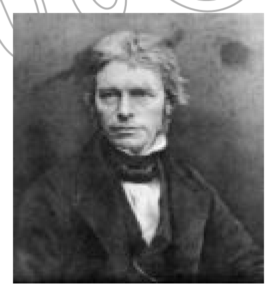
Capitulo 3
Parámetro Capacitivo de Líneas de Transmisión
Parte 1

Prof. Francisco M. Gonzalez-Longatt
fglongatt@ieee.org
http://www.giaelec.org/fglongatt/LT.htm

1. Definición de Capacitancia

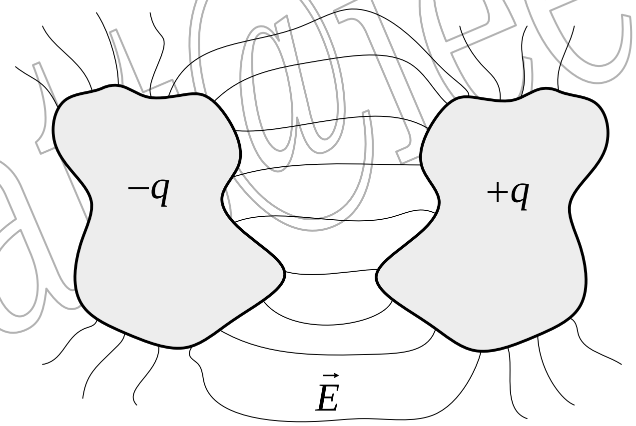
- Los efectos de la carga eléctrica sobre la materia son muy importante en la predicción del comportamiento de los cuerpos que forman parte de la naturaleza y en especial de los fenómenos eléctricos.
- En principios la capacitancia fue estudiada por el gran científico inglés *Michael Faraday* (1791-1967).



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Definición de Capacitancia

- Detectando que esta es una característica eléctrica muy especifica originada cuando dos conductores aislados A y B con cargas iguales en magnitud pero de polaridades antagónicas se encuentran separadas una distancia fija.



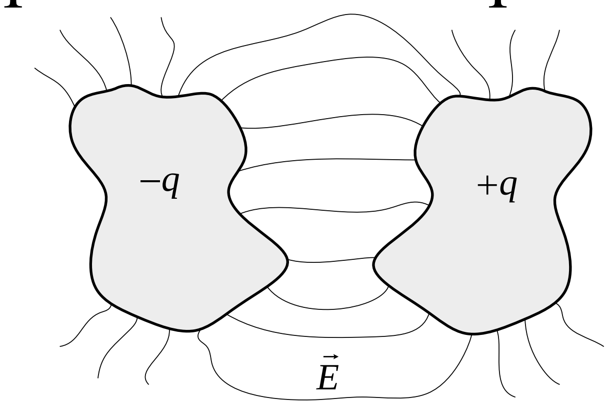
- La configuración anterior recibe el nombre de *capacitor* y la característica eléctrica que la representa recibe el nombre de *capacitancia*.

1. Definición de Capacitancia

- En general para un capacitor como el antes descrito, donde cada cuerpo adquiere una carga de magnitud q, pero de signos contrarios, posee una capacitancia que puede ser representada operacionalmente como:

$$C = \frac{q}{V}$$

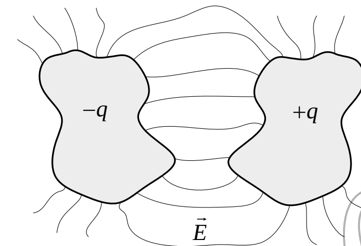
- V: el potencial eléctrico del capacitor cuando posee una carga q.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Definición de Capacitancia

$$C = \frac{q}{V}$$



- La capacitancia de una capacitor cuya configuración no varíe, es una constante independiente de la diferencia de potencial y la carga (*V* y *q* respectivamente).
- La unidad de la capacitancia recibe el nombre de Faradio, en honor al científico inglés Michael Faraday.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Definición de Capacitancia

- El efecto de la capacitancia se hace especialmente marcado, en el caso de las líneas de transmisión con longitudes mayores a los 240 Km., considerándose largas a estas líneas; pero en alta tensión y extra alta tensión la capacitancia de hace más que perceptible.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Definición de Capacitancia

- La capacitancia en las líneas de transmisión largas, ocasionan efectos muy variados desde las caídas de tensión debido a las corrientes que circulan por la capacitancia en derivación, afecta el rendimiento de la línea, modifica factor de potencia entre los extremos de la línea, y por último, la capacitancia puede jugar un papel fundamental en la estabilidad del sistema de potencia.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

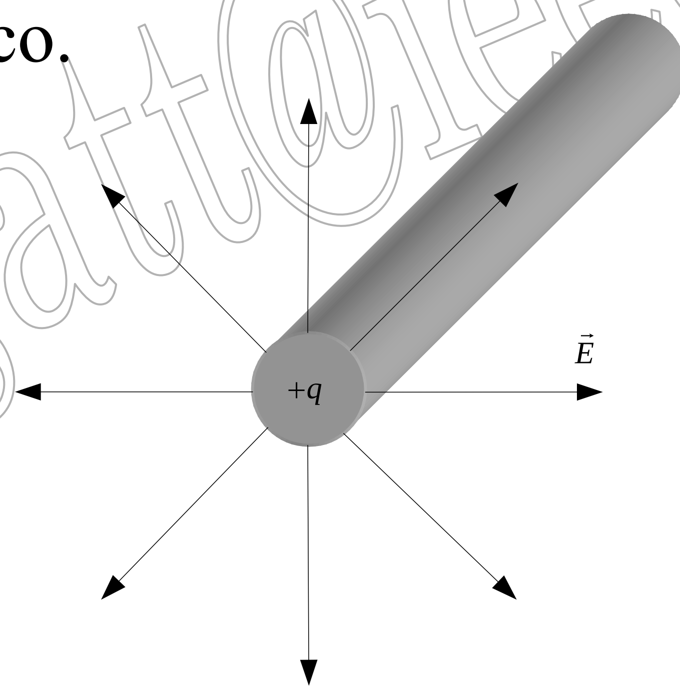
1. Definición de Capacitancia

- Un análisis físico de la capacitancia, permite inferir que su valor depende de la *geometría del dispositivo* y del *medio dieléctrico* que separa los cuerpos que lo conforman.
- El efecto capacitivo, se encuentra presente en muchos elementos de la naturaleza (nubes y tierra; cuerpos conductores, etc.), y las líneas de transmisión de potencia no escapan a este efecto.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Campo Eléctrico de un Conductor Recto de Gran Longitud

