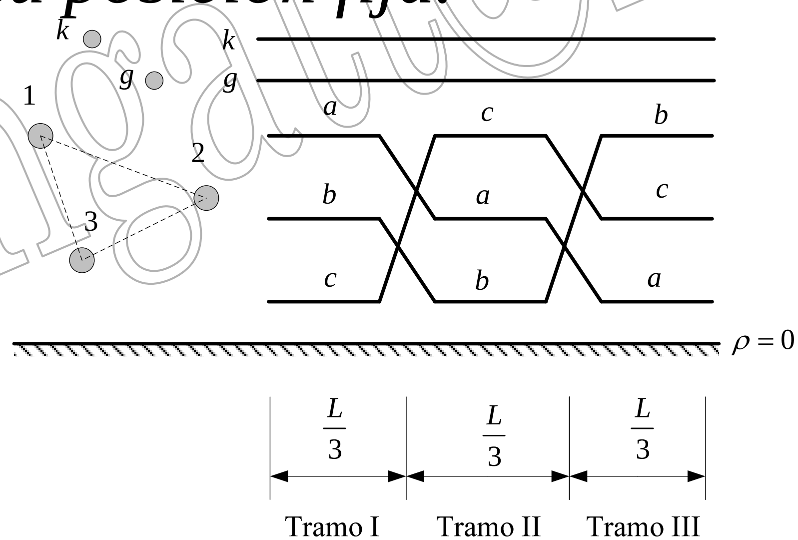
Capitulo 3
Parámetro Capacitivo de Líneas de Transmisión
Parte 3

Prof. Francisco M. Gonzalez-Longatt
fglongatt@ieee.org
http://www.giaelec.org/fglongatt/LT.htm

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- El tipo de transposición que tiene lugar en la práctica, es que los cables de fase cambian de posición en la estructura a lo largo del trayecto a intervalos de longitud simétricos, pero *los cables de guarda para poder cumplir con su efecto de protección, deben mantener su posición fija.*



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- Como ya se ha demostrado en el caso de la línea trifásica transpuesta con efecto de tierra, el efecto de la transposición es promediar los valores de la diagonal principal y fuera de la diagonal principal de la *matriz de potenciales de Maxwell*.
- En este caso el cable de guarda se encuentra fijo y el valor promedio de los $[B_{fg}]$ es diferente del promedio de loa B_{ij} $(i \neq j)$ de los conductores de fase.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- De modo que se puede definir los valores promedios diferentes para los conductores de fase y para el cable de guarda.

$$[B]_{fg} = \left[\begin{array}{ccc:c} B_{pf} & B_{mf} & B_{mf} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{pf} & B_{mf} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{mf} & B_{pf} & B_{fg} \\ \hdashline B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} & B_{pg} \end{array}\right]$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

donde se cumple:

$$\begin{cases} B_{pg} = \ln\left(\dfrac{HPG_g}{R_g}\right) \\ B_{fg} = \ln\left(\dfrac{HMG_g}{DMG_g}\right) \end{cases} \qquad \begin{cases} B_{pf} = \ln\left(\dfrac{HPG_f}{R_f}\right) \\ B_{mf} = \ln\left(\dfrac{HMG_f}{DMG_f}\right) \end{cases}$$

Elementos de Guarda — Elementos de Fase

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

$$\begin{cases} B_{pg} = \ln\left(\dfrac{HPG_g}{R_g}\right) \\ B_{fg} = \ln\left(\dfrac{HMG_g}{DMG_g}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} B_{pf} = \ln\left(\dfrac{HPG_f}{R_f}\right) \\ B_{mf} = \ln\left(\dfrac{HMG_f}{DMG_f}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} HPG_g = H_{gg} \\ HMG_g = \sqrt[3]{H_{ag}H_{bg}H_{cg}} \\ DMG_g = \sqrt[3]{d_{ag}d_{bg}d_{cg}} \end{cases}$$

Elementos de Guarda

$$\begin{cases} HPG_f = \sqrt[3]{H_{aa}H_{bb}H_{cc}} \\ HMG_f = \sqrt[3]{H_{ab}H_{bc}H_{ac}} \\ DMG_f = \sqrt[3]{d_{ab}d_{bc}d_{ac}} \end{cases}$$

