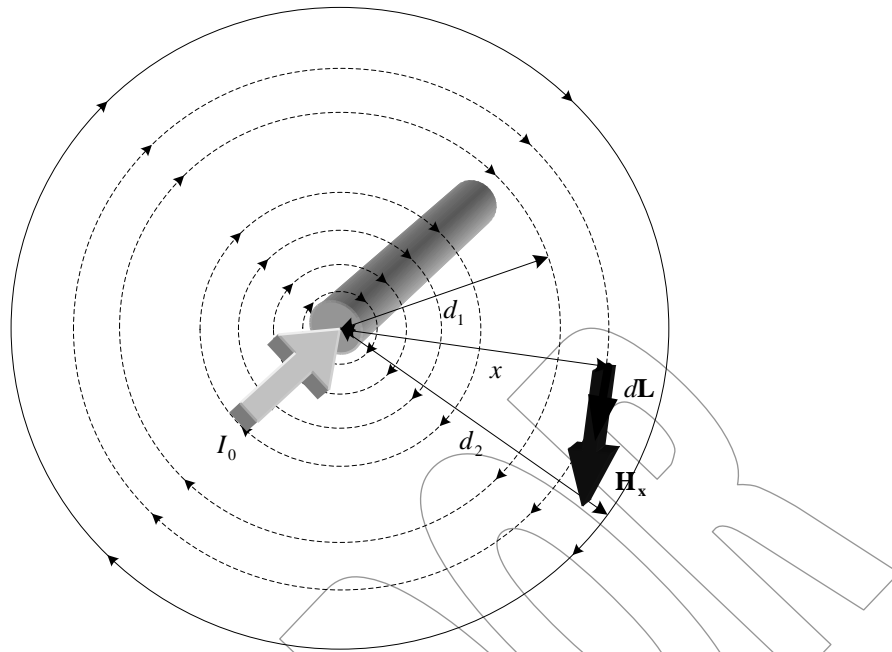
Si se imagina que la corriente entra al conductor, entonces el sentido de las líneas de campo puede ser establecido por la regla de la mano derecha, resultando que el campo se encuentra en el sentido horario.

Ahora imagínese dos (2) puntos externos al conductor, tal que se encuentran a distancias d_1 y d_2 , medidas desde el centro del conductor, siendo $d_2 > d_1$.



Como es conocido las líneas de campo en puntos externos de un conductor cilíndrico, son circunferencias concéntricas de radios crecientes. Supóngase que se desea la magnitud del campo magnético en un punto x a una distancia x ($d_1 < x < d_2$), entonces aplicando la Ley de Ampere resulta:

$$\oint_L \mathbf{H}_x \cdot d\mathbf{L} = I_x \quad (11)$$



En esta situación el campo magnético H_x y el diferencial de longitud dL , son paralelos, por lo cual luego del desarrollo del producto escalar de los dos vectores resulta.

$$|H_x| \int |dL| = I_x \tag{12}$$

El campo magnético puede salir de la integral debido a que su magnitud es constante a lo largo de la trayectoria de integración, resultando finalmente:

$$|H_x| = \frac{I_0}{2\pi x} \tag{21}$$

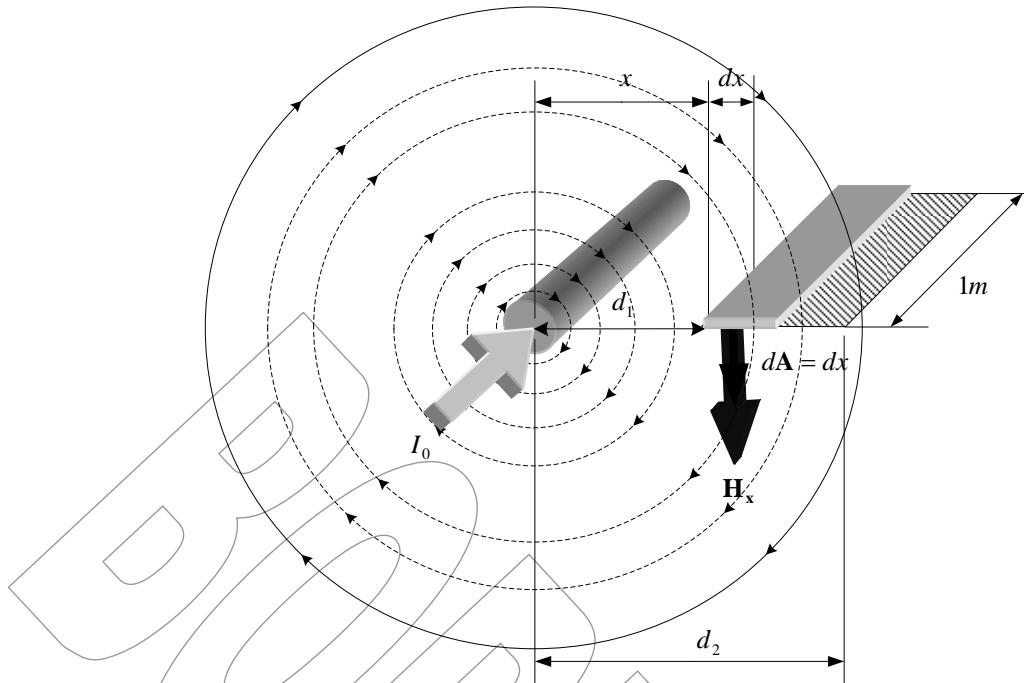
donde: $x > R$.

El valor de la densidad de campo magnético a una distancia x del centro del conductor puede ser expresado por:

$$B_x = \mu H_x \tag{14}$$

$$|B_x| = \frac{\mu I_0}{2\pi x} \text{ para } x > R \tag{22}$$

Si se escoge un diferencial de área de espesor dx , a una posición x medida desde el centro del conductor, pero con una longitud de $1m$, entonces resulta:



$$|d\mathbf{A}| = dx \quad (15)$$

$$d\phi_b = \frac{\mu I_0 dx}{2\pi x} \text{ [Weber/m]} \quad (23)$$

Los enlaces de flujo $d\psi$, son numéricamente iguales al flujo $d\phi$, puesto que el flujo exterior al conductor enlaza toda la corriente de; conductor tan solo una vez;

$$d\Psi = \frac{\mu I_0 dx}{2\pi x} \text{ [Weber-Vueltas/m]} \quad (24)$$

entonces los enlaces de flujo totales entre el punto 1 y 2, se obtienen integrado el diferencial de flujo $d\Psi$ concatenado desde $x = d_1$ a $x = d_2$.

$$\Psi_{ext} = \mu I_0 \int_{x=d_1}^{x=d_2} \frac{dx}{x} \quad (25)$$

en [Weber-Vueltas/m]

Sustituyendo la definición de permeabilidad y evaluando la integral resulta:

$$\Psi_{ext} = 2 \cdot 10^{-7} I_0 \text{Ln} \left(\frac{d_2}{d_1} \right) \quad (25)$$

recurriendo a la definición de inductancia resulta :

$$L_{ext} = \frac{\Psi_{ext}}{I_0} \quad (26)$$

$$L_{ext} = 2 \cdot 10^{-7} \text{Ln} \left(\frac{d_2}{d_1} \right) \text{ [Hy/m]} \quad (27)$$