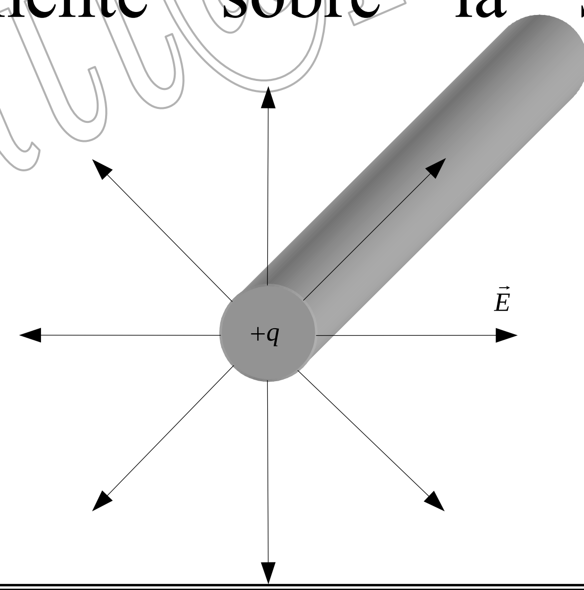
- Imagínese un conductor cilíndrico recto, infinitamente largo, el cual se encuentra situado en un medio uniforme, (por ejemplo el aire), y a una distancia muy grande de cualquier otra fuente externa de campo eléctrico.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Campo Eléctrico de un Conductor Recto de Gran Longitud

- Suponiendo que el conductor posee una carga positiva (q) distribuida uniformemente en todo la longitud del conductor, y que además se encuentra aislada de cualquier otro manantial de carga, bajo esta suposición y como es conocido la carga eléctrica se reparte uniformemente sobre la superficie del material conductor.



2. Campo Eléctrico de un Conductor Recto de Gran Longitud

- La carga repartida sobre la superficie del conductor engendra en el espacio alrededor del mismo un cierto campo eléctrico, cuyas *líneas de campo son radiales extendiéndose hacia el exterior del material conductor*.
- El campo eléctrico, es un campo vectorial, al cual se le puede definir una cierta cantidad escalar denominada *flujo de campo eléctrico*, siendo numéricamente igual al número de Coulomb por unidad de superficie (metros cuadrados por ejemplo).

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Campo Eléctrico de un Conductor Recto de Gran Longitud

- El flujo de campo eléctrico (Φ) puede ser estudiado sencillamente por medio de la aplicación de la *Ley de Gauss*:

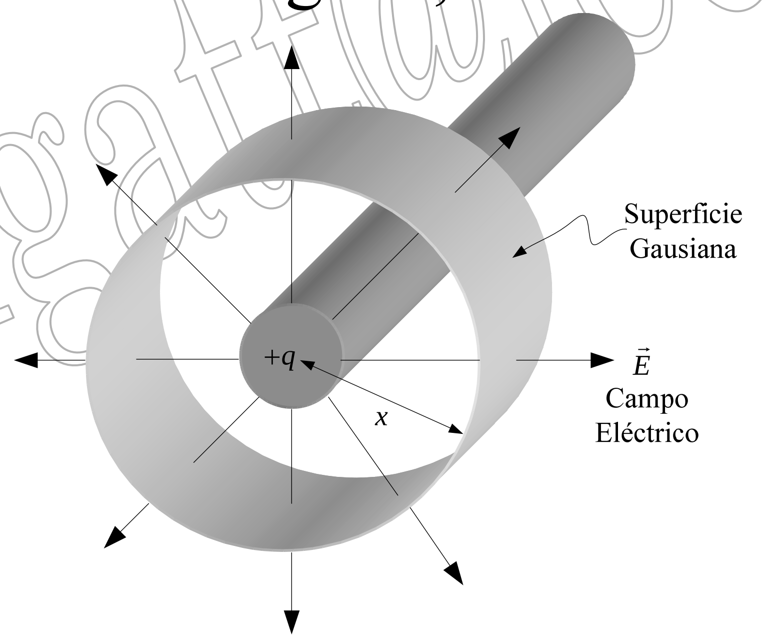
$$\Phi_e = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$$

- siendo la integral planteada en esta ley, una integral de superficie, que infiere la existencia de una supuesta e hipotética superficie que rodea el cuerpo bajo estudio, dicha figura recibe el nombre de *superficie Gaussiana*.
- La ley de Gauss establece que el flujo de campo eléctrico que atraviesa dicha superficie Gaussiana depende de la carga eléctrica encerrada por la misma (q).

