Capitulo 2
Impedancia Serie de Sistemas de Transmisión
Parte 2

Prof. Francisco M. Gonzalez-Longatt
fglongatt@ieee.org
http://www.giaelec.org/fglongatt/LT.htm

1. Definición de Inductancia

- En el año de 1831, el físico inglés Michael Faraday, postulo a partir de resultados experimentales una de las leyes más importantes del electromagnetismo y que lleva su nombre, *Ley de inducción de Faraday*.
- La mencionada ley establece que la fuerza electromotriz inducida es igual a la rapidez de cambio del flujo de campo magnético a través del circuito excepto por un signo negativo:

$$V = \frac{d\Psi}{dt}$$

Ψ el número de *enlaces de flujo* número de líneas de inducción del circuito [Weber - Vueltas].

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Definición de Inductancia

- Asumiendo la *permeabilidad del medio en que actúa el campo magnético es constante*, entonces bajo esta circunstancia, el número de enlaces de flujo de campo es directamente proporcional a la corriente, siendo la constante de proporcionalidad conocida con el nombre de *inductancia* (L):

$$\Psi = Li$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Definición de Inductancia

- La fuerza electromotriz inducida, es proporcional a rapidez de cambio de la corriente, siendo la constante de proporcionalidad la inductancia del circuito, pudiéndose escribir:

$$V = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d(Li)}{dt}$$

- Si el número de líneas de enlace de flujo varía linealmente con la corriente, suponiendo un medio de permeabilidad constante, entonces la inductancia (L) puede salir de la derivada.

$$V = L\frac{di}{dt}$$

1. Definición de Inductancia

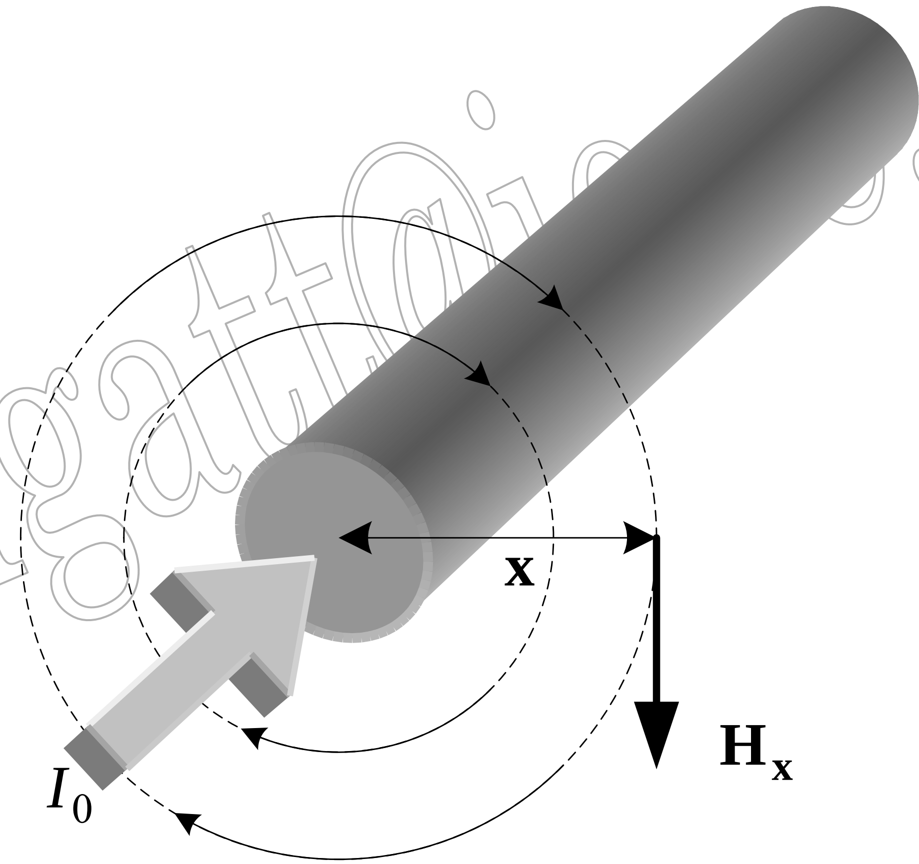
- L: La inductancia o coeficiente de autoinducción. La unidad de la inductancia lleva el nombre del científico americano Joseph Henry, quien desarrolló estudios paralelos a los de Michael Faraday.

$$V = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d(Li)}{dt}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Campo Magnético de un Conductor Infinitamente Largo