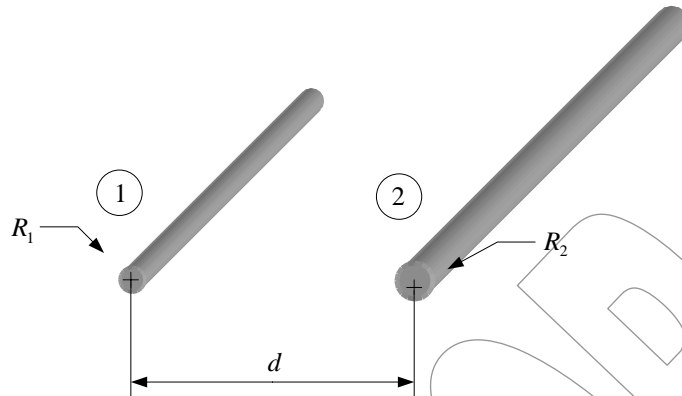
Utilizando la definición de logaritmo base diez:

$$L_{ext} = 0.7411 \text{Log}_{10} \left(\frac{d_2}{d_1} \right) \text{ [mHy/milla]} \quad (28)$$

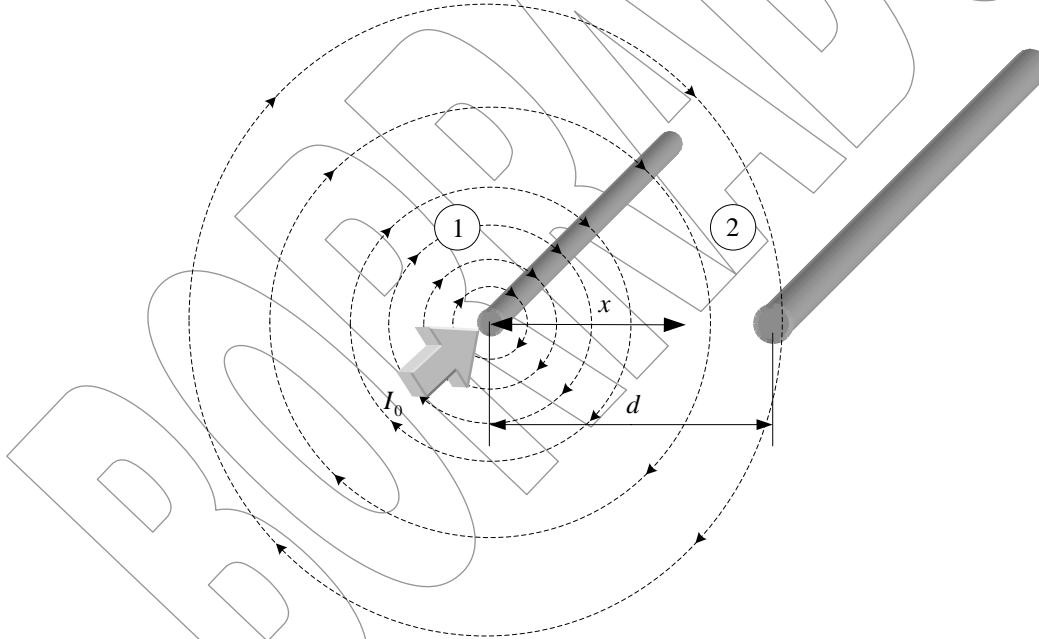
2.10 Inductancia de una Línea Bifilar Monofásica

Imaginase dos (2) conductores cilíndricos macizos de longitud infinita, y de radios R_1 y R_2 , que se encuentran dispuestos paralelamente en el mismo plano, separados una distancia fija d ($d > 0$). Supóngase que por cada uno de ellos se transporta una corriente constante positiva I_0 , pero en direcciones opuestas.

Supóngase que los conductores se encuentran suspendidos a una distancia muy grande de tierra o de cualquier fuente de campo magnético, y que son rectos, son se considera el elongamiento producto del peso del conductor. A la configuración de dos (2) conductores antes descrita recibe el nombre de línea bifilar monofásica.



Imagínese por un instante que se quiere determinar los enlaces de flujo debido a la corriente que circula por el conductor "1". Suponga una línea de campo circular con centro en el conductor "1" y de radio mayor a $d+R_2$, en este caso la línea de campo no enlaza circuito con corriente (debido a que las corrientes se anulan al circular en sentido contrario), por lo que la ley de Ampere permite predecir que dicha línea de campo no induce una FEM. Considérese una línea de campo circular centrada en el conductor "1", pero con un radio mayor a R_1 y menor a $d-R_2$, esta línea de campo enlaza toda la corriente que circula por el conductor "1". Si por el contrario se toma una línea de campo dentro del conductor recto cilíndrico, que varía de radio entre 0 y R_1 , entonces enlazará una corriente entre 0 y I_0 .



Por lo general, ocurre que la distancia que separa los conductores, es mucho mayor que los radios de los conductores, ($d \gg R_1$ y $d \gg R_2$), entonces se puede suponer que la densidad de flujo a través de los conductores es aproximadamente constante.

Ante la suposición que la separación de los conductores es mucho mayor que los radios, entonces se puede suponer que toda línea de flujo exterior al conductor "1" hasta una distancia igual a d , enlaza una corriente igual a I_0 , mientras que un línea de campo de radio mayor a d , enlaza una corriente nula.

Supóngase que el conductor "1" posee una inductancia L_1 , constituida por la inductancia propia L_{1int} producida por los enlaces de flujo internos del conductor, y una inductancia externa L_{1ext} producida por los enlaces de flujo entre el exterior del conductor "1" hasta una distancia d .

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento sin autorización del autor. Derechos de Autor Reservados. Copyright © 2007

$$L_1 = L_{1int} + L_{1ext} \quad (29)$$

Realizando las sustituciones de (20) y (27):

$$L_{1int} = \frac{1}{2} 10^{-7} \text{ [Hy/m]} \quad (20)$$

$$L_{1ext} = 2 \cdot 10^{-7} \text{Ln} \left(\frac{d_2}{d_1} \right) \text{ [Hy/m]} \quad (27)$$

Resulta:

$$L_1 = \frac{1}{2} 10^{-7} + 2 \cdot 10^{-7} \text{Ln} \left(\frac{d}{R_1} \right)$$

$$L_1 = \left(\frac{1}{2} + 2 \text{Ln} \left(\frac{d}{R_1} \right) \right) 10^{-7}$$

$$L_1 = 2 \cdot 10^{-7} \left(\frac{1}{4} + \text{Ln} \left(\frac{d}{R_1} \right) \right)$$

$$L_1 = 2 \cdot 10^{-7} \left(\text{Ln} \left(e^{\frac{1}{4}} \right) + \text{Ln} \left(\frac{d}{R_1} \right) \right)$$

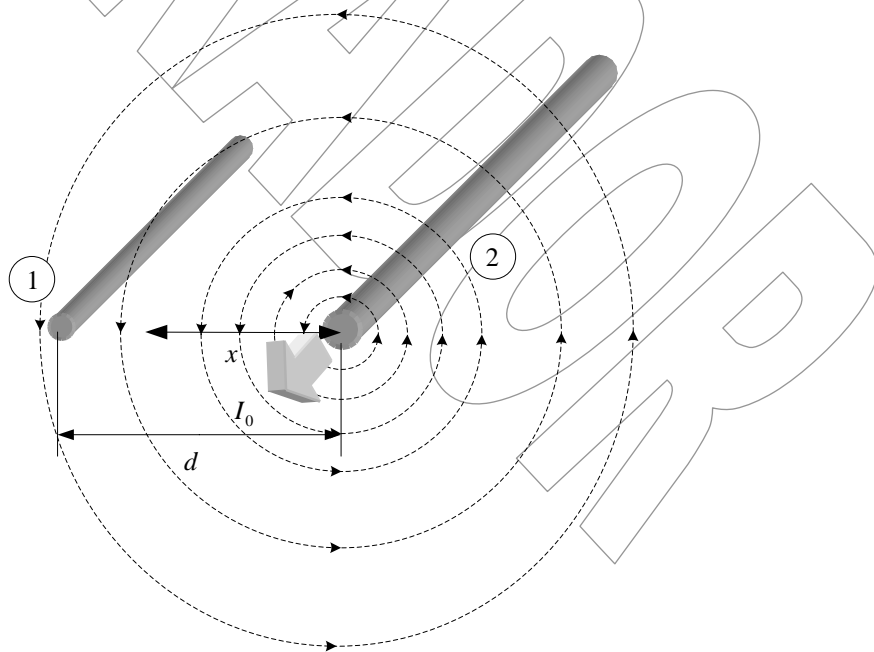
$$L_1 = 2 \cdot 10^{-7} \text{Ln} \left(\frac{d}{R'_1} \right) \text{ [Hy/m]} \quad (30)$$

