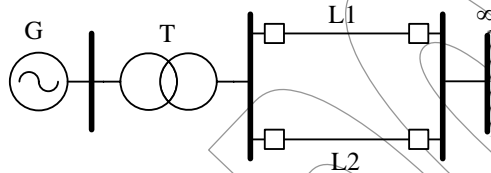


## Estabilidad Transitoria

### 2.1 Cambio de Potencia

Supóngase que se tiene un generador sincrónico, de rotor liso 60 Hz que posee una constante de inercia  $H = 9.94$  Mjoul/MVA, y reactancia transitoria de  $X'_d = 0.3$  p.u. y esta conectado por medio de un sistema de transmisión netamente inductivo a una barra de potencia infinita (Figura 1):



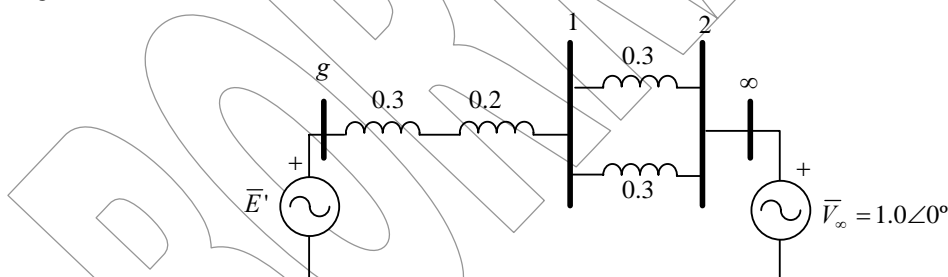
**Figura 1. Sistema de Potencia de una máquina contra un sistema de potencia infinito**

El generador entrega a la barra de potencia infinita una potencia  $P = 0.8$  p.u.,  $Q = 0.074$  p.u., cuando el voltaje en la barra de potencia infinita es 1.0 por unidad.

Supóngase que súbitamente la potencia mecánica en el eje de máquina se eleva a  $P_{mec}^1 = 0.9$  p.u., determine si el sistema es estable y el nuevo punto de operación.

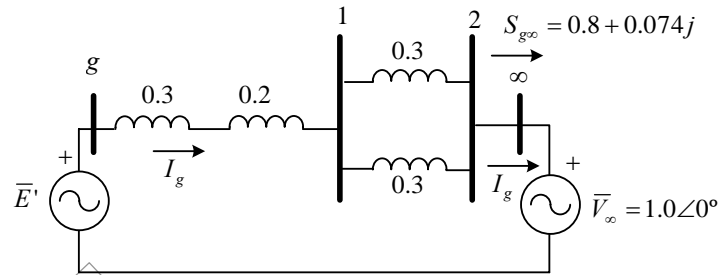
*Resolución.*

Antes que suceda cualquier perturbación, se tienen que el sistema opera en condiciones estables. El diagrama de reactancias del sistema resultante es:



**Figura 2. Diagrama de reactancias del sistema en estudio**

Nótese, que además de las barras del sistema de transmisión se han incluido dos barras más “g” para indicar el punto detrás de la reactancia transitoria del generador, y “∞”, para indicar la barra de potencia infinita.



**Figura 3. Diagrama de reactancias antes de la perturbación**

Se determina el valor de la corriente que entrega el generador a la barra de potencia infinita  $I_g$ .

$$I_g = \frac{S_{g\infty}^*}{V_\infty^*} \quad I_g = \frac{(0.8 - 0.074j) p.u.}{1 \angle 0^\circ p.u.} \quad I_g = 0.803415 \angle -5^\circ.284821 p.u.$$

$$I_g = 0.8 - 0.074j p.u.$$

La reactancia de transferencia entre la fuente de voltaje interno de la máquina  $E'$ , y la barra de potencia infinita en condiciones estables es dada por:

$$X_{g\infty}^I = X'_d + X_T + X_{LT1} // X_{LT2} \quad X_{g\infty}^I = X'_d + X_T + \frac{X_{LT1} X_{LT2}}{X_{LT1} + X_{LT2}}$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$X_{g\infty}^I = 0.3 + 0.2 + \frac{0.3}{2} \quad X_{g\infty}^I = 0.65 p.u.$$

Por otra parte el voltaje interno de la máquina  $E'$ , puede ser calculado como:

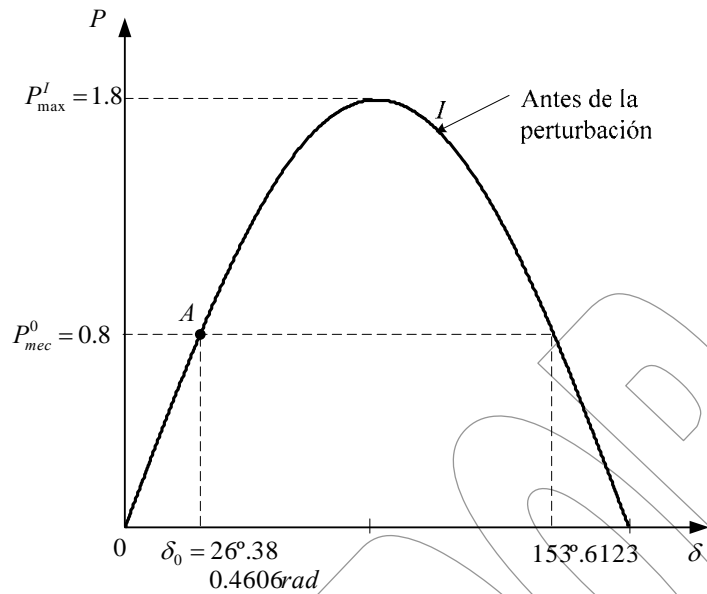
$$\bar{E}' = jX_{g\infty}^I \bar{I}_g + \bar{V}_\infty \quad \bar{E}' = 0.65j(0.8034 \angle -5^\circ.28) + 1 \angle 0^\circ \quad \bar{E}' = 1.17001 \angle 26^\circ.387659$$