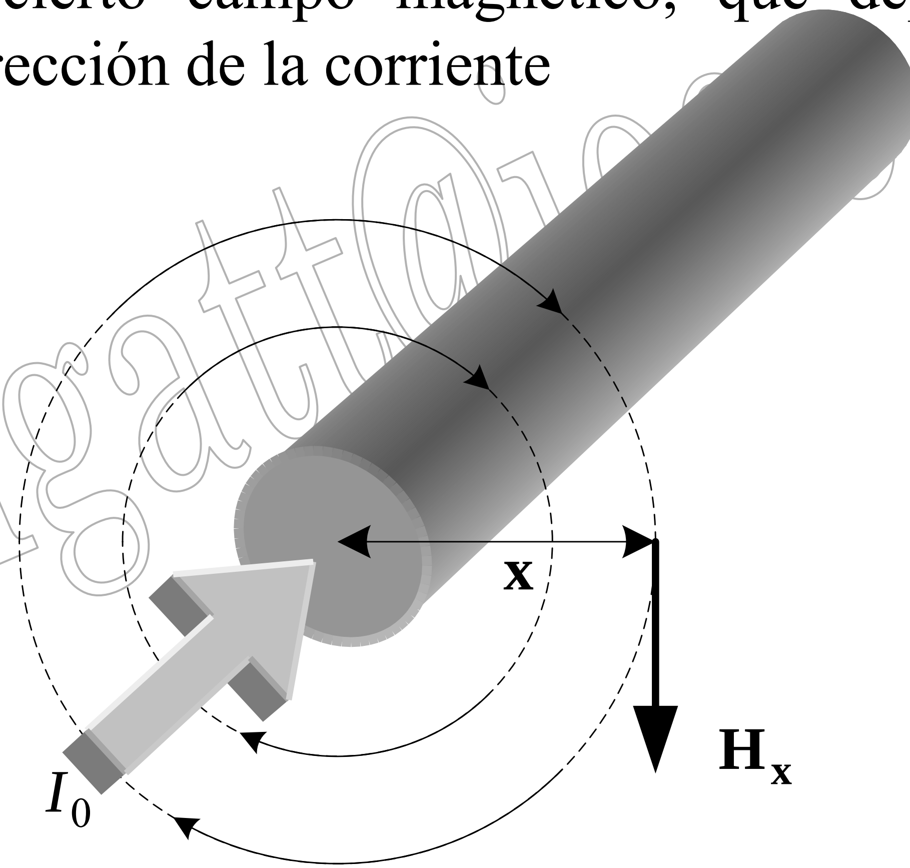
- Imagínese un conductor cilíndrico de longitud infinita y radio R ($R>0$), por medio del cual circula un cierta corriente I_0.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Campo Magnético de un Conductor Infinitamente Largo

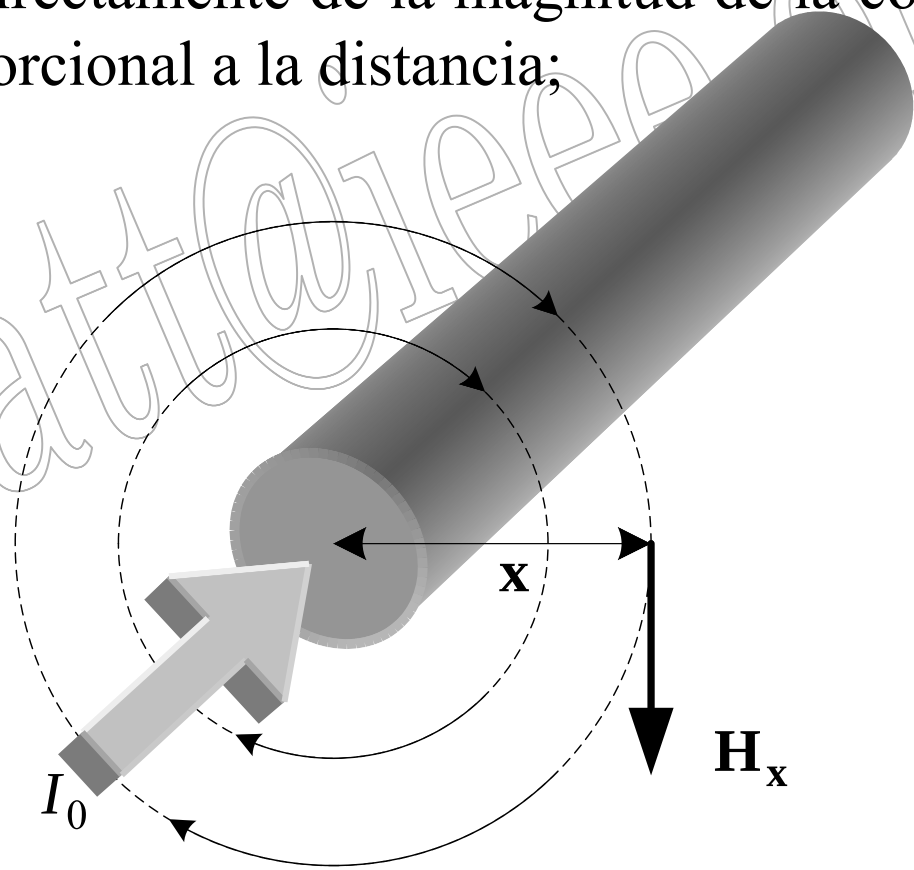
- *Hans Critiam Oersted (1777-1851)*, cuando por un conductor circula una corriente, en el espacio alrededor del conductor se engendra un cierto campo magnético, que depende de la magnitud y dirección de la corriente



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Campo Magnético de un Conductor Infinitamente Largo

- *André Marie Ampere* (1775-1836), concluye que el campo magnético en torno de un conductor por donde circula corriente, depende directamente de la magnitud de la corriente e inversamente proporcional a la distancia;