siendo :

$$R'_1 = R_1 e^{\frac{1}{4}} \quad (31)$$

R'_1 : recibe el nombre de *Radio Medio Geométrico*, simplemente expresa el radio equivalente de un conductor hipotético, que se considera que no posee flujo de campo magnético interno. Un conductor tubular de espesor infinitesimal, no tiene flujo interior pero tiene una inductancia igual a la del conductor original.

Una situación similar puede ser planteada igualmente para el conductor "2", simplemente con la salvedad que el sentido de la corriente es 180° opuestos a la que circula por el conductor "1".



Suponga que el conductor "2" posee una inductancia L_2 , constituida por una inductancia interna L_{2int} , producto del flujo interno en el conductor "2" y una inductancia L_{2ext} , producto del flujo externo al conductor "2".

$$L_2 = L_{2int} + L_{2ext} \tag{32}$$

realizando un desarrollo similar al utilizado para el conductor "1" se tiene:

$$L_2 = 2 \cdot 10^{-7} \text{Ln} \left(\frac{d}{R'_2} \right) \text{ [Hy/m]} \tag{33}$$

siendo :

$$R'_2 = R_2 e^{\frac{1}{4}} \tag{34}$$

semejante al caso del conductor "1", R_2 , indica el radio de un conductor hipotético sin flujo interno, que posee igual inductancia al conductor original.

Finalmente la corriente que circula por la línea bifilar monofásica debe atravesar ambas inductancias, por lo que la inductancia total de la línea L , será simplemente la suma de las inductancias de cada uno de los conductores.

$$L = L_1 + L_2 \tag{35}$$

$$L = 4 \cdot 10^{-7} \text{Ln} \left(\frac{d}{\sqrt{R'_1 R'_2}} \right) \text{ [Hy/m]} \tag{36}$$

en el caso que la líneas posee radios iguales en ambos conductores $R_1=R_2=R$, entonces $R'_1=R'_2=R'$

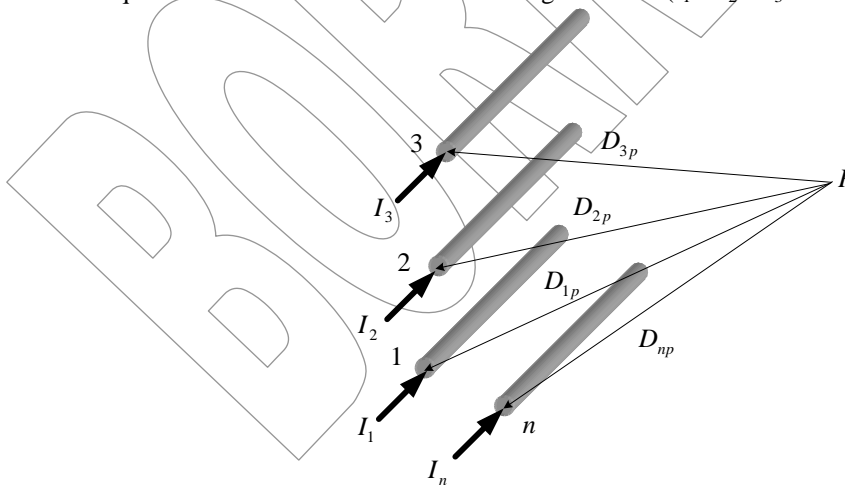
$$L = 4 \cdot 10^{-7} \text{Ln} \left(\frac{d}{R'} \right) \text{ [Hy/m]} \tag{38}$$

$$L = 1.482 \text{Log}_{10} \left(\frac{d}{R'} \right) \text{ [mHy/milla]} \tag{39}$$

Las ecuaciones anteriores para inductancia, solo es válida para una líneas bifilar que toma en cuenta los enlaces de flujo de campo magnético producidos por la corriente que circula por ambos conductores pero en sentido contrario, la inductancia obtenida es por unidad de longitud.

2.11 Grupo de n Conductores

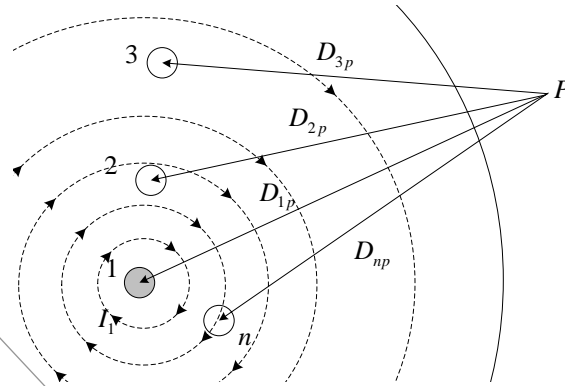
Imagínese que se desea generalizar el caso de una líneas bifilar monofásica, al caso de n conductores en paralelo, conformando lo que se suele denominar un grupo. Suponga que cada uno de los conductores se denotan por: 1,2,3,..., n , donde cada uno de ellos transporta una corriente $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ respectivamente, pero son tales que la suma de todas esta corrientes es igual a cero ($I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = 0$).



Suponga igualmente que la distancia entre los conductores y un punto lejano que por simpatía se denota por P , son $D_{1p}, D_{2p}, \dots, D_{np}$, siendo D_{jp} , la distancia del conductor j al punto P . Supóngase que no existen materiales magnéticos presentes en el espacio, de igual manera que no existe otras fuentes de campo magnético ni se encuentra cerca la tierra a este grupo de conductores.

Los enlaces de flujo totales del conductor "1" son la suma de los enlaces de flujo que enlazan al conductor "1" debido a las corrientes de todos lo conductores.