$$\bar{E}' = 1.0481 + 0.5200j$$

Se procede a calcular la ecuación potencia-ángulo, antes de que suceda cualquier perturbación:

$$P_{elec}^I = \frac{|\bar{E}'| |\bar{V}_\infty|}{X_{g\infty}^I} \text{sen } \delta \quad P_{elec}^I = \frac{1.17 \times 1.00}{0.65} \text{sen } \delta \quad P_{elec}^I = 1.8 \text{sen } \delta \quad P_{max}^I = 1.8$$

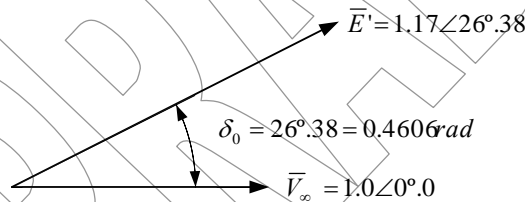
De tal modo que la curva potencia ángulo, que esta definida antes de la perturbación, resulta ser:



**Figura 4. Diagrama de potencia ángulo para condiciones previa a la perturbación.**

El punto inicial, estable de operación *A*, puede ser calculado en forma simple, conociendo que  $\delta_0$ , posee dos significados:

- Es el ángulo de defasaje entre el voltaje interno de la máquina y la barra de potencia infinita, de modo que resulta simple<sup>1</sup> el cálculo de  $\delta_0$ :



- Es el ángulo en el cual se interceptan, la rectan de potencia mecánica constante,  $P_{mec}^0$  y la curva de potencia ángulo,  $P_{elec}^I$ .

$$P_{mec}^0 = P_{elec}^I = 1.8 \text{sen} \delta$$

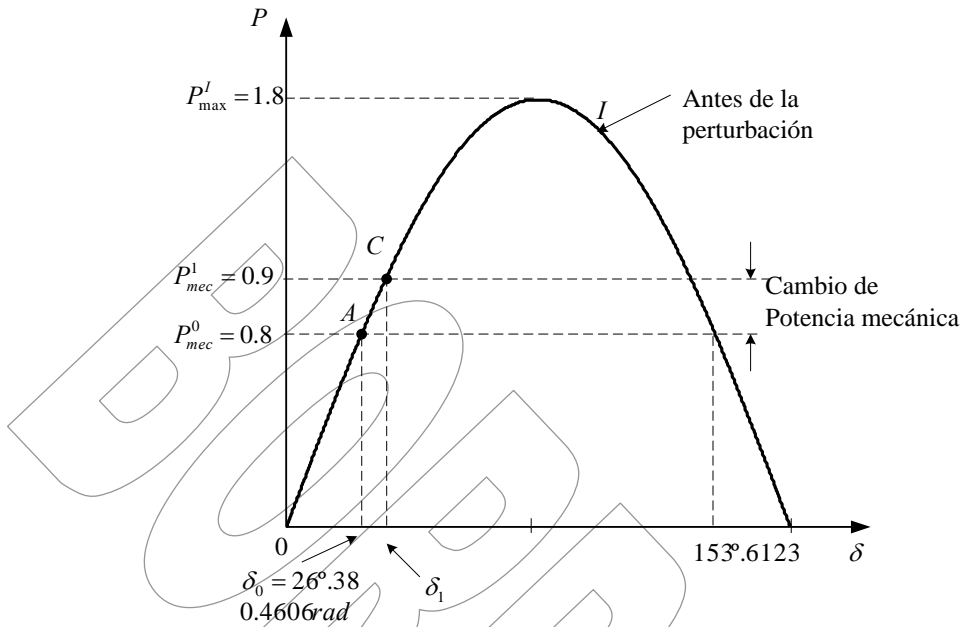
En este caso, debido a que la máquina se supone ideal (eficiencia del  $\eta = 100\%$ ), toda la potencia activa entregada por el generador proviene de la potencia mecánica, de tal modo que se cumple:

$$P_{mec}^0 = P_{elec}^0 = 0.8.$$

$$0.8 = P_{elec}^I = 1.8 \text{sen} \delta_0 \qquad \frac{0.8}{1.8} = \text{sen} \delta_0 \qquad \delta_0 = \text{sen}^{-1} \left( \frac{0.8}{1.8} \right) \qquad \begin{aligned} \delta_0 &= 26^\circ.3877 \\ \delta_0 &= 0.4606 \text{rad} \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Se debe tener especial atención con el hecho, de que  $\delta_0$ , es el ángulo de defasaje entre ambos fasores. En particular esta consideración debe estar bien entendida, cuando la barra de potencia infinita, no se encuentra a referencia.