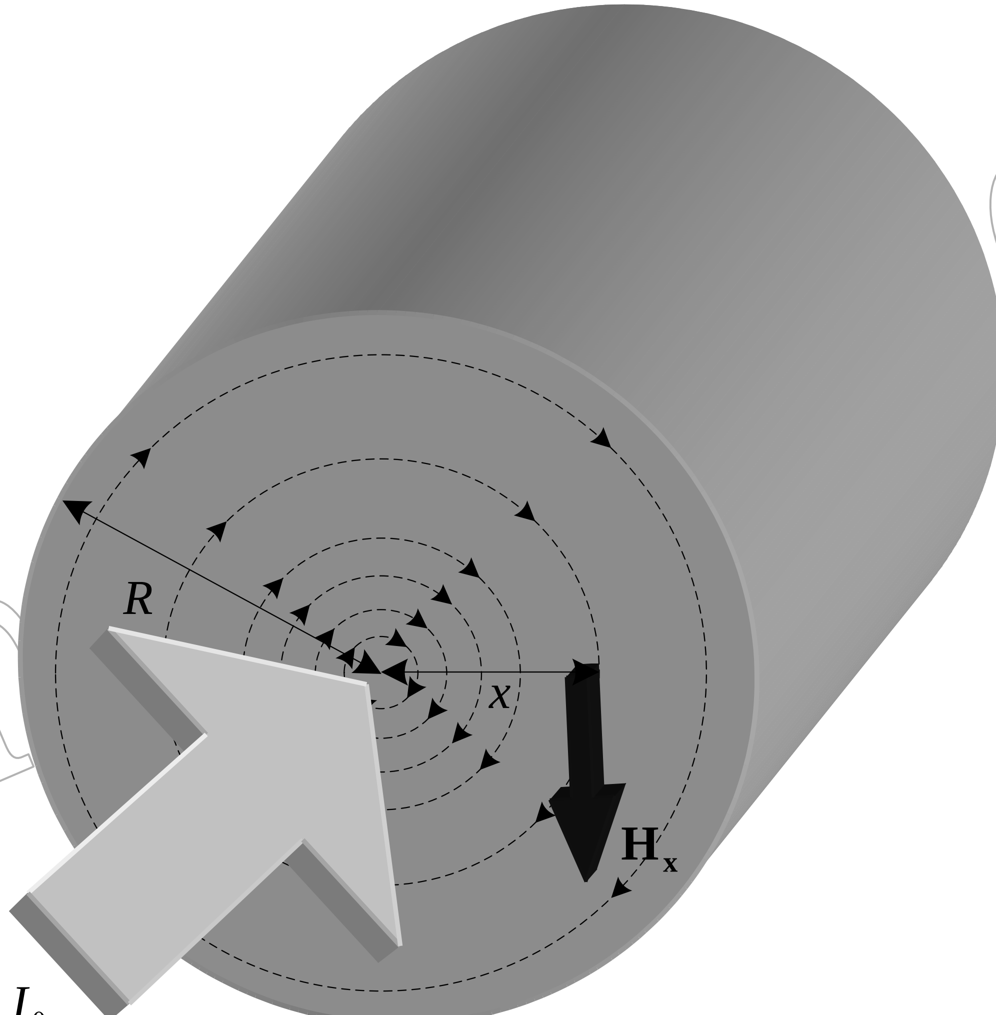
Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.1. Inductancia de un conductor debido al flujo interno

- Imagínese un cierto conductor cilíndrico macizo de radio R (R>0) e infinitamente largo, colocado en el espacio a una distancia muy grande respecto a tierra, o cualquier otra fuente de campo magnético (con el fin de evitar el efecto proximidad).
- Supóngase que por dicho conductor se transporta una corriente constante positiva I_0.
- Se supone que el conductor de retorno de dicha corriente se encuentra tan alejado que no influye su campo magnético de este conductor en el de estudio.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.1. Inductancia de un conductor debido al flujo interno

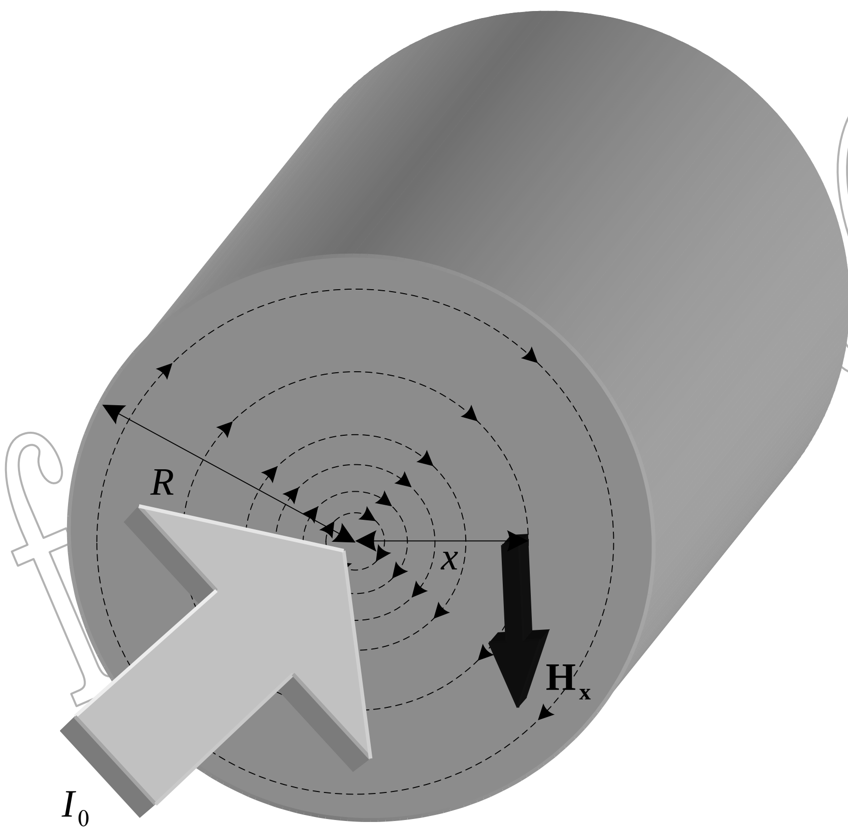


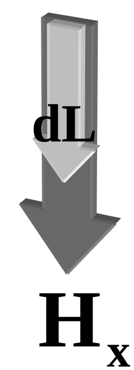
2.1. L debido al flujo interno

- Aplicando la Ley de Ampere:

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = I_0$$

$$\oint_L \mathbf{H_x} \cdot d\mathbf{L} = I_x$$





$$\left|\mathbf{H_x}\right| \int \left|d\mathbf{L}\right| = I_x$$

2.1. *L* debido al flujo interno

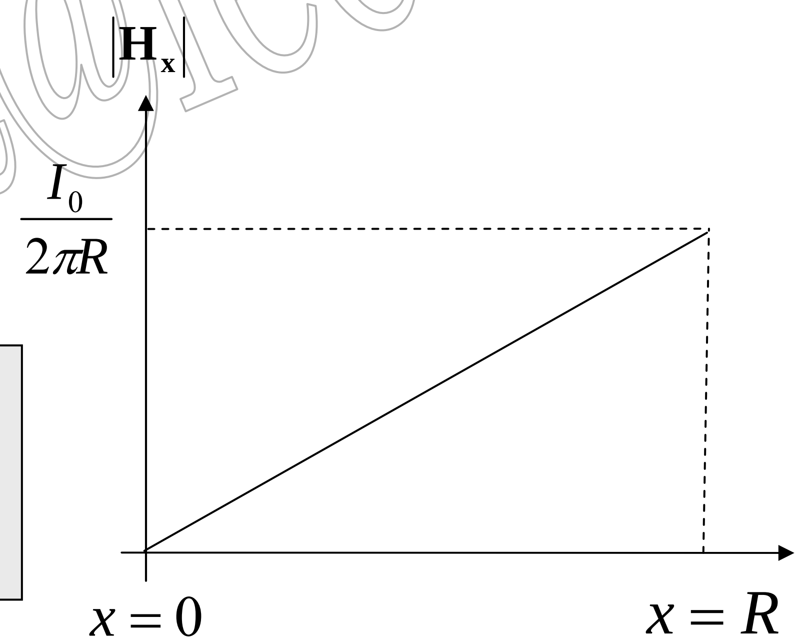
- El campo magnético puede salir de la integral debido a que su magnitud es constante a lo largo de la trayectoria de integración, resultando finalmente:

$$\left|\mathbf{H_x}\right|\int\left|d\mathbf{L}\right| = I_x \qquad \left|\mathbf{H_x}\right| = \frac{xI_0}{2\pi R^2}$$

$$\mathbf{B_x} = \mu\mathbf{H_x}$$

$$\mu = \mu_0 \,.\, \mu_r$$

$$\boxed{\left|\mathbf{B_x}\right| = \frac{\mu x I_0}{2\pi R^2} \quad (0 < x < R)}$$