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Campo Eléctrico de un Conductor Recto de Gran Longitud

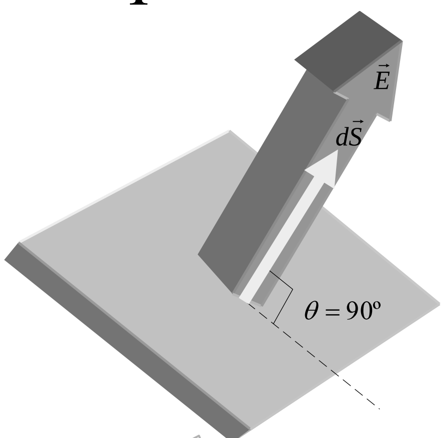
- Se puede aplicar la *Ley de Gauss*, por simetría de los cuerpos, se toma como superficie Gaussiana un supuesto cilindro concéntrico al cilindro recto conductor cargado, paro con un radio *x*, mayor al radio del cilindro cargado; entonces por la ley de Gauss:



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Campo Eléctrico de un Conductor Recto de Gran Longitud

- Aplicando la definición matemática del producto punto entre dos vectores resulta:



$$\Phi_e = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$$

$$\Phi_e = \oint_S \left|\vec{D}\right|\left|d\vec{S}\right| \cos\theta = q$$

- siendo *q* el ángulo entre el vector densidad de campo eléctrico (*D*) y el diferencial de superficie (*dS*) sobre el cilindro hipotético Gaussiano.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Campo Eléctrico de un Conductor Recto de Gran Longitud

$$\Phi_e = \left|\vec{D}\right| 2\pi x L = q$$

- Si se asume que se desea estimar el campo eléctrico por unidad de longitud, tómese por metro, ($L = 1$ metro):

$$\left|\vec{D}\right| = \frac{q}{2\pi x} \quad \text{[Coulomb/m]}$$

- como se conoce la densidad de campo eléctrico (D) guarda una relación constante con el vector densidad de campo eléctrico (E):

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Campo Eléctrico de un Conductor Recto de Gran Longitud

- Siendo ε la *permitividad del medio*, la cual guarda una relación:

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 \qquad \begin{cases} \varepsilon_0 = 8.854.10^{12} & \text{Faradio/m} \\ \varepsilon_r = 1 \end{cases}$$

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1.00554$$

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{q}{2\pi\varepsilon x} \quad \text{Volt/m}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3. Diferencia de Potencial entre Dos Puntos Externos, debido a una Carga

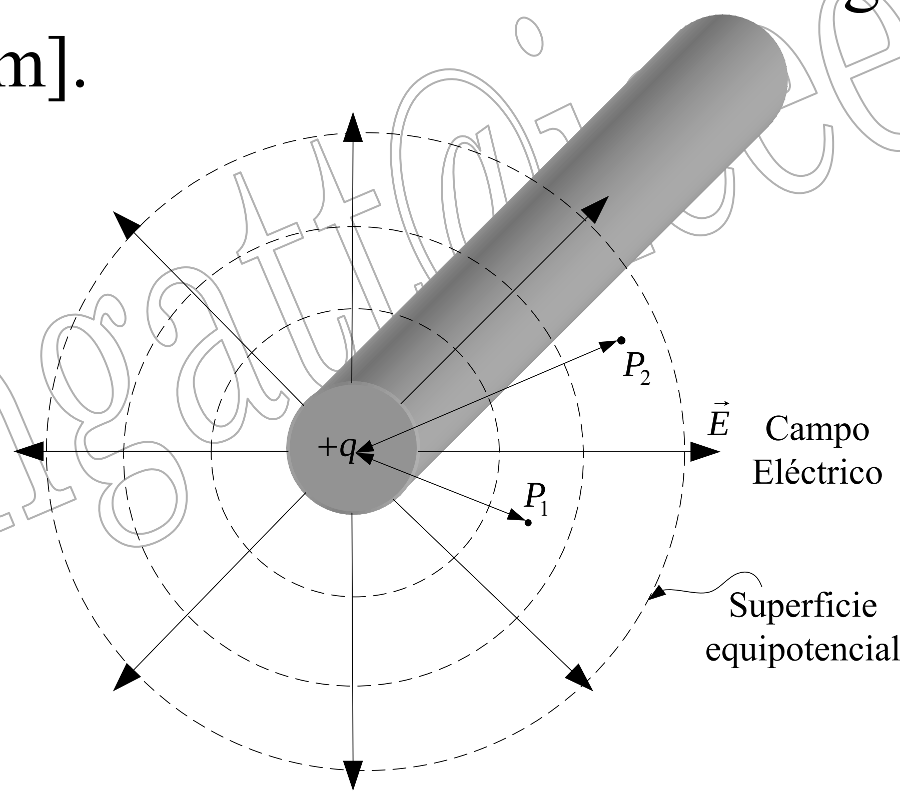
- El potencial eléctrico, es un concepto que se encuentra estrechamente relacionado con el concepto de trabajo y energía. Se suele definir la diferencia de potencial entre dos (02) puntos como la cantidad de energía necesaria para desplazar una carga de prueba positiva (q_0) entre dos puntos (P_1 a P_2), y como el trabajo es numéricamente igual a la energía, se acostumbra definirla la diferencia de potencial en función del trabajo.

$$V_2 - V_1 = -\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{L}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3. Diferencia de Potencial entre Dos Puntos Externos, debido a una Carga

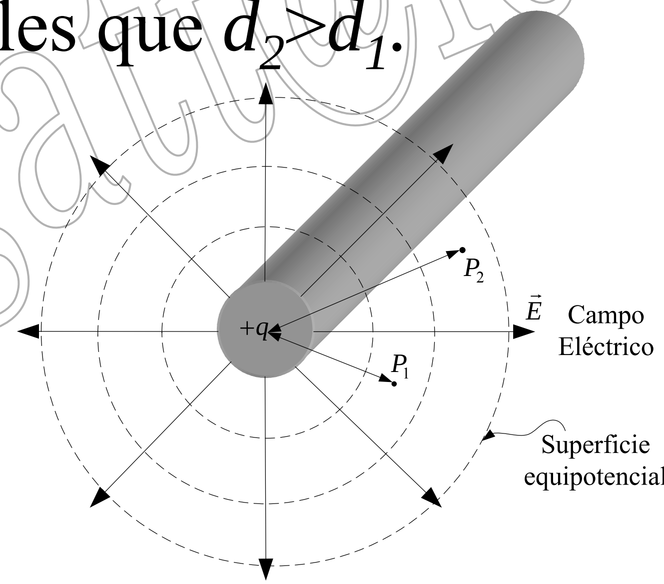
- Imagínese un cierto conductor cilíndrico recto, infinitamente largo, sobre el cual se distribuye uniformemente lineal una cierta carga positiva q [Coulomb/m].