Cuando ocurre la perturbación, hay un cambio en la potencia mecánica desde  $P_{mec}^0 = 0.8$ , hasta  $P_{mec}^1 = 0.9$ , lo cual queda representado en el diagrama de potencia ángulo, como una nueva recta paralela al eje.

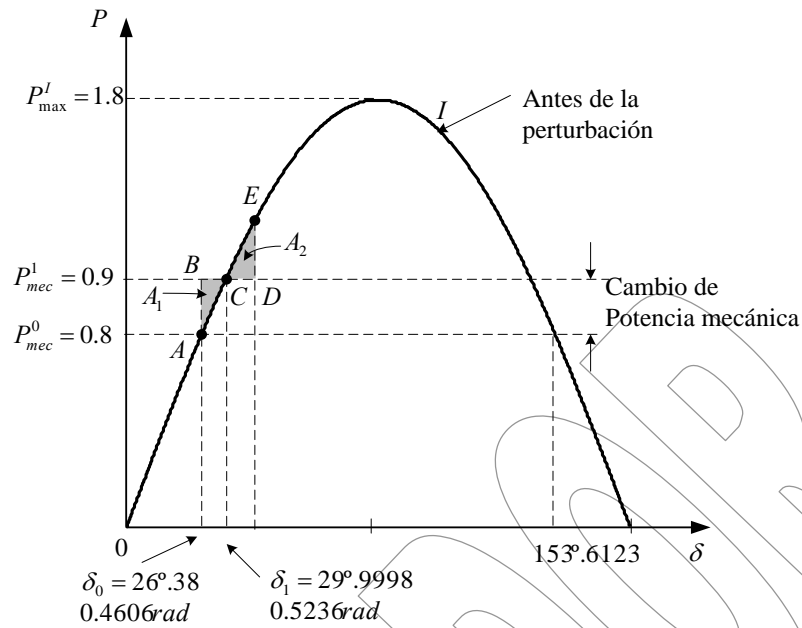


**Figura 5. Diagrama de potencia ángulo para condiciones antes y durante la perturbación.**

El nuevo punto de operación estable (si es que existe!) debe ser el punto C, cuyo ángulo  $\delta_1$ , puede ser fácilmente calculado, ya que en ese punto la potencia mecánica y la potencia eléctrica se debe igual, por lo que se cumple:

$$0.9 = P_{elec}^I = 1.8 \text{sen} \delta_1 \quad \delta_1 = \text{sen}^{-1} \left( \frac{0.9}{1.8} \right) \quad \begin{array}{l} \delta_1 = 29.9998 \\ \delta_1 = 0.5236 \text{rad} \end{array}$$

Ahora bien, el punto C, será punto de operación estable final, si la energía almacenada en el proceso de aceleración que ocurre entre A y C, es entregada durante un proceso de desaceleración.



**Figura 6. Diagrama de potencia ángulo para condiciones antes y durante la perturbación, mostrando las áreas de interés.**

En la figura anterior se muestra que se forman dos áreas:  $A_1$ , que corresponde a un área de *aceleración* ( $ABC$ ) y otra  $A_2$ , de *desaceleración* ( $CDE$ )

De tal modo, el sistema logrará estabilidad, en el punto  $C$ , si como establece el criterio de áreas iguales, estas zonas  $A_1$  y  $A_2$ , con iguales. Es decir:  $A_1 = A_2$ . Se procede a definir las ecuaciones de cada área:

$$A_1 = \int_{\delta_0}^{\delta_1} (P_{mec}^I - P_{elec}^I) d\delta \qquad A_1 = \int_{\delta_0}^{\delta_1} (P_{mec}^I - P_{max}^I \text{sen} \delta) d\delta$$

$$A_1 = [P_{mec}^I \delta + P_{max}^I \cos \delta]_{\delta_0}^{\delta_1} \qquad A_1 = P_{mec}^I [\delta_1 - \delta_0] + P_{max}^I (\cos \delta_1 - \cos \delta_0)$$

Al sustituir los respectivos valores resulta:  $A_1 = 0.0313472931$

Por otra parte la otra área:

$$A_2 = \int_{\delta_1}^{\delta_{max}} (P_{elec}^I - P_{mec}^I) d\delta \qquad A_2 = \int_{\delta_1}^{\delta_{max}} (P_{max}^I \text{sen} \delta - P_{mec}^I) d\delta$$