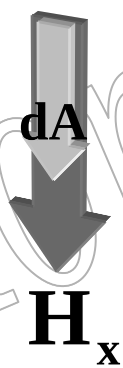


Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

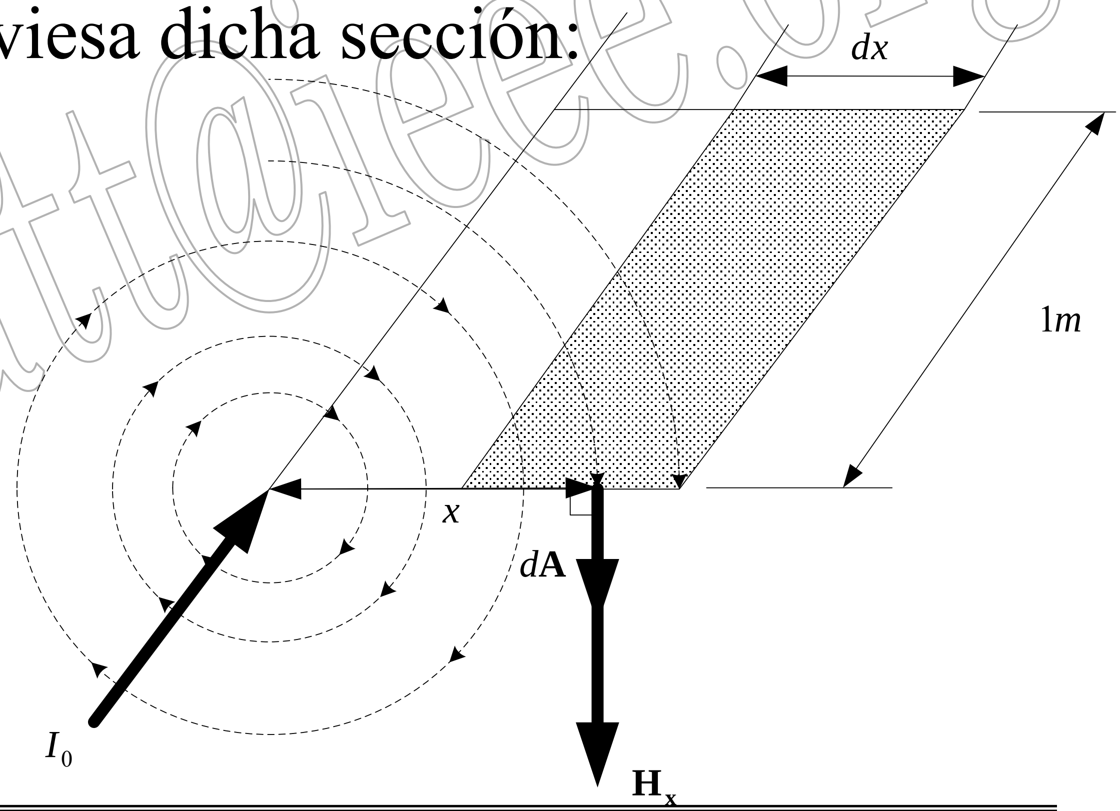
2.1. L debido al flujo interno

- Supóngase que se selecciona una cierta sección transversal del conductor de longitud 1m, de manera que se desea estimar el valor del flujo de campo magnético que atraviesa dicha sección:

$$\phi_B = \oint_S \mathbf{B_x} \cdot d\mathbf{A}$$



$$\left| d\mathbf{A} \right| = dx$$



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.1. L debido al flujo interno

$$\phi_B = \oint_S \mathbf{B_x} \cdot d\mathbf{A} \quad \begin{cases} \left|\mathbf{B_x}\right| = \dfrac{\mu x I_0}{2\pi R^2} \\ \left|d\mathbf{A}\right| = dx \end{cases} \quad d\phi_b = \frac{\mu x I_0 dx}{2\pi R^2}$$

- Si se considera el flujo concatenado, por metro de longitud, producidos por el flujo del elemento tubular son el producto del flujo por metro de longitud por la fracción de corriente enlazada.

$$d\Psi = \frac{\pi x^2}{\pi R^2} d\phi_b = \frac{\mu x^3 I_0 dx}{2\pi R^4}$$

2.1. *L* debido al flujo interno

- Finalmente para obtener los enlaces de flujo totales dentro del conductor, se puede integrar desde el centro del conductor (x = 0), hasta el extremo exterior (x = R), resultado:

$$\Psi_{\text{int}} = \frac{\mu I_0}{2\pi R^4} \int_{x=0}^{x=R} x^3 dx \quad \text{[Weber-Vueltas/m]}$$

$$\Psi_{\text{int}} = \frac{\mu I_0}{2\pi R^4} \left. \frac{x^4}{4} \right|_{x=0}^{x=R} = \frac{\mu I_0}{2\pi R^4} \left. \frac{R^4}{4} \right|_{x=0}^{x=R}$$

$$\boxed{\Psi_{\text{int}} = \frac{\mu I_0}{8\pi}}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.1. L debido al flujo interno

- Si se considera que y $\mu_r = 1$, entonces sustituyendo se tiene:

$$\Psi_{\text{int}} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} I_0$$

- Finalmente utilizando el concepto de inductancia resulta que:

$$L_{\text{int}} = \frac{\Psi_{\text{int}}}{I_0}$$

$$\boxed{L_{\text{int}} = \frac{1}{2} 10^{-7} \ \text{[Hy/m]}}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

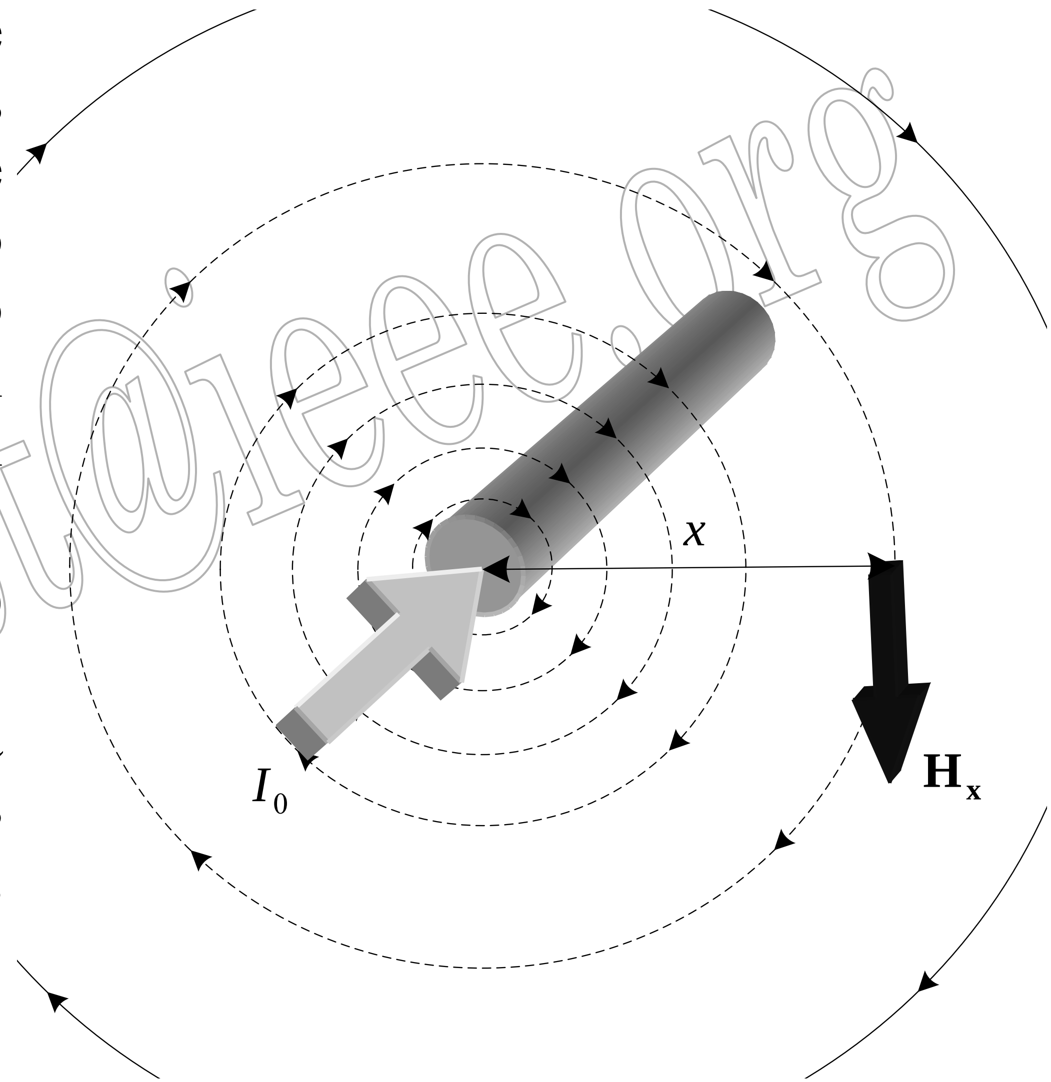
2.2. Enlaces de Flujo entre Dos Puntos Externos a Un Conductor Aislado