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento sin autorización del autor. Derechos de Autor Reservados. Copyright © 2007



Denótese por Ψ_{1P}^1 , los enlaces de flujo en el conductor "1" debido a I_1 , considerando el flujo interno $\Psi_{1P}^{1(int)}$, pero excluyendo el flujo más allá del punto P , $\Psi_{1P}^{1(ext)}$.

$$\Psi_{1P}^1 = \Psi_{1P}^{1(int)} + \Psi_{1P}^{1(ext)} \quad (40)$$

$$\Psi_{1P}^{1(int)} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} I_1 \quad (41)$$

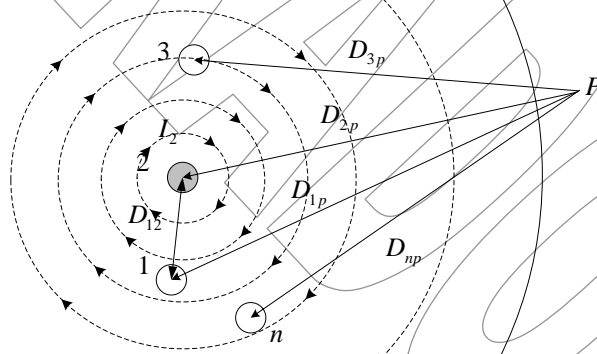
$$\Psi_{1P}^{1(ext)} = 2 \times 10^{-7} I_1 \ln \left(\frac{D_{1p}}{r_1} \right) \quad (42)$$

Agrupando las expresiones y reordenando resulta:

$$\Psi_{1P}^1 = \left[\frac{1}{2} I_1 + 2 I_1 \ln \left(\frac{D_{1p}}{r_1} \right) \right] \times 10^{-7} \quad (42)$$

$$\text{Donde : } R_1' = R_1 e^{-\frac{1}{4}} \quad (31)$$

Por su parte, los enlaces de flujo entre el conductor 1 y el punto P , debido a la corriente que circula por el conductor 2, I_2 , excluyendo el flujo más allá de P . Viene dado por Ψ_{1P}^2 :



$$\Psi_{1P}^2 = 2 I_2 \ln \left(\frac{D_{2p}}{D_{12}} \right) \times 10^{-7}$$

Sea Ψ_{1P}^j los enlaces de flujo en el conductor "1" debido a la corriente que circula por el conductor j (I_j), excluyendo el flujo más allá del punto P .

$$\Psi_{1P}^2 = 2 \cdot 10^{-7} I_2 \ln \left(\frac{D_{2p}}{D_{12}} \right) \quad (43)$$

$$\Psi_{1P}^3 = 2 \cdot 10^{-7} I_3 \ln \left(\frac{D_{3p}}{D_{13}} \right) \quad (44)$$

$$\Psi_{1P}^4 = 2.10^{-7} I_4 \text{Ln} \left(\frac{D_{4P}}{D_{14}} \right) \quad (45)$$

hasta:

$$\Psi_{1P}^n = 2.10^{-7} I_N \text{Ln} \left(\frac{D_{nP}}{D_{1n}} \right) \quad (46)$$

conociendo los enlaces de flujo que afectan al conductor "1", debido a las corrientes I_1, I_2, \dots, I_n , pero excluyendo el flujo más allá del punto P , se puede determinar la cantidad total de flujo de afecta al conductor "1", siendo esta la suma de las contribuciones individuales de flujo de campo magnético

$$\Psi_{1P} = \sum_{j=1}^n \Psi_{1P}^j \quad (47)$$

$$\Psi_{1P} = \Psi_{1P}^1 + \Psi_{1P}^2 + \Psi_{1P}^3 + \dots + \Psi_{1P}^n$$

Sustituyendo cada uno de los flujos conseguidos con anterioridad en (42) a (46):

$$\Psi_{1P} = 2 \times 10^{-7} \left[I_1 \ln \left(\frac{D_{1P}}{R_1'} \right) + I_2 \ln \left(\frac{D_{2P}}{D_{12}} \right) + \dots + I_N \ln \left(\frac{D_{nP}}{D_{1n}} \right) \right] \quad (48)$$

Desarrollando la propiedad de los logaritmos, en donde la suma de logaritmos se transforma en el logaritmo de los productos, resulta:

$$\Psi_{1P} = 2 \times 10^{-7} \left[I_1 \text{Ln} \left(\frac{1}{R_1'} \right) + I_2 \text{Ln} \left(\frac{1}{D_{12}} \right) + \dots + I_N \text{Ln} \left(\frac{1}{D_{1n}} \right) + I_1 \ln(D_{1P}) + I_2 \ln(D_{2P}) + \dots + I_n \ln(D_{nP}) \right]$$

Como se asumió en un comienzo, la sumatoria de las corrientes que circulan por los conductores es nula, por ello:

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = 0 \quad (49)$$

Despejando la n -ésima corriente:

$$I_n = -(I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_{n-1})$$

Sustituyendo en el flujo que atraviesa en el conductor "1":

$$\Psi_{1P} = 2 \times 10^{-7} \left[I_1 \ln \left(\frac{1}{R_1'} \right) + I_2 \ln \left(\frac{1}{D_{12}} \right) + \dots + I_N \ln \left(\frac{1}{D_{1n}} \right) + I_1 \ln \left(\frac{D_{1P}}{D_{nP}} \right) + I_2 \ln \left(\frac{D_{1P}}{D_{nP}} \right) + \dots + I_n \ln \left(\frac{D_{n-1,P}}{D_{nP}} \right) \right]$$

Imagínese ahora que el punto P se aleja hacia el infinito, entonces los términos logarítmicos de las relaciones de distancias desde el punto P se hagan infinitesimales, porque dichas relaciones tienden a la unidad.

$$D_{1P} = D_{2P} = D_{3P} = \dots = D_{nP} \quad (50)$$

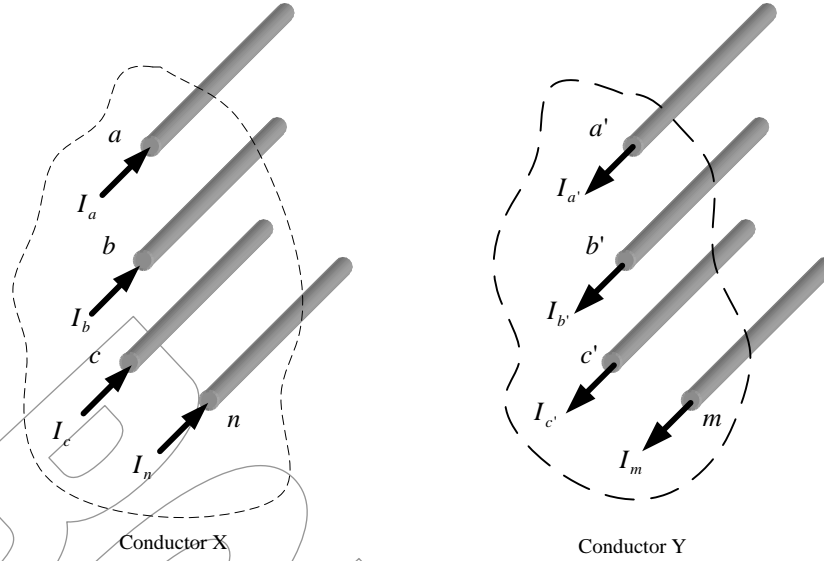
entonces resulta que:

$$\Psi_{1P} = 2 \times 10^{-7} \left[I_1 \ln \left(\frac{1}{R_1'} \right) + I_2 \ln \left(\frac{1}{D_{12}} \right) + \dots + I_N \ln \left(\frac{1}{D_{1n}} \right) \right] \quad (51)$$

La suposición que el punto P se desplaza hacia el infinito permite considerar todos los enlaces de flujo del conductor "1". La ecuación antes deducida, permite determinar todos los enlaces de flujo en el conductor "1" de un grupo de conductores, pero solo cuando la sumatoria de las corrientes que circula por el grupo es cero.

2.12 Inductancia de líneas de conductores compuestos

Los conductores multifilares trenzados, están comprendidos dentro de la categoría de conductores compuestos, debido a que cada conductores, esta constituido por una serie de alambres cilíndricos que se trenzan quedando finalmente en paralelo.



Imagínese una línea monofásica conformada por dos (2) conductores X y Y, supóngase que cada conductor, esta compuesto por un grupo de conductores agrupados de manera arbitraria; en primera instancia supóngase que el conductor X consta de n conductores, mientras que el conductor Y esta constituida por m conductores agrupados. Se supone que los hilos conductores que conforman los grupos de conductores, son cilíndricos, rectos, macizos, de longitud infinitamente larga, además que no existe ninguna otra fuente de campo magnético cerca y la distancia a tierra es infinitamente grande.