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3. Diferencia de Potencial entre Dos Puntos Externos, debido a una Carga

- Ahora imagínese dos (02) puntos externos al cilindro recto conductor cargado, definidos como "P_1" a una distancia d_1, medida radialmente del centro del conductor y otro cierto punto "P_2" a una distancia d_2 medida radialmente del centro del conductor, y las distancias son tales que $d_2 > d_1$.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3. Diferencia de Potencial entre Dos Puntos Externos, debido a una Carga

- Supóngase de manera unánime, que se presenta un desplazamiento entre el punto "P_1" y "P_2", pero se escoge como trayectoria, por simplicidad un recorrido radial entre las superficies que delimitan igual potencial (equipotencial).

$$V_2 - V_1 = -\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{L}$$

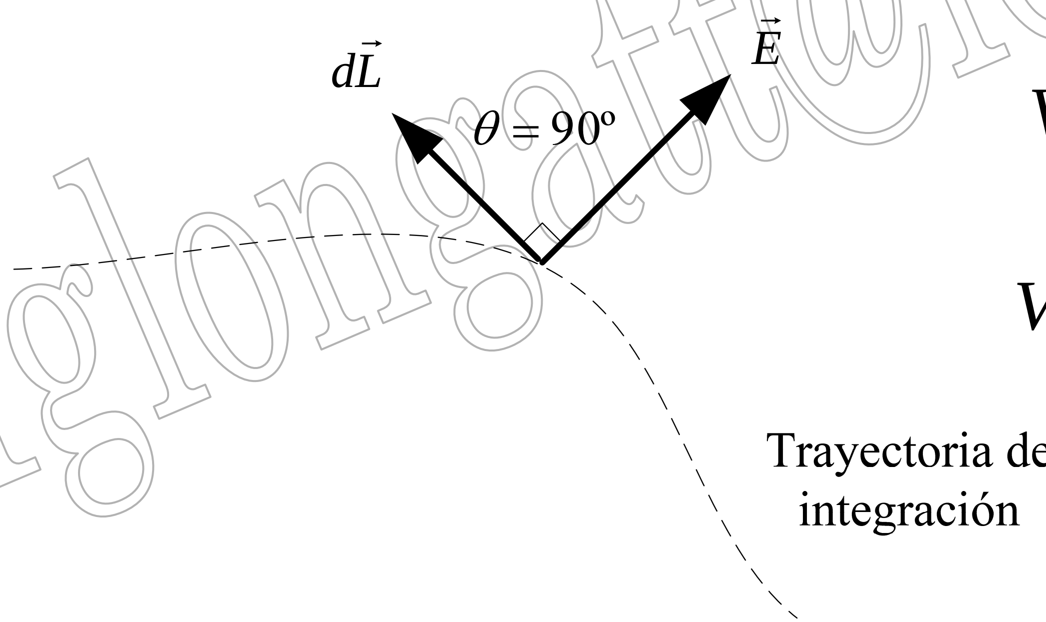
$$\left|\vec{E}\right| = \frac{q}{2\pi\varepsilon x}$$

$$V_2 - V_1 = -\int_1^2 \left|\vec{E}\right| \left|d\vec{L}\right| \cos\theta$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3. Diferencia de Potencial entre Dos Puntos Externos, debido a una Carga

- siendo *q* el ángulo medido entre el campo eléctrico (*E*) y el diferencial de longitud (d*L*) sobre la trayectoria de integración, debido a la simplicidad de la trayectoria tomada este ángulo siempre es de cero (0º) grados, por lo que su coseno es máximo.



$$V_2 - V_1 = -\int_1^2 \left|\vec{E}\right|\left|d\vec{L}\right|$$

$$V_2 - V_1 = -\int_1^2 \frac{q}{2\pi\varepsilon x}\left|d\vec{L}\right|$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3. Diferencia de Potencial entre Dos Puntos Externos, debido a una Carga

- Si se toma que el diferencial de longitud en el sentido de la trayectoria se denomina convenientemente *dx*, por el sentido mismo de la trayectoria, resulta

$$V_2 - V_1 = -\int_1^2 \frac{q\,dx}{2\pi\varepsilon x}$$

$$V_2 - V_1 = -\frac{q}{2\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3. Diferencia de Potencial entre Dos Puntos Externos, debido a una Carga

- La expresión:

$$V_2 - V_1 = -\frac{q}{2\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)$$

- Puede ser modificada reordenando los términos:

$$V_1 - V_2 = \frac{q}{2\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3. Diferencia de Potencial entre Dos Puntos Externos, debido a una Carga

- Se observa fácilmente que cumple:

$$V_1 - V_2 > 0$$

$$\frac{q}{2\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) > 0$$

$$\frac{d_2}{d_1} > 1$$

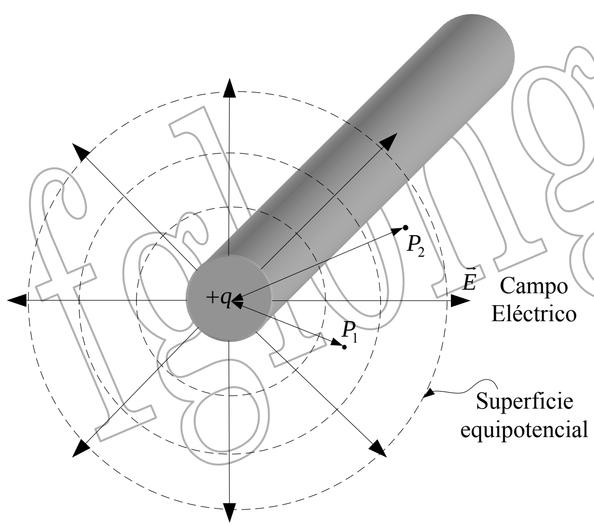
$$d_2 > d_1$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3. Diferencia de Potencial entre Dos Puntos Externos, debido a una Carga