- Imagínese un cierto conductor cilíndrico macizo de radio R (R>0) e infinitamente largo, colocado en el espacio a una distancia muy grande respecto a tierra, o cualquier otra fuente de campo magnético (con el fin de evitar el efecto proximidad).
- Supóngase que por dicho conductor se transporta una corriente constante positiva I_0.
- Se supone que el conductor de retorno de dicha corriente se encuentra tan alejado que no influye su campo magnético de este conductor en el de estudio.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

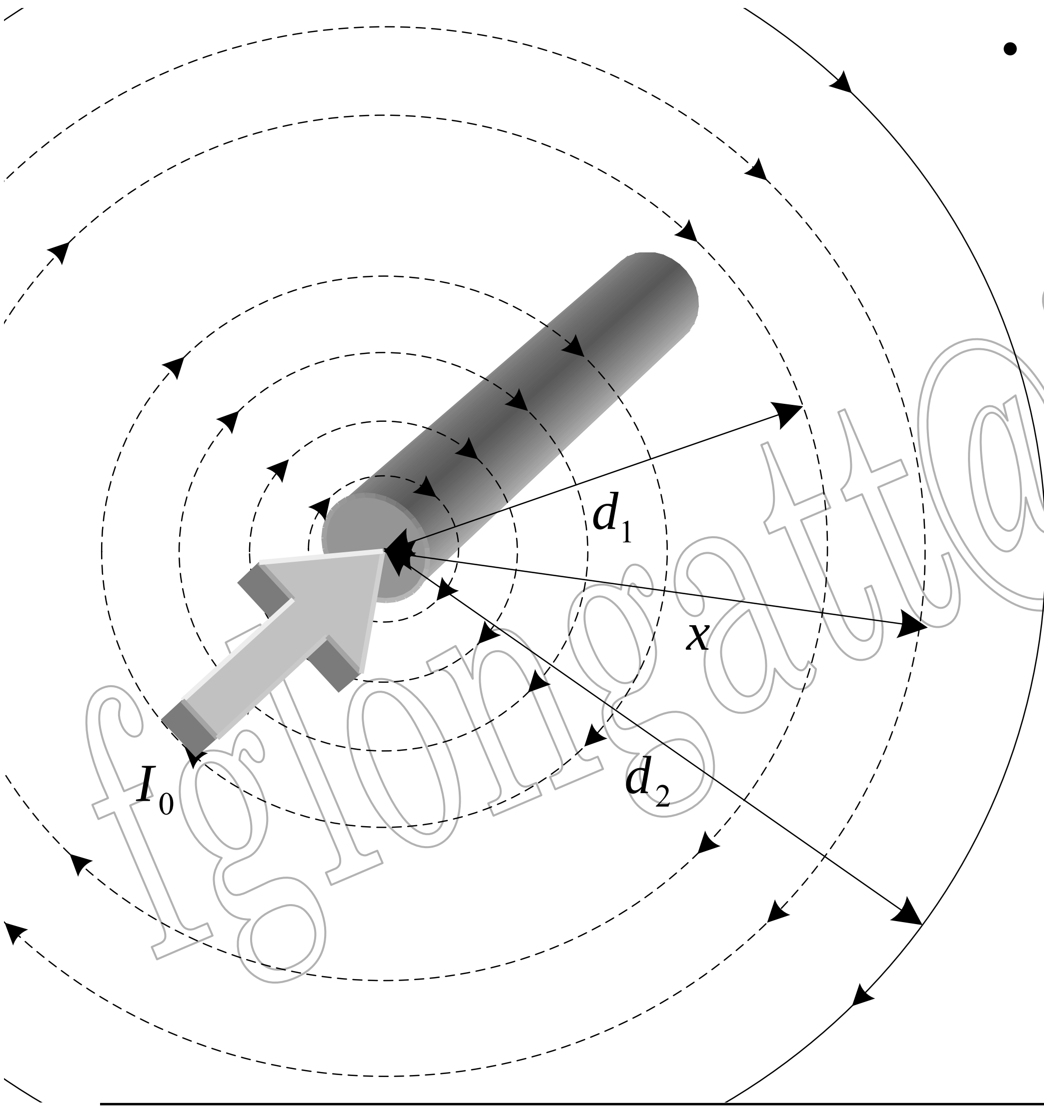
2.2. Enlaces de Flujo entre Dos Puntos Externos a Un Conductor Aislado