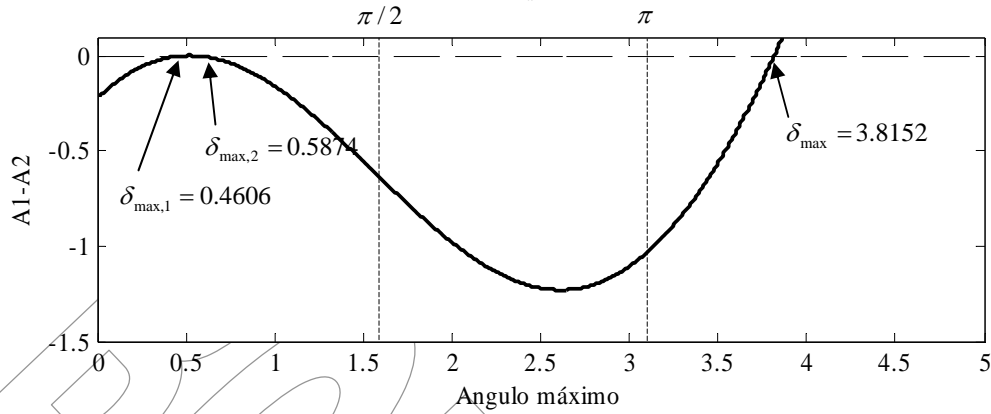
$$A_2 = [-P_{max}^I \cos \delta - P_{mec}^I \delta]_{\delta_1}^{\delta_{max}} \qquad A_2 = -P_{max}^I (\cos \delta_{max} - \cos \delta_1) - P_{mec}^I (\delta_{max} - \delta_1)$$

De tal modo que resulta:  $A_2 = -0.9\delta_{max} - 1.8\cos \delta_{max} + 2.030084625$

Para establecer la existencia estabilidad se verifica:  $A_1 = A_2$ , es decir  $A_1 - A_2 = 0$

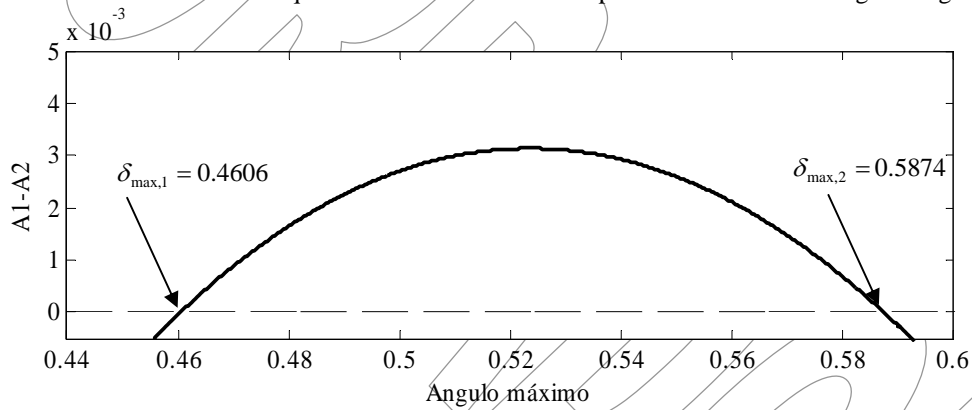
$$A_1 - A_2 = -2.026949896 + 0.9\delta_{\max} + 1.8\cos\delta_{\max}$$

Al resolver la ecuación anterior se obtiene el ángulo  $\delta_{\max}$ .



**Figura 7. Grafica de la función  $A_1-A_2$  en función de  $\delta_{\max}$ .**

Se puede observar que hay varios ángulos  $\delta_{\max}$ , que hacen que se cumpla  $A_1-A_2=0$ . Sin embargo, ángulos cuyos valores superen  $180^\circ$ , no son soluciones candidatas, ya que significaría que el generador se motoriza, situación inadmisibles. De tal modo que las soluciones candidatas pueden ser vistas en la siguiente grafica.

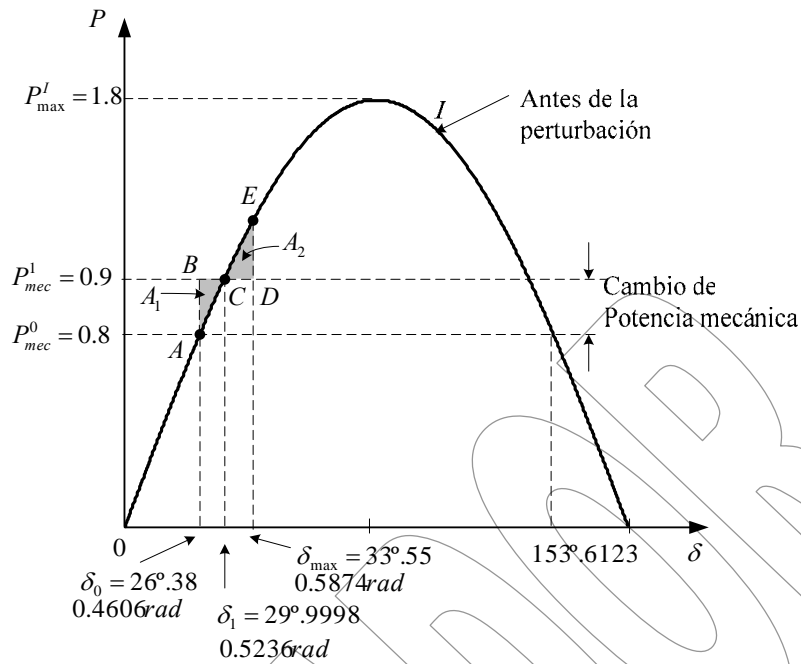


**Figura 8. Detalle del área de interés de la Grafica de la función  $A_1-A_2$  en función de  $\delta_{\max}$ .**

Finalmente se obtiene que la solución definitiva es:

$$\delta_{\max} = 0.58742135528562 \text{ rad}$$

$$\delta_{\max} = 33^\circ.65676445372068$$



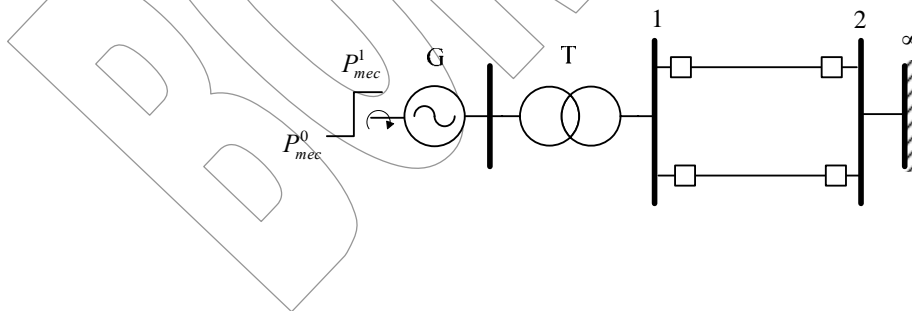
**Figura 9. Diagrama de potencia ángulo para condiciones antes y durante la perturbación, mostrando los resultados**

Se deja de ejercicio demostrar al lector que ambas áreas son iguales:

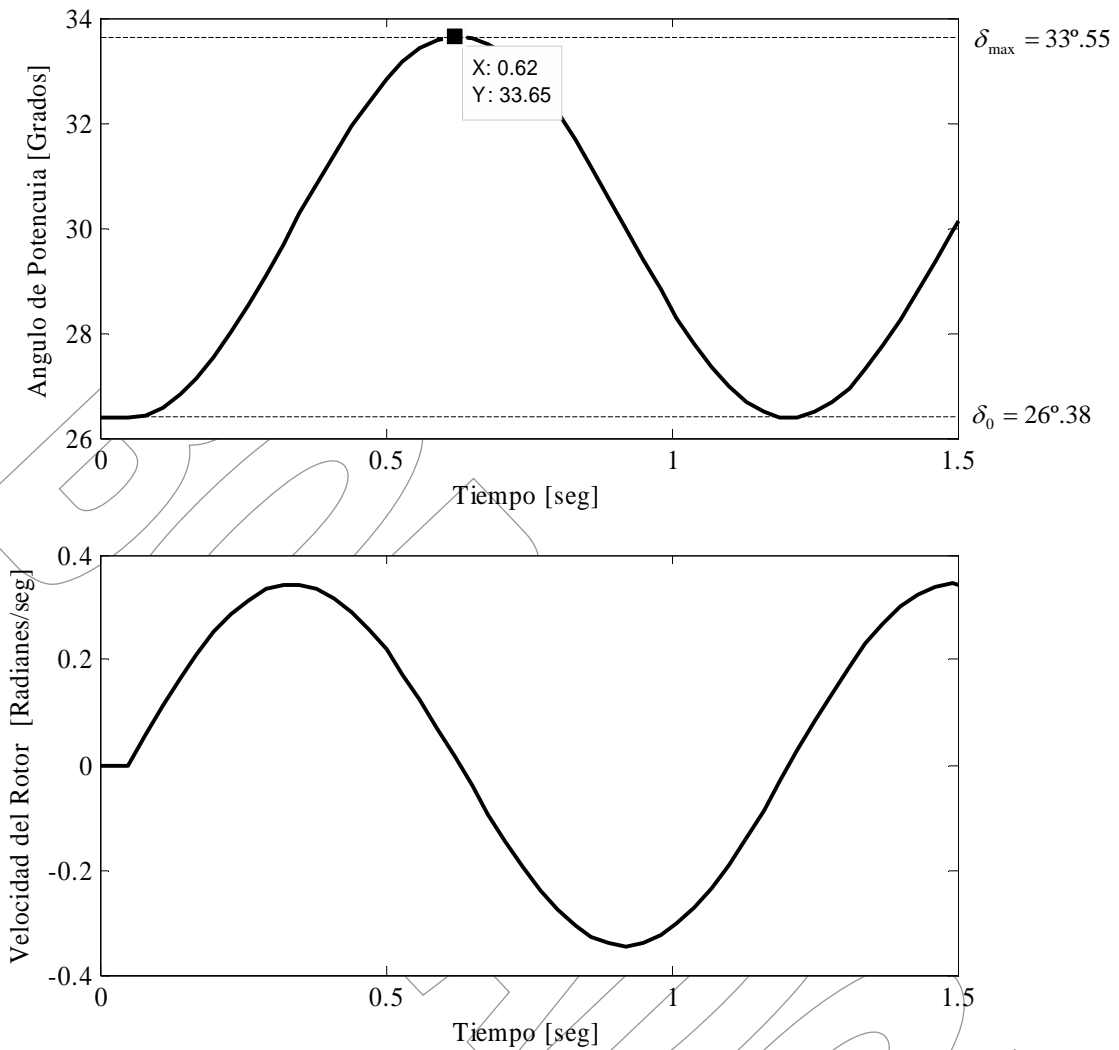
$$A_1 = \int_{0.4606}^{0.5236} (0.9 - 1.8 \text{sen} \delta) d\delta = 0.03134572931$$

$$A_2 = \int_{0.5236}^{0.5874} (1.8 \text{sen} \delta - 0.9) d\delta = 0.03134572931$$

A manera ilustrativa, el autor ha decidido mostrar una simulación numérica en el tiempo del caso estudiado. Se ha resuelto la ecuación de oscilación, para un período de 1.5 segundos, considerando que la perturbación se aplica a 0.01 segundos, de comenzada la simulación.



Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.



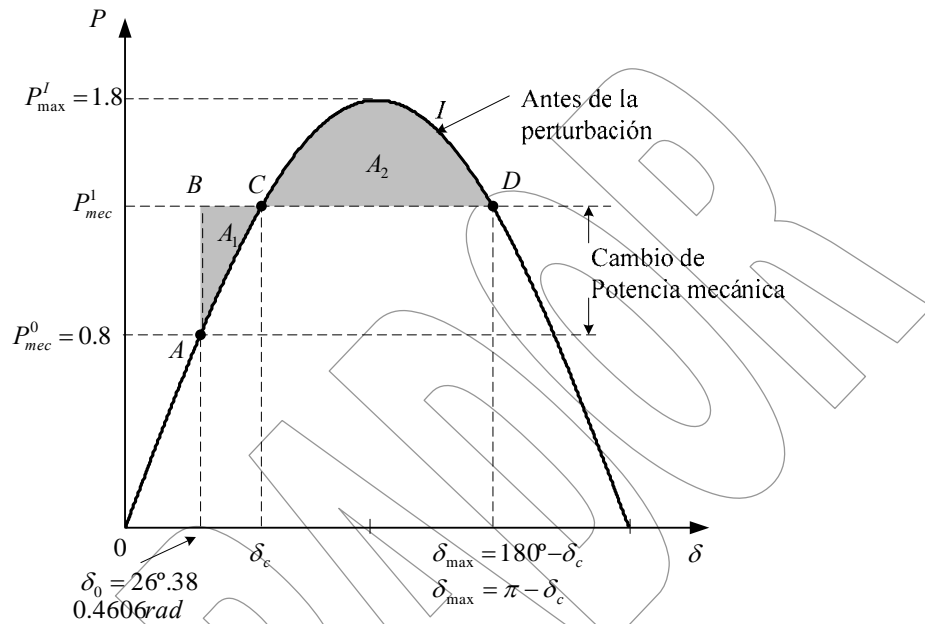
**Figura 10. Curva de Angulo de potencia y velocidad del rotor, para la perturbación estudiada**

En la grafica anterior de  $\delta(t)$ , se muestra que el máximo pico del ángulo 33.65 grados, ocurre a 0.61 segundos, de insertada la perturbación. De igual modo, el autor ha querido incluir la curva de velocidad del rotor de la máquina, para ilustrar en el lector el fenómeno de aceleración y desaceleración.



## 2.2 Limite de Estabilidad ante Cambio de Potencia

Supóngase el sistema de potencia que se ha considerado hasta ahora. Se desea estimar el valor de máximo incremento de potencia mecánica que se le puede aplicar al eje de la máquina, sin que se pierda el sincronismo. Esta situación puede ser ilustrada en el diagrama potencia-ángulo como se muestra en la siguiente figura.



**Figura 11. Diagrama de potencia ángulo para condiciones antes y durante la perturbación, mostrando las áreas de interés.**

Desde el punto de operación inicial, la máquina recibe un incremento de potencia mecánica,  $\Delta P_{mec}$ , cuyo valor debe ser tal, que la máquina no pierda estabilidad. Para que esto se cumpla, la máquina debe oscilar hasta el ángulo  $\delta_{max}$ , en el punto D, que es el último punto de operación estable donde se cumple que  $P_{mec}^1 = P_{elec}^1$ .

Pero en esta situación, se desea estimar el valor de  $P_{mec}^1 = P_{elec}^1$ . Para ello se puede verificar en el diagrama que se cumple:

$$P_{elec}^1 = 1.8 \text{sen} \delta_c \text{ en el punto C}$$

$$P_{elec}^1 = 1.8 \text{sen}(\pi - \delta_c) \text{ en el punto D}$$

Para que exista estabilidad, la totalidad de energía almacenada y entregada en los procesos de aceleración y desaceleración debe ser igual, es decir, se aplica el criterio de las áreas iguales que establece.  $A_1 = A_2$ .

Donde las áreas quedan definidas por:

Se procede a definir las ecuaciones de cada área. Primero se aplica al área acelerante  $A_1$ :

$$A_1 = \int_{\delta_0}^{\delta_c} (P_{mec}^I - P_{elec}^I) d\delta \quad A_1 = \int_{\delta_0}^{\delta_c} (P_{mec}^I - P_{max}^I \text{sen} \delta) d\delta$$

$$A_1 = \int_{\delta_0=0.4606}^{\delta_c} (P_{mec}^I - 1.8 \text{sen} \delta) d\delta$$

$$A_1 = P_{mec}^I \delta_c + 1.8 \cos \delta_c - 0.4605515256 P_{mec}^I - 1.612453523$$