Elementos de Fase

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- H_{ij} : distancias entre los conductores de fase y sus respectivas imágenes;
- H_{ig}: distancia entre los conductores de fase y la imagen del cable de guarda.
- d_{ij} : distancias entre los conductores de fase y
- d_{ig} : distancias entre con los cables de guarda.

$$HPG_g = H_{gg} \qquad HPG_f = \sqrt[3]{H_{aa}H_{bb}H_{cc}}$$

$$HMG_g = \sqrt[3]{H_{ag}H_{bg}H_{cg}} \qquad HMG_f = \sqrt[3]{H_{ab}H_{bc}H_{ac}}$$

$$DMG_g = \sqrt[3]{d_{ag}d_{bg}d_{cg}} \qquad DMG_f = \sqrt[3]{d_{ab}d_{bc}d_{ac}}$$

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- Si se aplica la reducción de Kron a esta matriz de potencial; de modo de obtener la matriz reducida 3x3.

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} B_{pf} & B_{mf} & B_{mf} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{pf} & B_{mf} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{mf} & B_{pf} & B_{fg} \\ B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} & B_{pg} \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{pf} & B_{mf} & B_{mf} \\ B_{mf} & B_{pf} & B_{mf} \\ B_{mf} & B_{mf} & B_{pf} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B_{fg} \\ B_{fg} \\ B_{fg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} \end{bmatrix} \frac{1}{B_{gg}}$$

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{pf} & B_{mf} & B_{mf} \\ B_{mf} & B_{pf} & B_{mf} \\ B_{mf} & B_{mf} & B_{pf} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B_{fg} \\ B_{fg} \\ B_{fg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} \end{bmatrix} \frac{1}{B_{gg}}$$

- Si se realiza el producto de la expresión

$$[B] = \begin{bmatrix} B_p & B_m & B_m \\ B_m & B_p & B_m \\ B_m & B_m & B_p \end{bmatrix}$$

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

$$[B]=\begin{bmatrix} B_p & B_m & B_m \\ B_m & B_p & B_m \\ B_m & B_m & B_p \end{bmatrix}$$

- donde los términos de la matriz quedan definidos como:

$$\begin{cases} B_p = B_{pf} - \dfrac{B_{fg}^2}{B_{pg}} \\ \\ B_m = B_{mf} - \dfrac{B_{fg}^2}{B_{pg}} \end{cases}$$

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- Bajo los términos anteriores queda definida la reactancia capacitiva de secuencia positiva ($X+$) como:

$$X^{+} = \frac{B_p - B_m}{j\omega 2\pi\varepsilon} = \frac{B_{pf} - B_{mf}}{j\omega 2\pi\varepsilon}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- LT TRIFASICA CON DOS CABLES DE GUARDA
- La matriz de potenciales de Maxwell; resulta de 5x5.

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} B_{aa} & B_{ab} & B_{ac} & B_{ak} & B_{ag} \\ & B_{bb} & B_{bc} & B_{bk} & B_{bg} \\ & & B_{cc} & B_{ck} & B_{cg} \\ & & & B_{kk} & B_{kg} \\ & & & & B_{gg} \end{bmatrix}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- Aplicando la transposición que se realiza un promedio de los elementos correspondientes a los cables de guarda.
- El promedio de B_{gk} y B_{kg} es el mismo valor.

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} B_{pf} & B_{mf} & B_{mf} & B_{fg} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{pf} & B_{mf} & B_{fg} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{mf} & B_{pf} & B_{fg} & B_{fg} \\ B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} & B_{pg} & B_{mg} \\ B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} & B_{mg} & B_{pg} \end{bmatrix}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

donde se cumple:

$$
\begin{cases}
B_{pg} = \ln\left(\dfrac{HPG_g}{R_g}\right) \\
B_{fg} = \ln\left(\dfrac{HMG_g}{DMG_g}\right) \\
B_{mg} = \ln\left(\dfrac{H_{gk}}{d_{gk}}\right)
\end{cases}
\qquad
\begin{cases}
B_{pf} = \ln\left(\dfrac{HPG_f}{R_f}\right) \\
B_{mf} = \ln\left(\dfrac{HMG_f}{DMG_f}\right)
\end{cases}
$$