- De tal modo que resulta simple decir que:

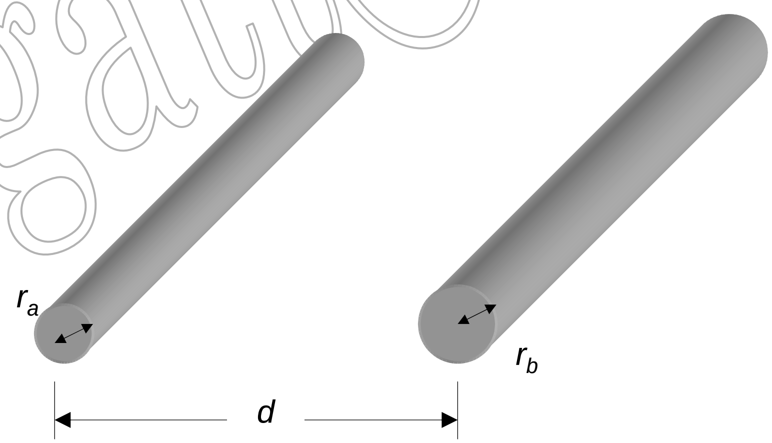
$$V_1 - V_2 = \frac{q}{2\pi\varepsilon} \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)$$



$$\int_2^1 dV = V_1 - V_2 = -\int_2^1 \frac{q\,dx}{2\pi\varepsilon x}$$

4. Capacitancia de una Línea Bifilar Monofásica

- Imagínese una línea bifilar, que como su nombre indica consta de dos (02) conductores paralelos, cilíndricos, rectos de longitud muy grande radios r_a y r_b respectivamente, los cuales se encuentran separados una distancia d, tal que es mucho mayor que cualquiera de los radios ($d >> r_a$, r_b).



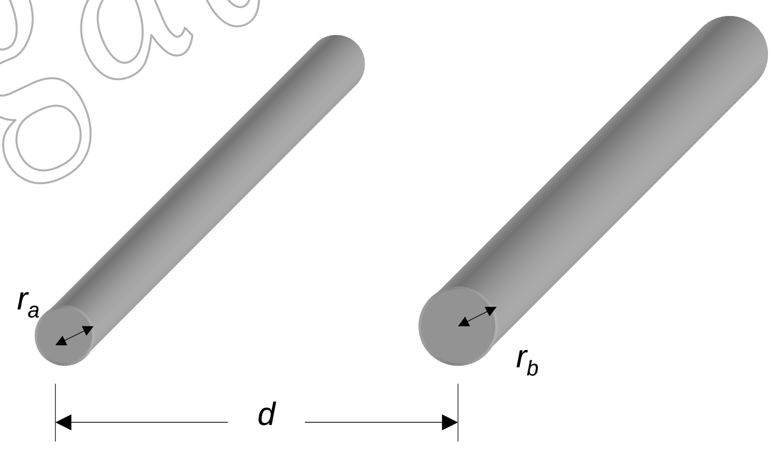
Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Capacitancia de una Línea Bifilar Monofásica

- La capacitancia que se establece entre dos (02) conductores de una línea bifilar queda definida por:

$$C_{ab} = \frac{q}{V_{ab}}$$

- siendo la carga de la línea (q) y V_{ab} la diferencia de potencial entre los conductores que conforman la línea.



4. Capacitancia de una Línea Bifilar Monofásica

- En el estudio de la capacitancia de una línea bifilar se debe estudiar ambos conductores actuando conjuntamente.
- Considérese inicialmente el conductor "A", y la diferencia de potencial que ocasiona su carga eléctrica en los puntos hasta el otro conductor:

$$V_{abA} = \frac{q_a}{2\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{d}{r_a}\right)$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Capacitancia de una Línea Bifilar Monofásica

- de manera análoga la diferencia de potencial que produce el conductor "B" es:

$$V_{abB} = \frac{q_b}{2\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{r_b}{d}\right)$$

- finalmente la diferencia de potencia entre los conductores de las líneas de transmisión queda estimada:

$$V_{ab} = V_{abA} + V_{abB}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Capacitancia de una Línea Bifilar Monofásica

- Si se supone, que la carga en una línea bifilar cumple que:

$$q_b = -q_a = q$$

- entonces se puede agrupar y aplicando propiedades de logaritmos:

$$V_{ab} = \frac{q}{2\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{d^2}{r_a r_b}\right)$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Capacitancia de una Línea Bifilar Monofásica

- Si se suponen que los radios de los conductores son iguales, lo cual es una suposición cierta en la mayoría de las líneas de transporte bifilar, entonces:

$$r_b = r_a = r$$

$$V_{ab} = \frac{q}{\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{d}{r}\right)$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Capacitancia de una Línea Bifilar Monofásica

- Aplicando la definición de capacitancia, resulta:

$$C_{ab} = \frac{q}{V_{ab}}$$

$$\boxed{C_{ab} = \frac{\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{d}{r}\right)}}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Capacitancia de una Línea Bifilar Monofásica

- Sustituyendo los valores de las constantes en las unidades apropiada resulta:

$$C_{ab} = \frac{0.04473}{\ln\left(\dfrac{d}{r}\right)} \quad [\mu\text{Faradio/milla}]$$

$$C_{ab} = \frac{0.0278}{\ln\left(\dfrac{d}{r}\right)} \quad [\mu\text{Faradio/Km}]$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Capacitancia de una Línea Bifilar Monofásica

- Es importante señalar que la capacitancia encontrada, se refiere a la que se establece respecto a los dos (02) conductores, pero en ciertas situaciones se requiere determinar la capacidad a un punto neutro.

$$C_{ab} = \frac{q_a}{V_{an}}$$

$$C_{ab} = \frac{q_a}{\left(\frac{V_{ab}}{2}\right)}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Capacitancia de una Línea Bifilar Monofásica

- Finalmente resulta:

$$C_{an} = 2C_{ab}$$

- Entonces se obtiene:

$$C_{an} = \frac{0.08947}{\ln\left(\frac{d}{r}\right)} \quad [\mu\text{Faradio/milla}]$$

$$C_{an} = \frac{0.0556}{\ln\left(\frac{d}{r}\right)} \quad [\mu\text{Faradio/Km}]$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Reactancia Capacitiva de Conductor y Neutro

- La reactancia capacitiva de una línea de transmisión, queda igualmente definida, al caso de un capacitor rudimentario, es decir:

$$X_c = \frac{1}{\omega C}$$

- siendo *w* la frecuencia angular (en radianes por segundo) de la señal de tensión, que se suele definir como 2p*f* (*f* es la frecuencia en Hertz).