- Si se imagina que la corriente entra al conductor, entonces el sentido de las líneas de campo puede ser establecido por la regla de la mano derecha, resultando que el campo se encuentra en el sentido horario.
- Ahora imagínese dos (2) puntos externos al conductor, tal que se encuentran a distancias d_1 y d_2, medidas desde el centro del conductor, siendo $d_2 > d_1$.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.2. Enlaces de Flujo entre Dos Puntos Externos a Un Conductor Aislado



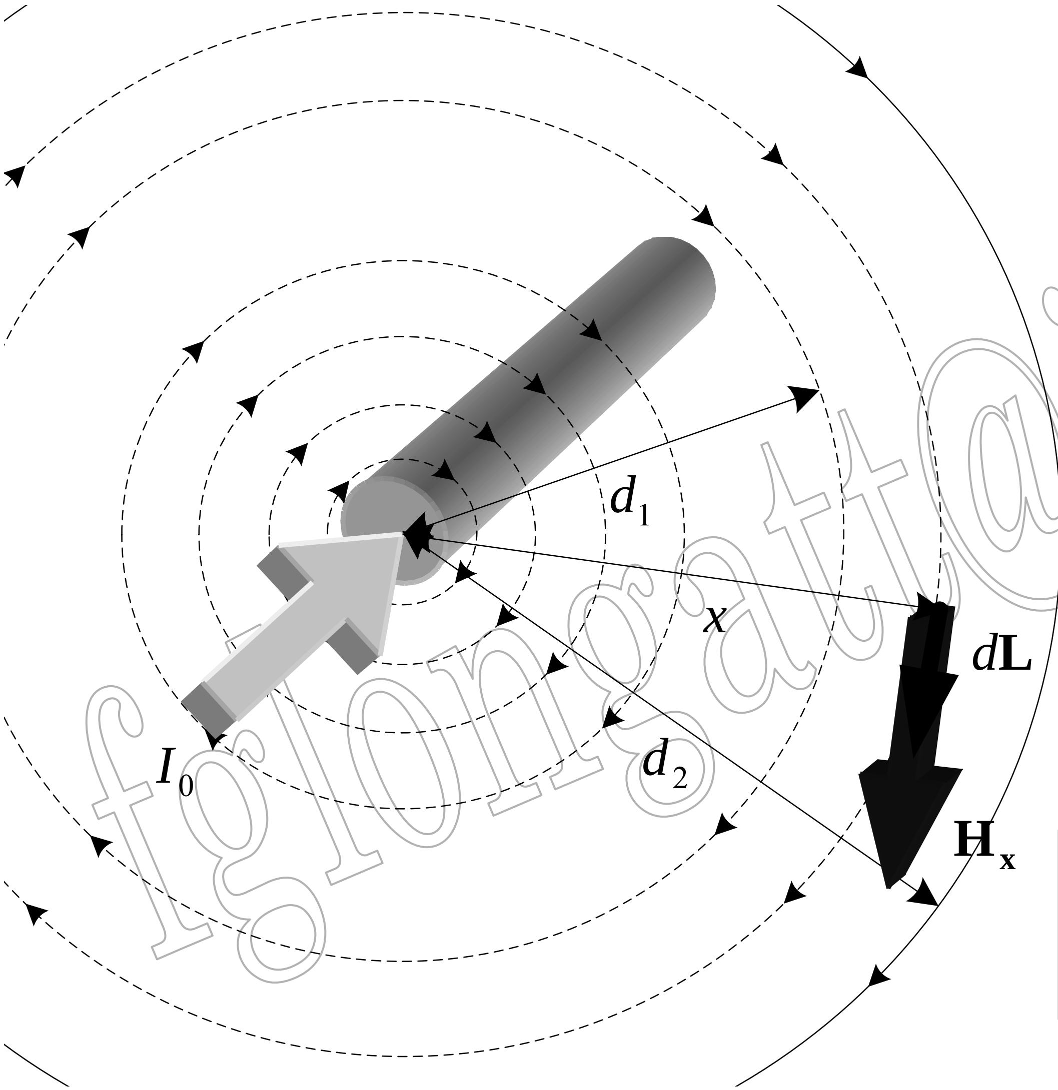
- Supóngase que se desea la magnitud del campo magnético en un punto x a una distancia x ($d_1 < x < d_2$), entonces aplicando la Ley de Ampere resulta:

$$\oint_L \mathbf{H_x} \cdot d\mathbf{L} = I_x$$

$$|\mathbf{H_x}| \int |d\mathbf{L}| = I_x$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.2. Enlaces de Flujo entre Dos Puntos Externos a Un Conductor Aislado