Ahora suponga que en cada grupo de conductores, la corriente se reparte uniformemente, de modo que en el conductor X compuesto por n hilos en paralelo, por cada uno de ellos circula una corriente igual a I/n , en el caso del conductor Y posee m hilos, por lo que circula $-I/m$, en cada uno; el signo negativo simplemente indica que la corriente en el conductor Y es el retorno del conductor X.

Denotase por: a, b, c, \dots, n los hilos del conductor X y por: a', b', c', \dots, m los hilos del conductor Y. Entonces tómese como punto de partida el hilo a del conductor X, en este los enlaces de flujo son:

$$\Psi_a = 2 \times 10^{-7} I \left[\ln \left(\frac{1}{R'_a} \right) + \ln \left(\frac{1}{D_{ab}} \right) + \dots + \ln \left(\frac{1}{D_{an}} \right) \right] - 2 \times 10^{-7} \frac{I}{m} \left[\ln \left(\frac{1}{D_{aa'}} \right) + I_b \ln \left(\frac{1}{D_{ab'}} \right) + \dots + I_n \ln \left(\frac{1}{D_{am}} \right) \right] \quad (52)$$

Aplicando la propiedad de logaritmos, que indica que una constante por un logaritmo es equivalente al logaritmo de la cantidad elevada a la constante:

$$\Psi_a = 2 \times 10^{-7} I \left[\ln \left(\frac{1}{n \sqrt{R'_a}} \right) + \ln \left(\frac{1}{n \sqrt{D_{ab}}} \right) + \dots + \ln \left(\frac{1}{n \sqrt{D_{an}}} \right) \right] - 2 \times 10^{-7} \frac{I}{m} \left[\ln \left(\frac{1}{m \sqrt{D_{aa'}}} \right) + I_b \ln \left(\frac{1}{m \sqrt{D_{ab'}}} \right) + \dots + I_n \ln \left(\frac{1}{m \sqrt{D_{am}}} \right) \right]$$

agrupando términos comunes se tiene:

$$\Psi_a = 2 \cdot 10^{-7} I \ln \left(\frac{\sqrt[m]{D_{aa'} \cdot D_{ab'} \cdot D_{ac'} \cdot \dots \cdot D_{am'}}}{n \sqrt[R_a]{R_a \cdot D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot D_{ad} \cdot \dots \cdot D_{an}}} \right) \quad (54)$$

Finalmente se puede obtener la inductancia del hilo a del conductor X (L_a), por la definición de inductancia:

$$L_a = \frac{\Psi_a}{\left(\frac{I}{n} \right)} \quad (55)$$

$$L_a = 2n \cdot 10^{-7} \ln \left(\frac{\sqrt[m]{D_{aa'} \cdot D_{ab'} \cdot D_{ac'} \cdot \dots \cdot D_{am'}}}{n \sqrt[R_a]{R_a \cdot D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot D_{ad} \cdot \dots \cdot D_{an}}} \right) \quad (56)$$

Aplicando un trabajo similar se puede obtener el flujo del hilo b del conductor X (L_b), para posteriormente encuentra la inductancia del hilo:

$$L_b = 2n \cdot 10^{-7} \operatorname{Ln} \left(\frac{\sqrt[m]{D_{ba} \cdot D_{bb} \cdot D_{bc} \dots D_{bm'}}}{\sqrt[n]{R_b \cdot D_{bb} \cdot D_{bc} \cdot D_{bd} \dots D_{bn}}} \right) \quad (57)$$

En general, se puede operar similarmente para todos y cada uno de los hilos del conductor X. La inductancia media (L_{med}) de todos los hilos del conductor X es:

$$L_{med} = \frac{(L_a + L_b + L_c + \dots L_n)}{n} \quad (58)$$

El conductor X, como ya se mencionó, se encuentra constituido por n hilos en paralelo, cada uno de los cuales tienen la misma inductancia que es igual a $1/n$ la inductancia del conductor X.

$$L_x = \frac{L_{med}}{n} = \frac{(L_a + L_b + L_c + \dots L_n)}{n^2} \quad (59)$$

En base a los cálculos antes realizados, sustituyendo en la expresión anterior de la inductancia se tiene:

$$L_x = K \operatorname{Ln} \left[\frac{\sqrt[mn]{(D_{aa} \cdot D_{ab} \dots D_{am})(D_{ba} \cdot D_{bb} \dots D_{bm}) \dots}}{\sqrt[mn]{(R_a \cdot D_{aa} \cdot D_{ab} \dots D_{am})(R_b \cdot D_{ba} \cdot D_{bb} \dots D_{bm}) \dots}} \right] \quad (60)$$

siendo $K = 2 \cdot 10^{-7}$

El numerador de la expresión de la inductancia, es una raíz $m \times n$ -ésima de $m \times n$ términos, los cuales son los productos de las distancias de todos los n hilos del conductor X a todos los m hilos del conductor Y. La cantidad del numerador se denomina *Distancia Media Geométrica*, y corresponde a la $m \times n$ raíz de la $m \times n$ distancias entre el conductor X y Y, se suele representar por D_m o DMG, y también se le denomina DMG entre los dos conductores.

En el denominador de la expresión de la inductancia aparece una raíz n^2 , de n^2 términos, debida a que hay n hilos y por cada hilo hay un producto de n términos; la expresión sub-radical es el producto de las distancias de cada uno de los hilos a sí mismo y a los restantes hilos. Al denominador de la expresión logarítmica de la inductancia del suele denominar DMG propia o radio medio geométrica RMG, denotado por D_s .

La expresión de la inductancia puede ser escrita por:

$$L_x = 2 \cdot 10^{-7} \operatorname{Ln} \left(\frac{D_m}{RMG} \right) \quad \text{en [Henry/m]} \quad (62)$$

$$L_x = 2 \cdot 10^{-7} \operatorname{Ln} \left(\frac{D_m}{D_s} \right)$$

$$L_x = 0.7411 \operatorname{Log}_{10} \left(\frac{D_m}{D_s} \right) \quad \text{en [mHy/milla]} \quad (63)$$

Con un procedimiento similar al seguido para encontrar la inductancia del conductor X, puede ser obtenido la inductancia del conductor Y L_y , resultando que la inductancia total de la línea de transmisión puede ser encontrada como:

$$L = L_x + L_y \quad (64)$$

Es importante mencionar que las expresiones encontradas para determinar la inductancia, son válidas para aquellas líneas de tipo monofásica, para alambres de tipo cilíndrico y macizo, donde se admita que la corriente se reparte uniformemente por cada uno de ellos. El DMG desde un punto a un grupo de otros puntos puede ser interpretado como la media geométrica de las distancias desde un punto a cada uno de los otros puntos.

2.12.1.1. Distancia Media Geométrica

Es un concepto matemático, y es la media geométrica de la distancia entre un punto y un conjunto de puntos. Es la media geométrica de la distancia entre un punto y los demás.

Cuando el número de puntos es muy grande, se acerca a la distancia entre el punto y el centro de la circunferencia hipotética que los rodea.

2.12.1.2. Distancia Media Geométrica de un punto y una superficie

El DMG entre el punto y la superficie se definen como el limite de la DMG entre el punto y los elementos de la superficie cuando tienden a infinito.

2.12.1.3. Radio Medio Geométrico

Es un conductor tubular de espesor diferencial y con una inductancia semejante al equivalente de los conductores, pero con flujo interno cero.