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Reactancia Capacitiva de Conductor y Neutro

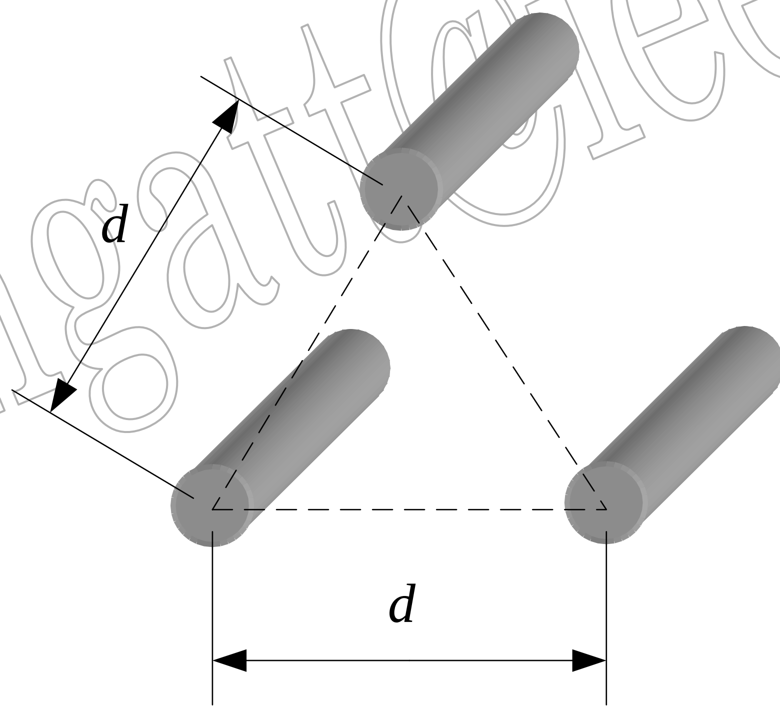
$$X_{cn} = \frac{1.779 \times 10^{6}}{f} Ln\left(\frac{d}{r}\right) \quad [\Omega\text{-milla}]$$

$$X_{c} = \frac{2.862 \times 10^{9}}{f} Ln\left(\frac{d}{r}\right) \quad [\Omega\text{-m}]$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

5. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica en Disposición de Triángulo Equilátero

- Imagínese una línea de transmisión trifásica, cuyos conductores se colocan en los vértices de un triángulo equilátero de lado *d*, y en donde todos los conductores de fase, poseen igual radio *r*.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

5. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica en Disposición de Triángulo Equilátero

- En este sistema trifásico se asume balanceado y simétrico, de manera que en todo momento se satisface la sumatoria de la carga instantánea de cada conductor es nula:

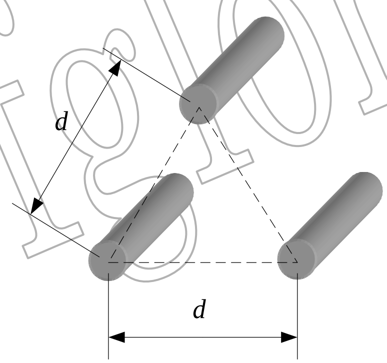
$$\sum_{j=1}^{j=3} q_j = 0 \qquad q_a + q_b + q_c = 0$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

5. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica en Disposición de Triángulo Equilátero

- La tensión que se establece entre dos (02) de los conductores cualquiera de fase debido a la interacción de los campos eléctricos originados por los tres conductores puede ser escrito por:

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left[q_a \ln\left(\frac{d}{r}\right) + q_b \ln\left(\frac{r}{d}\right) + q_c \ln\left(\frac{d}{d}\right)\right]$$



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

5. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica en Disposición de Triángulo Equilátero

- De manera semejante para el esto de las interacciones se deduce:

$$V_{bc} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left[q_a \ln\left(\frac{d}{d}\right) + q_b \ln\left(\frac{d}{r}\right) + q_c \ln\left(\frac{r}{d}\right)\right]$$

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left[q_a \ln\left(\frac{d}{r}\right) + q_b \ln\left(\frac{r}{d}\right) + q_c \ln\left(\frac{d}{d}\right)\right]$$

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left[q_a \ln\left(\frac{d}{r}\right) + q_b \ln\left(\frac{d}{d}\right) + q_c \ln\left(\frac{r}{d}\right)\right]$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

5. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica en Disposición de Triángulo Equilátero

- Sumando dos ecuaciones resulta:

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left[q_a \ln\left(\frac{d}{r}\right) + (q_b + q_c)\ln\left(\frac{r}{d}\right)\right]$$

- por la suposición inicial que la carga instantánea repartida sobre los conductores en todo momento suma cero se tiene:

$$q_a + q_b + q_c = 0 \qquad q_b + q_c = -q_a$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

5. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica en Disposición de Triángulo Equilátero

- sustituyendo en la ecuación antes escrita:

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{q_a}{2\pi\varepsilon} \ln\left(\frac{d}{r}\right)^3$$

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{3q_a}{2\pi\varepsilon} \ln\left(\frac{d}{r}\right)$$