- En esta situación el campo magnético **Hx** y el diferencial de longitud d**L**, son paralelos, por lo cual luego del desarrollo del producto escalar de los dos vectores resulta.

$$|\mathbf{H_x}|\oint|d\mathbf{L}| = I_x$$

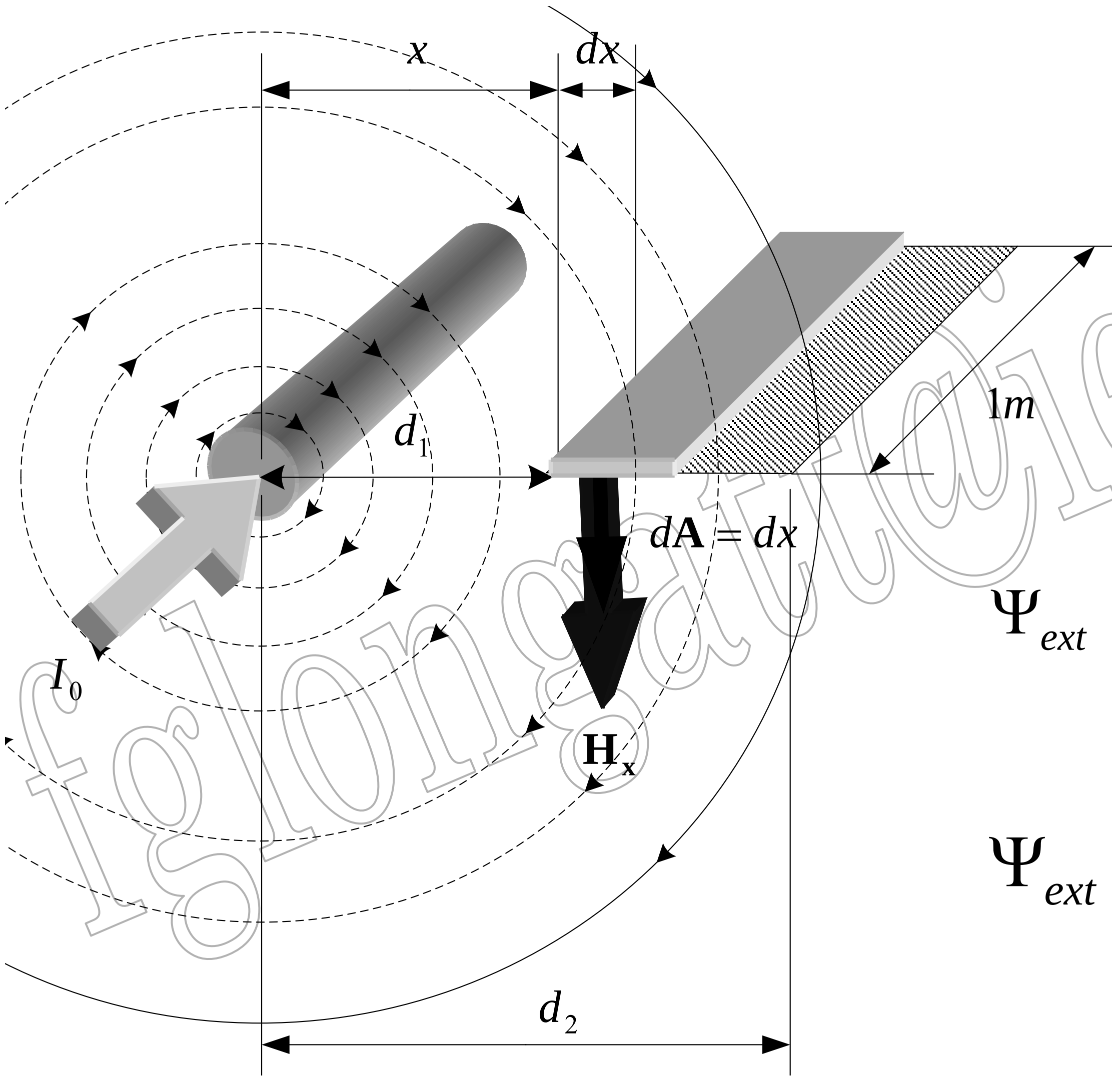
$$|\mathbf{H_x}| = \frac{I_0}{2\pi x} \qquad (x > R)$$

$$\mathbf{B_x} = \mu\mathbf{H_x}$$

$$|\mathbf{B_x}| = \frac{\mu I_0}{2\pi x} \quad \text{para } x > R$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.2. Enlaces de Flujo entre Dos Puntos Externos a Un Conductor Aislado



$$|d\mathbf{A}| = dx$$

$$d\phi_b = \frac{\mu I_0 dx}{2\pi x}$$

$$d\Psi = \frac{\mu I_0 dx}{2\pi x}$$

$$\Psi_{ext} = \mu I_0 \int_{x=d_1}^{x=d_2} \frac{dx}{x}$$

$$\Psi_{ext} = 2.10^{-7} I_0 Ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.2. Enlaces de Flujo entre Dos Puntos Externos a Un Conductor Aislado

- Recurriendo a la definición de inductancia resulta

$$L_{ext} = \frac{\Psi_{ext}}{I_0}$$

$$L_{ext} = 2.10^{-7} Ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) \quad \text{[Hy/m]}$$

$$L_{ext} = 0.7411 Log_{10}\left(\frac{d_2}{d_1}\right) \quad \text{[mHy/milla]}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org