2.13 Inductancia de Conductores en Tablas

El radio medio geométrico (RMG) de cada conductor, de cualquier número de conductores puede ser calculado, pero el interés práctico de este cálculo es casi nulo, debido a que los fabricantes proveen con sus productos, los valores ya calculado de los RMG de los conductores normales. En los conductores no homogéneos como los ACSR, el determinar el valor de RMG, por este procedimiento puede ser arduo, por lo que es conveniente utilizar valores tabulador, previamente probados y calculados por los fabricantes, sin que implique ningún error.

En los cálculos eléctricos se suele utilizar la reactancia en vez de la inductancia, simplemente desarrollando el producto de la inductancia por la frecuencia angular:

$$X_L = 2\pi fL$$

$$X_L = 2\pi f \times 0.7411 \cdot 10^{-3} \text{Log}_{10} \left(\frac{D_m}{D_s} \right) \quad (65)$$

En el caso particular de la frecuencia industrial de 60 Hz, resulta:

$$X_L = 4.657 \cdot 10^{-3} \text{Log}_{10} \left(\frac{D_m}{D_s} \right) [\Omega/\text{milla}] \quad (66)$$

donde D_m es la distancia media geométrica de los conductores, y D_s es el radio medio geométrico que se encuentra en tablas, la cual tiene en cuenta el efecto piel donde es bastante grande y afecta la inductancia.

En algunas tablas dadas por fabricantes se consignan los valores de la reactancia inductiva además del RMG.

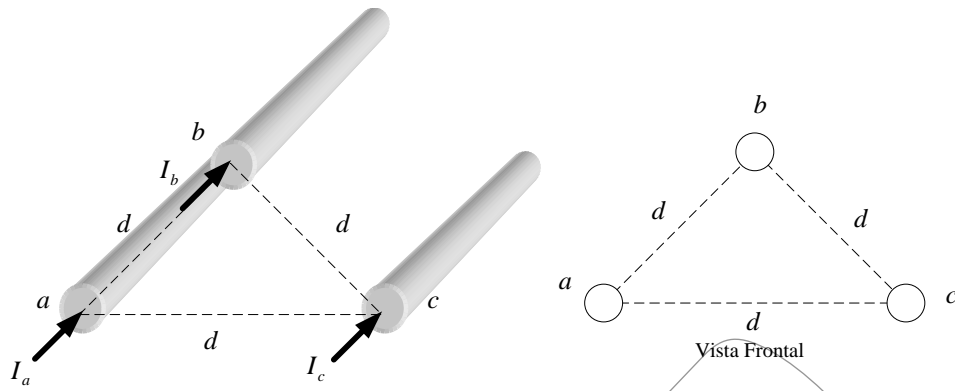
$$X_L = 4.657 \times 10^{-3} \log \left(\frac{1}{D_s} \right) + 4.657 \times 10^{-3} \log(D_m) [\Omega/\text{milla}] \quad (66)$$

Si el valor de D_s como el de D_m se expresan en pies, el primer término de la expresión anterior se conoce como la reactancia inductiva de un conductor de una línea bifilar monofásica con 1 pie de separación entre conductores, por lo que ese término suele nombrarse *reactancia inductiva a 1 pie de separación* X_a , el cual depende de la frecuencia de operación y el RMG propio del conductor. El segundo término de la expresión se denomina *factor de separación de la reactancia inductiva* X_b , siendo este factor independiente de; tipo de conductor y solo depende de la frecuencia y de la separación, el factor de separación es cero si $D_m = 1$ pie, el factor de separación es negativo si $D_m < 1$ pie.

Para determinar la reactancia inductiva, se debe hallar la reactancia inductiva de 1 pie de separación para el conductor considerado y sumarla al factor de separación de la reactancia inductiva, ambas a la frecuencia de operación de la línea.

2.14 Inductancia de líneas trifásicas con disposición equilátera

En los desarrollos hasta ahora considerado, solo se habían tratados líneas monofásicas, pero las ecuaciones encontradas pueden ser adaptadas fácilmente para el cálculo de líneas de transmisión trifásicas. Imagínese una línea de transmisión trifásicas en la cual los conductores se encuentran colocados en los vértices de un triángulo equilátero de lado d ($d > 0$). Supóngase que la línea no dispone de retorno por el neutro, por lo que las corrientes se encuentran equilibradas, y son tales que la suma de estas es siempre cero ($I_a + I_b + I_c = 0$).



Se puede escribir la ecuación de los enlaces de flujo del conductor *a*:

$$\Psi_a = \Psi_a^a + \Psi_a^b + \Psi_a^c$$

siendo :

$$\Psi_a^a = 2 \times 10^{-7} I_a \ln \left(\frac{1}{R'} \right)$$

$$\Psi_a^b = 2 \times 10^{-7} I_b \ln \left(\frac{1}{d} \right)$$

$$\Psi_a^c = 2 \times 10^{-7} I_c \ln \left(\frac{1}{d} \right)$$

$$\Psi_a = 2 \times 10^{-7} \left[I_a \ln \left(\frac{1}{R'} \right) + I_b \ln \left(\frac{1}{d} \right) + I_c \ln \left(\frac{1}{d} \right) \right] \quad (67)$$

Si las corrientes se encuentran equilibradas entonces se cumple:

$$I_a + I_b + I_c = 0 \quad (68)$$

Despejando la corriente I_a :

$$I_a = -(I_b + I_c)$$

Sustituyendo en la ecuación de enlaces de flujo se tiene:

$$\Psi_a = 2 \times 10^{-7} \left[I_a \ln \left(\frac{1}{R'} \right) - I_a \ln \left(\frac{1}{d} \right) \right] \quad (69)$$

$$\Psi_a = 2 \times 10^{-7} I_a \ln \left(\frac{d}{R'} \right) \quad (70)$$

Aplicando la definición de inductancia, resulta:

$$L_a = 2 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{d}{R'} \right) \text{ [Hy/m]} \quad (71)$$

$$L_a = 0.7411 \text{Log}_{10} \left(\frac{d}{R'} \right) \text{ [mHy/milla]} \quad (72)$$

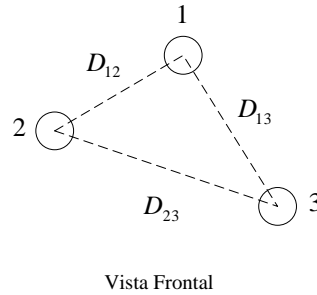
Notase que la ecuación deducida para una línea trifásica en disposición equilátera (72), es la misma ecuación que resulta de una línea de tipo monofásico (30).

Supóngase que la línea estuviera constituida por conductores trenzados, entonces el concepto de RMD o D_s sustituye el valor de R' en la ecuación. En el caso de la disposición equilátera, la simetría ocasiona que la inductancia de los conductores b y c, fuese igual a la del conductor a, como la línea considerada solo posee un conductor por fase, el valor calculado por las ecuaciones deducidas, solo provee la inductancia por fase las líneas trifásicas.

$$L_a = L_b = L_c = 2.10^{-7} \ln \left(\frac{d}{R'} \right) \text{ [Hy/m]} \quad (73)$$

2.15 Inductancia de las Líneas Trifásicas con Disposición Asimétrica

En las líneas de transmisión trifásicas, en que los conductores se disponen de en forma asimétrica, encontrar la inductancia se transforma en un problema sumamente difícil, debido a que los enlaces de flujo y la inductancia de cada una de las fases no son iguales, y por el contrario dependen de su disposición.