Elementos de Guarda　　　　Elementos de Fase

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

donde se definen cada uno de los términos como sigue:

$$
\begin{cases}
HPG_g = \sqrt{H_{kk} H_{gg}} \\
HMG_g = \sqrt[6]{H_{ag} H_{bg} H_{cg} H_{ak} H_{bk} H_{ck}} \\
DMG_g = \sqrt[6]{d_{ag} d_{bg} d_{cg} d_{ak} d_{bk} d_{ck}}
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
HPG_f = \sqrt[3]{H_{aa} H_{bb} H_{cc}} \\
HMG_f = \sqrt[3]{H_{ab} H_{bc} H_{ac}} \\
DMG_f = \sqrt[3]{d_{ab} d_{bc} d_{ac}}
\end{cases}
$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- En forma más compacta:

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} [B]_{ff} & [B]_{fg} \\ [B]_{fg} & [B]_{gg} \end{bmatrix}$$

- Si se aplica la reducción de Kron, para obtener la matriz de potenciales de Maxwell reducida, se tiene:

$$[B] = [B]_{ff} - [B]_{fg}\left([B]_{gg}\right)^{-1}[B]_{fg}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- La matriz reducida queda de la forma:

$$[B]=\begin{bmatrix} B_p & B_m & B_m \\ B_m & B_p & B_m \\ B_m & B_m & B_p \end{bmatrix}$$

- Y en función de sus términos se puede escribir que:

$$\begin{cases} B_p = B_{pf} - \dfrac{2B_{fg}^2\left(B_{pg} - B_{mg}\right)}{B_{pg}^2 - B_{mg}^2} \\[2ex] B_m = B_{mf} - \dfrac{2B_{fg}^2\left(B_{pg} - B_{mg}\right)}{B_{pg}^2 - B_{mg}^2} \end{cases}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- La reactancia de secuencia positiva (X^{+}) resulta ser:

$$X^{+} = \frac{B_p - B_m}{j\omega 2\pi\varepsilon} = \frac{B_{pf} - B_{mf}}{j\omega 2\pi\varepsilon}$$

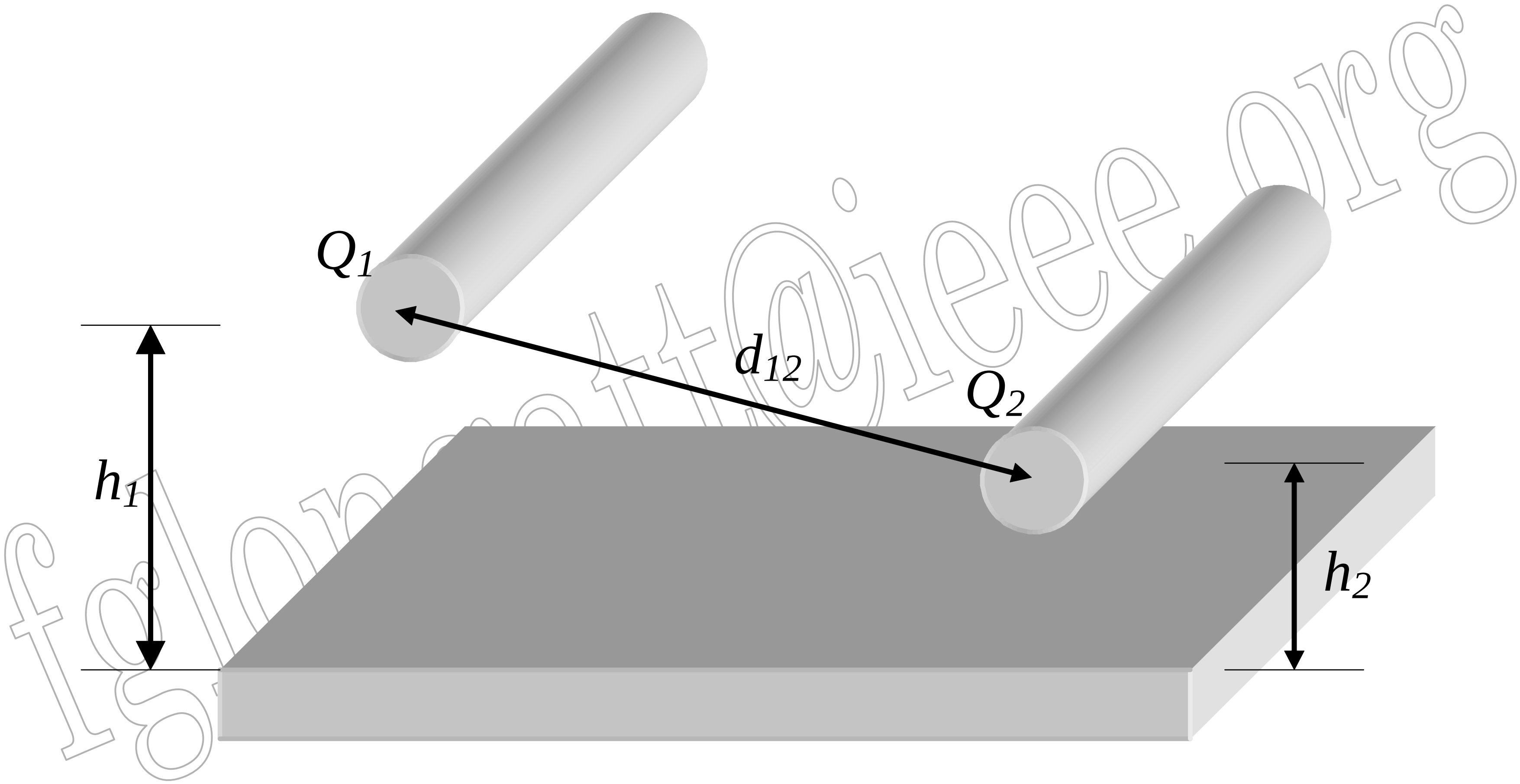
Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