- aplicando propiedades de números complejos a los tres (03) fasores de tensión trifásicos resulta:

$$V_{ab} + V_{ac} = \sqrt{3}V_{an}\angle 30^{o} + \sqrt{3}V_{an}\angle -30^{o}$$

5. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica en Disposición de Triángulo Equilátero

$$3V_{an} = \frac{3q_a}{2\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{d}{r}\right)$$

$$V_{an} = \frac{q_a}{2\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{d}{r}\right)$$

- por último aplicando la definición de capacitancia resulta:

$$C_{an} = \frac{q_a}{V_{an}}$$

$$C_{an} = \frac{0.08947}{\ln\left(\frac{d}{r}\right)}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

6. Corriente de Descarga de la Línea (*Descharge Current*)

- La capacitancia de la línea de transmisión posee asociada una cierta corriente de carga, que corresponde al flujo de carga que se produce cuando en cualquier punto de las líneas una variación de la tensión.
- La corriente de carga o descarga de la línea de transmisión posee la misma frecuencia de la tensión aplicada y además adelanta en noventa (90º) grados eléctricos a la tensión.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

6. Corriente de Descarga de la Línea (*Descharge Current*)

- La corriente de carga (I_{chg}) de un circuito monofásico, esta equivale al producto de la tensión entre los conductores por la suceptancia entre ellos,

$$I_{chg} = j\omega C_{ab} V_{ab}$$

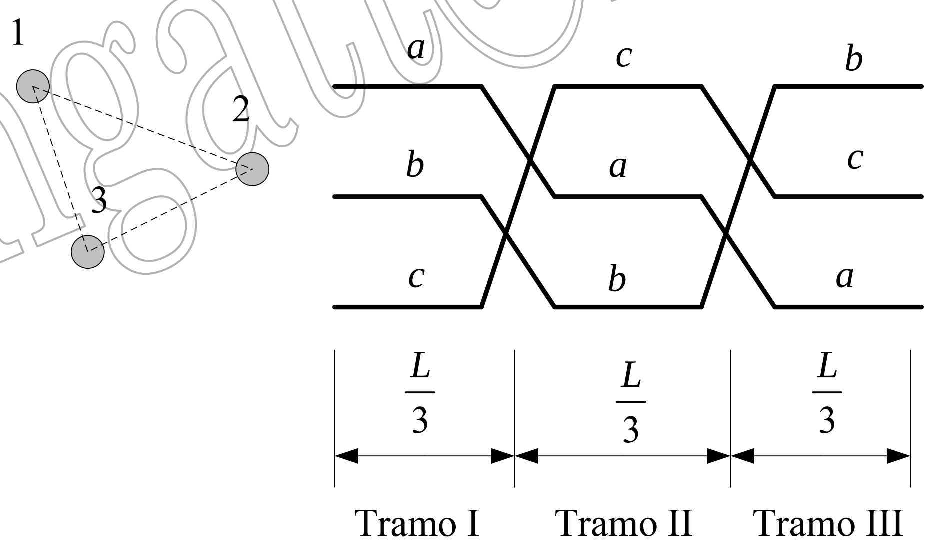
- Para el caso de una línea de transmisión trifásica, la corriente de carga queda descrita por como la tensión de fase por la susceptancia de fase de la línea:

$$I_{chg} = j\omega C_{an} V_{an}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

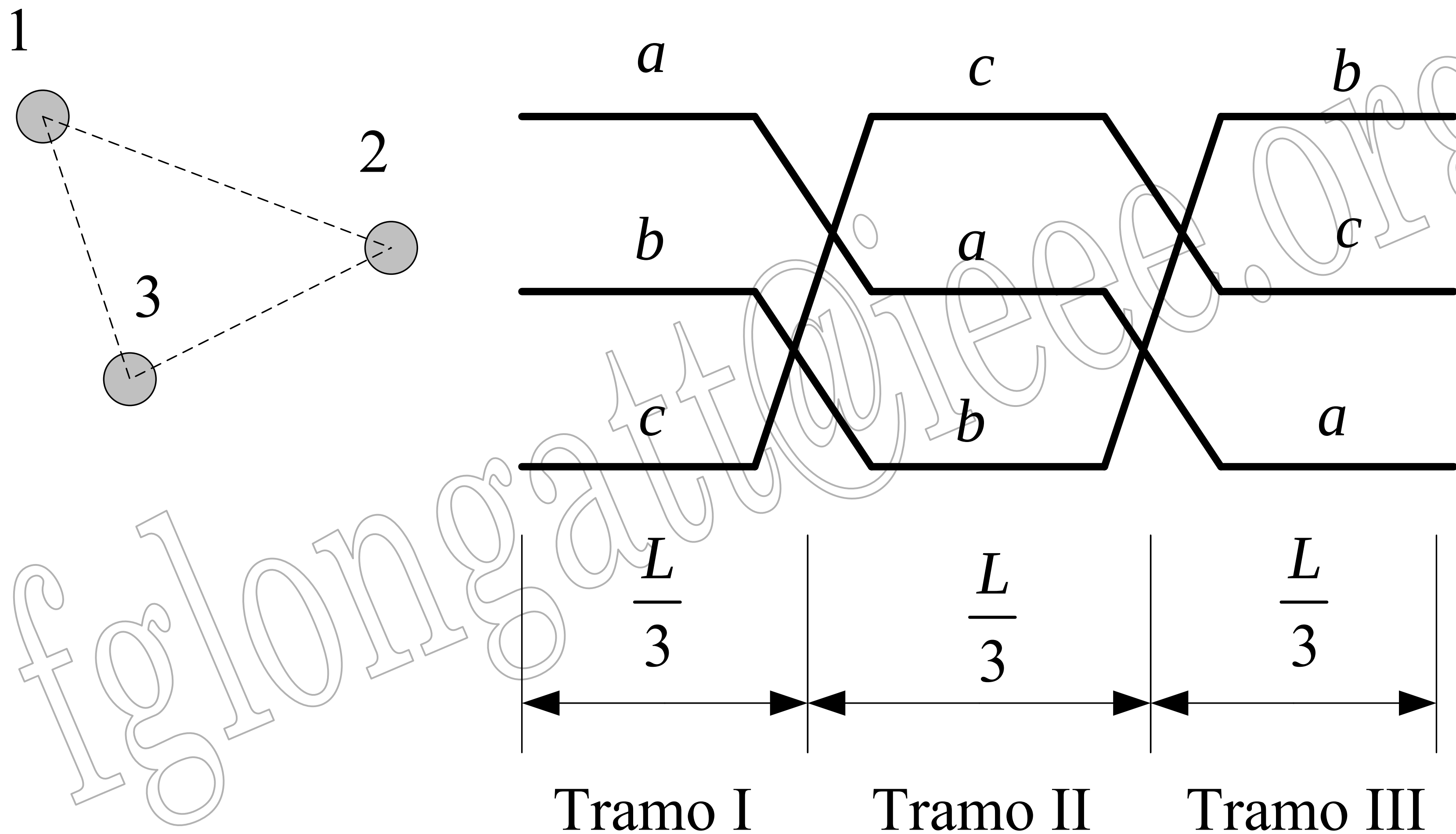
7. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica con disposición Asimétrica