Vista Frontal

El problema de la asimetría de en las líneas de transmisión y los valores diferentes de inductancia en cada fase, pueden ser resuelto intercambiando la ubicación de los conductores de fase a intervalos regulares a lo largo de la línea, de manera que cada conductor ocupe la ubicación de cada uno de los otros sobre una distancia igual, el proceso antes mencionado que resuelve el problema de la asimetría denomina *transposición*.

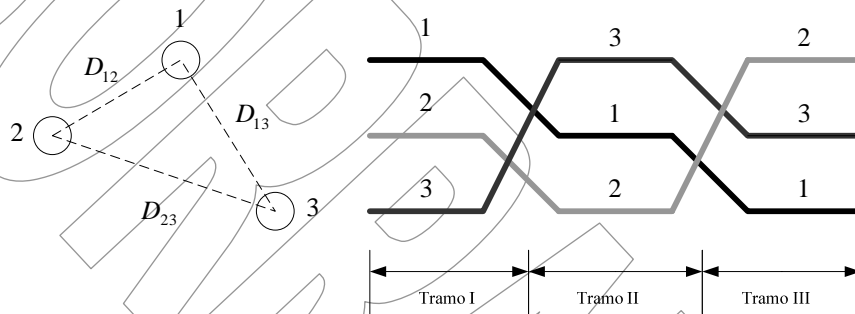


Figura 7. Disposición de la Transposición Perfecta de una Línea de Transmisión

Las líneas de transmisión modernas no se transponen comúnmente, al menos para trayectos muy largos, y en ocasiones se reubican la disposición de los conductores de fase en las subestaciones, para equilibrar las inductancias de las líneas. En Venezuela existen algunas líneas de transmisión que se encuentran transpuestas, para lograr un equilibrio de la inductancia por fase. Es importante mencionar que la asimetría producto de la inductancia entre fases de una línea sin transposición, es muy pequeña, pudiéndose despreciar en muchos casos. En los casos en que se desprecia la asimetría, la inductancia se una línea sin transposición se calculan como el mismo valor medio de la reactancia inductiva de una fase de la misma línea en la que se hubiera realizado efectivamente la transposición. Imagínese una línea de transmisión trifásica, constituida por tres (3) conductores ubicados en los vértices de una triángulos cuyos lados son D_{12}, D_{31}, D_{23} .

La inductancia media de un conductor se calcula los enlaces de flujo en cada posición del ciclo de transposición.

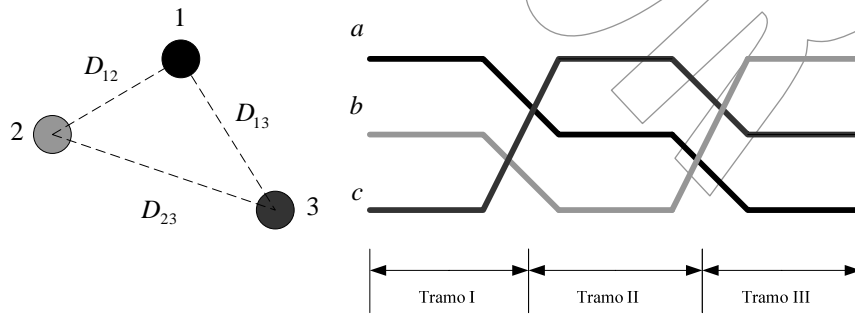


Figura 8. Disposición de Fases en el Primer Tramo de Transposición

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento sin autorización del autor. Derechos de Autor Reservados. Copyright © 2007

En el primer ciclo de transposición se ubica el conductor de la fase a en la posición 1, los enlaces de flujo en el conductor de la fase a pueden ser escritos por:

$$\Psi_{a1} = 2.10^{-7} \left[I_a \ln\left(\frac{1}{R'}\right) + I_b \ln\left(\frac{1}{D_{12}}\right) + I_c \ln\left(\frac{1}{D_{31}}\right) \right] \quad (74)$$

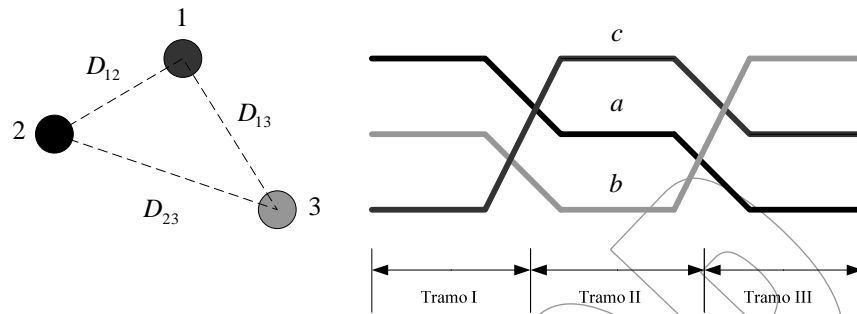


Figura 9. Disposición de las Fases en el Segundo Tramo de Transposición

En el segundo ciclo de transposición se ubica el conductor de la fase a en la posición 2, los enlaces de flujo en el conductor de la fase a pueden ser escritos por:

$$\Psi_{a2} = 2 \times 10^{-7} \left[I_a \ln\left(\frac{1}{R'}\right) + I_b \ln\left(\frac{1}{D_{23}}\right) + I_c \ln\left(\frac{1}{D_{12}}\right) \right] \quad (75)$$

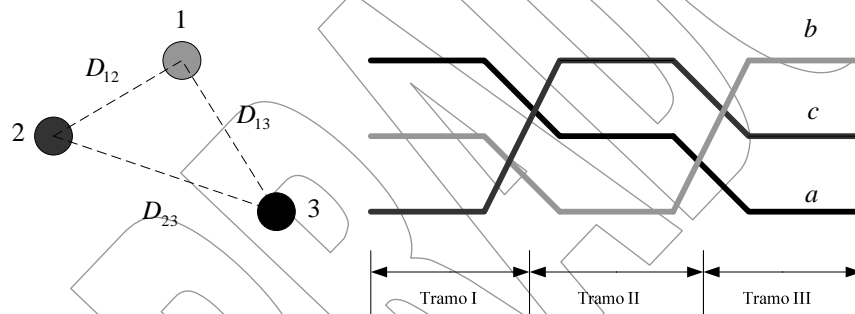


Figura 10. Disposición de las Fases en el Segundo Tramo de Transposición

En el tercer ciclo de transposición se ubica el conductor de la fase a en la posición 3, los enlaces de flujo en el conductor de la fase a pueden ser escritos por:

$$\Psi_{a3} = 2 \times 10^{-7} \left[I_a \ln\left(\frac{1}{R'}\right) + I_b \ln\left(\frac{1}{D_{31}}\right) + I_c \ln\left(\frac{1}{D_{23}}\right) \right] \quad (76)$$

El valor medio de los enlaces de flujo en el conductor de la fase a puede ser escritos por:

$$\Psi_a = \frac{(\Psi_{a1} + \Psi_{a2} + \Psi_{a3})}{3} \quad (77)$$

sustituyendo las ecuaciones encontradas resulta:

$$\Psi_a = \frac{2.10^{-7}}{3} \left[3I_a \ln\left(\frac{1}{R'}\right) + I_b \ln\left(\frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}}\right) + I_c \ln\left(\frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}}\right) \right] \quad (79)$$

como el sistema se asume trifásico balanceado, la suma de las tres corrientes en cualquier instante resulta cero:

$$I_a = -(I_b + I_c)$$

sustituyendo en la ecuación del flujo promedio enlazado:

$$\Psi_a = 2 \times 10^{-7} I_A \ln \left(\frac{\sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{31}}}{R'} \right) \quad (80)$$

la inductancia media por fase resulta ser:

$$L_a = 2 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{D_{EQ}}{R'} \right) \quad [\text{Hy/m}] \quad (81)$$

$$L_a = 0.7411 \log_{10} \left(\frac{D_{EQ}}{R'} \right) \quad [\text{mHy/milla}] \quad (82)$$

donde: $D_{EQ} = \sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{31}}$ es la media geométrica de las tres distancias de la línea asimétrica.