- En las líneas de transmisión con tensiones de operación mayor a 230 kV, el *efecto corona* empieza a ser un fenómeno de especial atención para el diseño de las líneas como consecuencia de las perdidas de potencia activa; y es para evitar este efecto que se empleen varios conductores por fase; constituyendo lo que se denomina *conductores en haz* (*bundle*).
- Si se considera dos conductores cilíndricos de radio R, que se encuentran paralelos entre si y con el plano de tierra

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo



2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

- Para este caso la relación de tensiones y variaciones longitudinales de la corriente queda dada por:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{dI_1}{dx} \\ \dfrac{dI_2}{dx} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$$

- Si se considera que ambos conductores se encuentran conectados eléctricamente en paralelo, se tiene que el potencial respecto a tierra de ambos conductores es el mismo, es decir: $V_1 = V_2 = V$.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

$$\begin{cases} \dfrac{dI_1}{dx} = -Y_{11}V_1 - Y_{12}V_2 \\ \dfrac{dI_2}{dx} = -Y_{12}V_1 - Y_{22}V_2 \end{cases}$$

- Si se procede a sumar ambas ecuaciones con la condición de igual potencial en cada conductor se tiene:

$$\frac{dI_1}{dx} + \frac{dI_2}{dx} = -\left(Y_{11} + 2Y_{12} + Y_{22}\right)V$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

- Los conductores se encuentra eléctricamente en paralelo, se cumple que la corriente del paralelo (I) es la suma de las corrientes en cada conductor I_1 e I_2.

$$I = I_1 + I_2$$

$$\frac{dI}{dx} = \frac{dI_1}{dx} + \frac{dI_2}{dx}$$

- Operando se tiene:

$$\frac{dI}{dx} = -\left(Y_{11} + 2Y_{12} + Y_{22}\right)V$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

- De modo que se puede asumir que la admitancia de estos conductores en paralelo resulta (Y):

$$\frac{dI}{dx} = -YV$$

$$Y = -\left(Y_{11} + 2Y_{12} + Y_{22}\right)$$

- Se conoce que la admitancia esta relacionada con la matriz de potenciales de Maxwell.

$$\left[Y\right] = 2\pi\omega\varepsilon j\left[B\right]^{-1}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{12} & B_{22} \end{bmatrix}$$

- En función de los términos de la matriz de potenciales de Maxwell de este sistema se tiene:

$$Y = 2\pi\omega\varepsilon j \frac{\left(B_{11} + B_{22} - 2B_{12}\right)}{\det([B])}$$

$$\det([B]) = B_{11}B_{22} - B_{12}B_{21}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