- En una línea de transmisión trifásica con disposición asimétrica, la capacitancia por fase con respecto al neutro es diferente. Si la línea es transpuesta la capacitancia media de una fase es igual en todos los puntos de la transposición, ya que el conductor ocupa todas las posiciones de los otros conductores.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

7. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica con disposición Asimétrica



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

7. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica con disposición Asimétrica

- En la realidad práctica las líneas no son transpuestas, pero la asimetría que se genera es pequeña, de modo que para los cálculos se puede realizar suponiendo una transposición perfecta. Se procede al calculo de la tensión entre las fases *a* y *b* en cada uno de los tramos de transposición resultando.

$$V_{ab}^{TramoI} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \ln\left(\frac{d_{12}}{R}\right) + q_b \ln\left(\frac{R}{d_{21}}\right) + q_c \ln\left(\frac{d_{23}}{d_{31}}\right)\right)$$

$$V_{ab}^{TramoII} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \ln\left(\frac{d_{23}}{R}\right) + q_b \ln\left(\frac{R}{d_{23}}\right) + q_c \ln\left(\frac{d_{31}}{d_{12}}\right)\right)$$

$$V_{ab}^{TramoIII} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \ln\left(\frac{d_{31}}{R}\right) + q_b \ln\left(\frac{R}{d_{31}}\right) + q_c \ln\left(\frac{d_{12}}{d_{23}}\right)\right)$$

7. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica con disposición Asimétrica

$$V_{ab}^{TramoI} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \ln\left(\frac{d_{12}}{R}\right) + q_b \ln\left(\frac{R}{d_{21}}\right) + q_c \ln\left(\frac{d_{23}}{d_{31}}\right)\right)$$

$$V_{ab}^{TramoII} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \ln\left(\frac{d_{23}}{R}\right) + q_b \ln\left(\frac{R}{d_{23}}\right) + q_c \ln\left(\frac{d_{31}}{d_{12}}\right)\right)$$

$$V_{ab}^{TramoIII} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \ln\left(\frac{d_{31}}{R}\right) + q_b \ln\left(\frac{R}{d_{31}}\right) + q_c \ln\left(\frac{d_{12}}{d_{23}}\right)\right)$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

7. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica con disposición Asimétrica

- **NOTA:** Se supone que la caída de tensión a lo largo de la línea es despreciable; se supondrá que la carga del conductor por unidad de longitud es igual en los diferentes tramos de transposición por lo que la tensión entre conductores son diferentes:

$$V_{ab} = \frac{\left(V_{ab}^{TramoI} + V_{ab}^{TramoII} + V_{ab}^{TramoIII}\right)}{3}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

7. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica con disposición Asimétrica

- Sustituyendo resulta:

$$V_{ab} = \frac{1}{3}\frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \ln\left(\frac{d_{12}d_{23}d_{13}}{R^3}\right) + q_b \ln\left(\frac{R^3}{d_{12}d_{23}d_{13}}\right) + q_c \ln\left(\frac{d_{12}d_{23}d_{31}}{d_{12}d_{23}d_{31}}\right)\right)$$

$$DMG = \sqrt[3]{d_{12}d_{23}d_{31}}$$

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \ln\left(\frac{DMG}{R}\right) + q_b \ln\left(\frac{R}{DMG}\right)\right)$$

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(q_a \ln\left(\frac{DMG}{R}\right) + q_C \ln\left(\frac{R}{DMG}\right)\right)$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

7. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica con disposición Asimétrica

- sumando las ecuaciones:

$$V_{ac}+V_{ab}=\frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(2q_a\ln\left(\frac{DMG}{R}\right)+\left(q_b+q_C\right)\ln\left(\frac{R}{DMG}\right)\right)$$

$$\begin{cases} -q_a=q_b+q_c \\ V_{ab}+V_{ac}=3V_{an} \end{cases}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

7. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica con disposición Asimétrica

$$3V_{an} = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\left(2q_a Ln\left(\frac{DMG}{R}\right) - q_a Ln\left(\frac{R}{DMG}\right)\right)$$

- y la capacitancia resulta:

$$C_{an} = \frac{q_a}{V_{an}}$$

$$C_{an} = \frac{2\pi\varepsilon}{Ln\left(\frac{DMG}{R}\right)}$$

7. Capacitancia de una Línea de Transmisión Trifásica con disposición Asimétrica

$$C_{an} = \frac{2\pi\varepsilon}{Ln\left(\frac{DMG}{R}\right)}$$

$$DMG = \sqrt[3]{d_{12}d_{23}d_{31}}$$