NOTA: La ecuación para el cálculo de la inductancia de una línea de transmisión siempre consta de un cociente dentro de un logaritmo, con la única variación: El numerador es la distancia entre hilos de una línea bifilar, la *Distancia Media Geométrica (DMG)* mutua entre los lados de una línea monofásica de conductores compuestos; la distancia entre conductores en una línea con disposición equilátera, o bien la separación equilátera equivalente de una línea asimétrica.

2.16 Conductores Múltiples en Haz

El transporte de energía eléctrica en Extra Alta Tensión, involucra en multitud de ocasiones la presencia de pérdidas ocasionadas por el efecto corona, involucrando además sendas interferencias en las transmisiones y hasta un sonido audible apreciables, para evita el efecto corona, lo que se intenta es aumentar al máximo el radio del conductor, y como primera forma de contrarrestar el efecto corona se menciona el uso de conductores dilatados, pero en ocasiones en el intervalo de Extra Alta Tensión (tensiones superiores de 230KV), se acostumbra utilizar dos o más conductores por fase a una distancia que sea pequeña comparada con la separación entre fases. El agrupamiento de conductores se prefiere de dos o más conductores siendo de especial uso la disposición de los conductores en ubicación paralela, vértices de un triángulo, vértices de un cuadrado, pentágonos, etc. Otra ventaja del uso de conductores en haz, como se le suele denominar, es el hecho de disminuir la reactancia de la línea. La reducción de la reactancia se nota por el incremento del radio medio geométrico del grupo. Sea D_s^b el radio medio geométrico de un conductor agrupado y sea D_s el radio medio geométrico de los conductores individuales que conforman el grupo.

Para un grupo con disposición de dos conductores trenzados separados una distancia d :

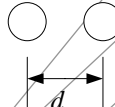


Diagrama que muestra dos conductores representados como círculos blancos, separados horizontalmente por una distancia d , indicada por una línea horizontal con flechas en ambos extremos.

$$D_s^b = \sqrt{D_s d} \quad (83)$$

Para un grupo de tres conductores trenzados en disposición de triángulo equilátero de lado d se tiene:

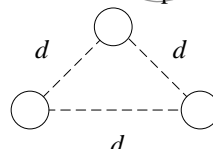
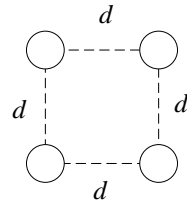


Diagrama que muestra tres conductores representados como círculos blancos, dispuestos en los vértices de un triángulo equilátero. Las distancias entre los conductores están etiquetadas como d .

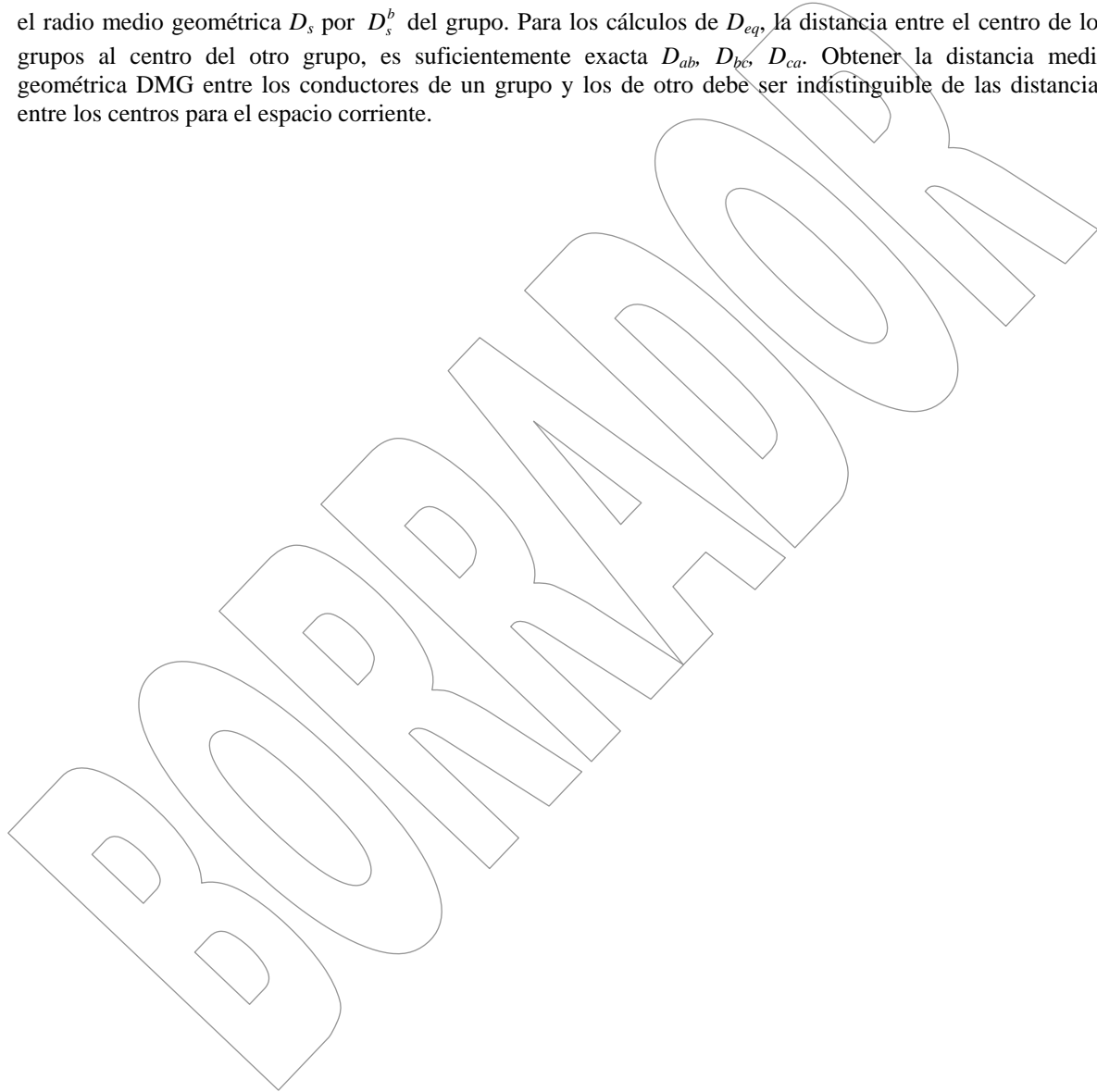
$$D_s^b = \sqrt[3]{D_s d^2} \quad (84)$$

Para el caso de un grupo de cuatro conductores trenzados en los vértices de un cuadrado de lado d , resulta:



$$D_s^b = 1.094 \sqrt{D_s d^3} \tag{85}$$

Para la utilización de las ecuaciones de inductancias antes deducidas, solo se hace necesario sustituir el radio medio geométrica D_s por D_s^b del grupo. Para los cálculos de D_{eq} , la distancia entre el centro de los grupos al centro del otro grupo, es suficientemente exacta D_{ab} , D_{bc} , D_{ca} . Obtener la distancia media geométrica DMG entre los conductores de un grupo y los de otro debe ser indistinguible de las distancias entre los centros para el espacio corriente.



Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento sin autorización del autor. Derechos de Autor Reservados. Copyright © 2007