- Si se realiza la consideración de que los conductores de esta configuración se encuentran a la misma altura sobre el plano de tierra; resulta:

$$h_1 = h_2 \rightarrow H_{11} = H_{22}$$

- por lo que los términos de la matriz de potenciales de Maxwel $B_{11} = B_{22}$; de modo:

$$Y = \frac{4\pi\varepsilon j\omega}{B_{11} + B_{12}}$$

-

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

- Si se procede a sustituir la definición en términos de logaritmo de los elementos B_{11} y B_{12}:

$$Y = \frac{2\pi\varepsilon j\omega}{\ln\left(\dfrac{\sqrt{H_{11}H_{12}}}{\sqrt{Rd_{12}}}\right)}$$

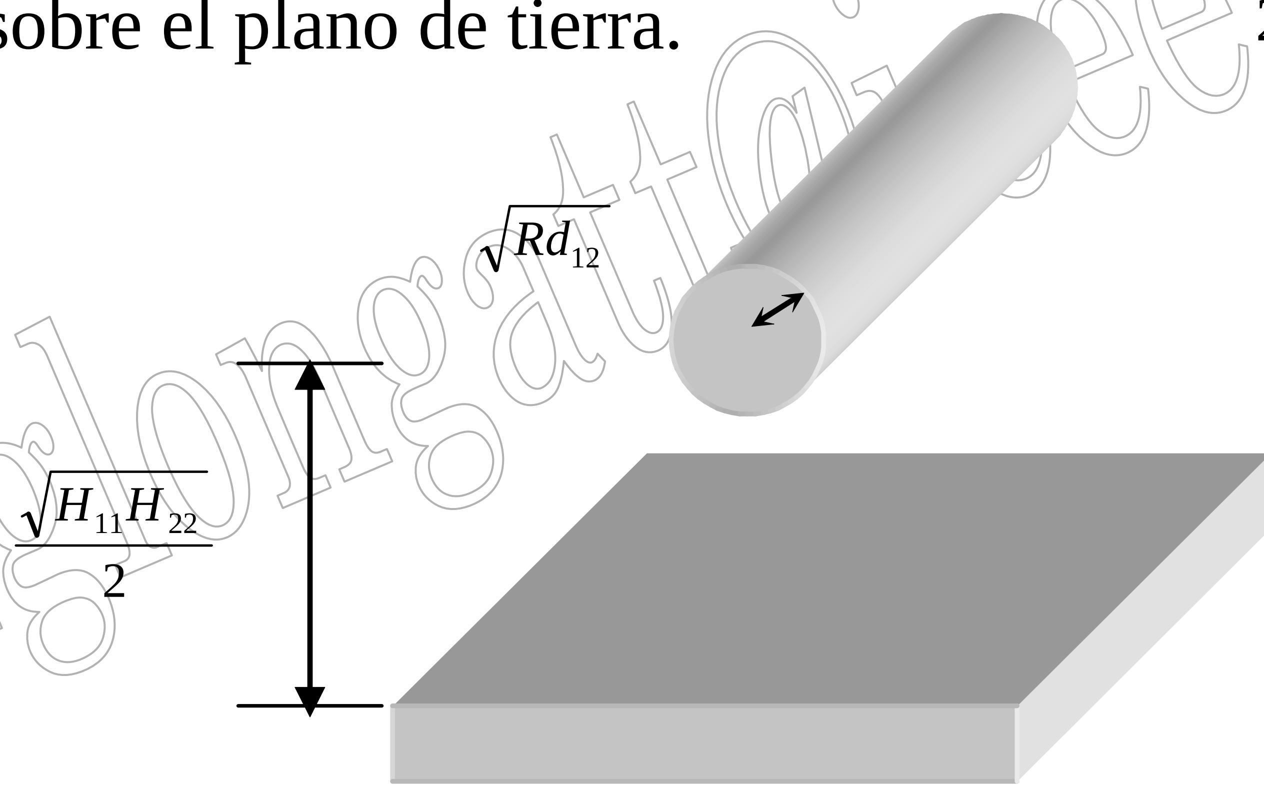
- Finalmente la reactancia capacitiva de este conductor compuesto considerando el efecto de tierra puede ser escrita como:

$$X = \frac{1}{2\pi\varepsilon j\omega}\ln\left(\frac{\sqrt{H_{11}H_{12}}}{\sqrt{Rd_{12}}}\right)$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

- De esta ecuación e interpreta como un conductor equivalente ficticio de radio $\sqrt{Rd_{12}}$ que se encuentra a una altura sobre el plano de tierra $\frac{\sqrt{H_{11}H_{22}}}{2}$, sobre el plano de tierra.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org