Por otra parte al área desacelerante queda dada por:

$$A_2 = \int_{\delta_c}^{\delta_{max}} (P_{elec}^I - P_{mec}^I) d\delta \quad A_2 = \int_{\delta_c}^{\pi - \delta_c} (P_{max}^I \text{sen} \delta - P_{mec}^I) d\delta$$

$$A_2 = \int_{\delta_c}^{\pi - \delta_c} (1.8 \text{sen} \delta - P_{mec}^I) d\delta$$

$$A_2 = -\pi P_{mec}^I + 2\delta_c P_{mec}^I - 1.8 \cos(\delta_c - \pi) + 1.8 \cos \delta_c$$

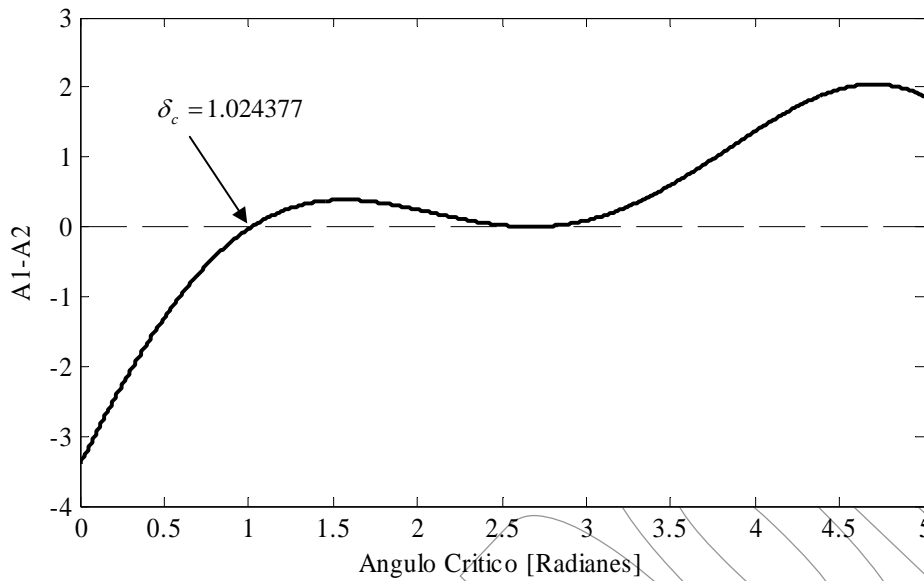
Para que exista estabilidad, se debe cumplir el criterio de las áreas iguales, y se verifica:  $A_1 = A_2$ , es decir  $A_1 - A_2 = 0$ .

$$A_1 - A_2 = -\delta_c P_{mec}^I - 1.612453523 - 0.4605515323 P_{mec}^I + \pi P_{mec}^I + 1.8 \cos(\delta_c - \pi)$$

Al respecto se procede a incluir, otra ecuación que es necesaria, para poder resolver y lograr el valor del ángulo crítico, y es de la coedición en el punto C,  $P_{elec}^I = 1.8 \text{sen} \delta_c$

$$\begin{cases} -\delta_c P_{mec}^I - 1.612453523 - 0.4605515323 P_{mec}^I + \pi P_{mec}^I + 1.8 \cos(\delta_c - \pi) = 0 \\ P_{elec}^I - 1.8 \text{sen} \delta_c = 0 \end{cases}$$

Se puede resolver estas dos ecuaciones de modo simultáneo.



**Figura 12. Grafica de la función  $A_1-A_2$  en función de  $\delta_c$ .**

Nótese que aplicando técnicas de análisis numérico se obtiene:

$$\delta_c = 1.02437756364959 \text{ rad}$$

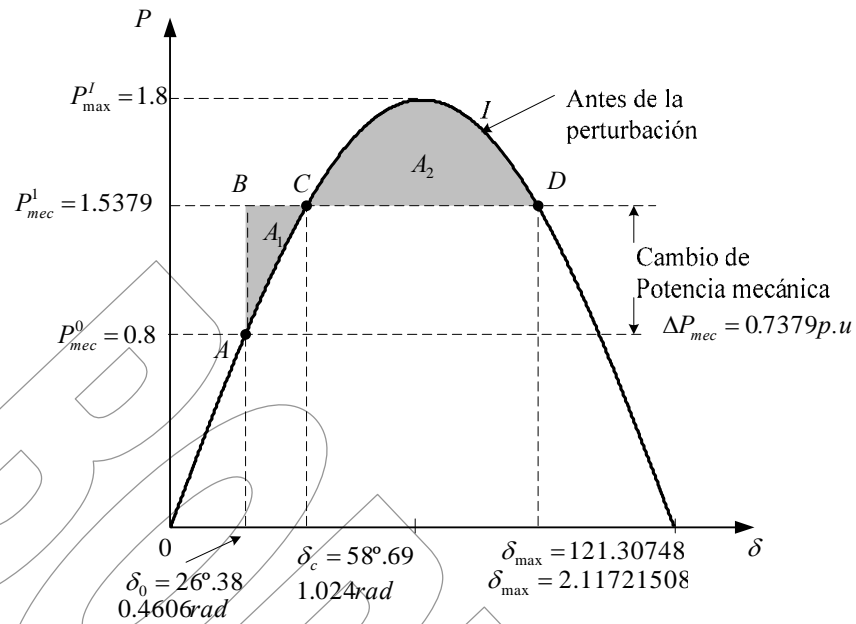
$$\delta_c = 58^\circ.69251102501559$$

De tal modo que el valor de la máxima potencia que se le puede llevar desde el punto de operación estable inicial, sin que se pierda la estabilidad es:

$$P_{elec}^I = 1.8 \text{ sen } \delta_c$$

$$P_{elec}^I = 1.53790365223558 \text{ p.u}$$

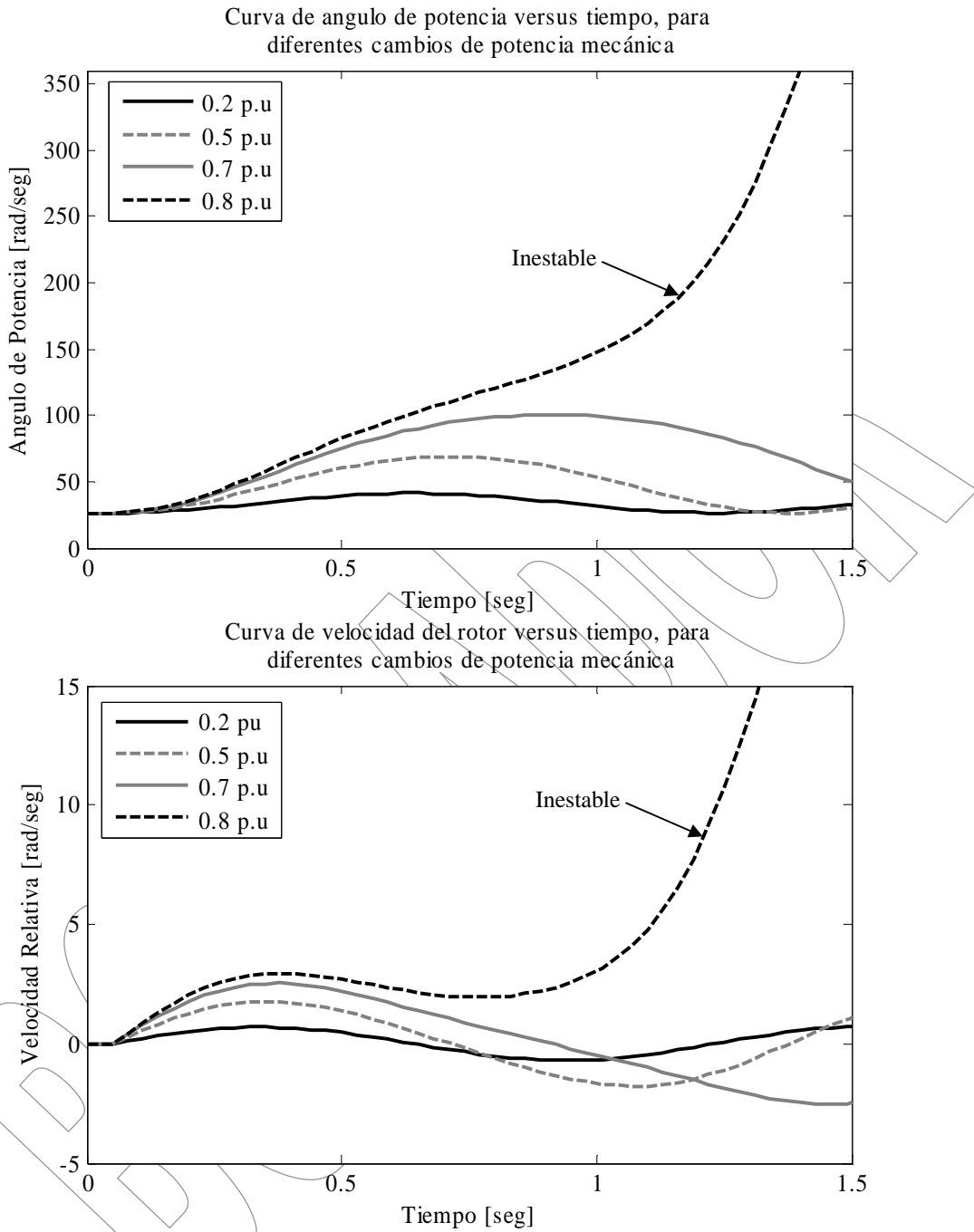
De tal modo que el incremento:  $\Delta P_{mec} = 0.73790365223558 \text{ p.u}$ , es el máximo que se puede aplicar, si que el sistema pierda estabilidad.



**Figura 13. Diagrama de potencia ángulo para condiciones antes y durante la perturbación, mostrando los resultados**

El autor ha decidido mostrar en forma ilustrativa, el comportamiento, de la respuesta del ángulo  $\delta$ , de la máquina para diferentes cambios en la potencia mecánica, partiendo del mismo punto estable de operación inicial. En este caso se resolvió la ecuación de oscilación, considerando  $P_{mec}^0 = 0.8$  y  $\delta_0 = 26.38$ , y se procedió a simular incrementos en la entrada de potencia mecánica de la red,  $\Delta P_{mec} = \{0.2, 0.5, 0.7, 0.8\}$ . En cada caso se procedió a graficar la curva de en el tiempo del ángulo de potencia y de la velocidad del rotor.

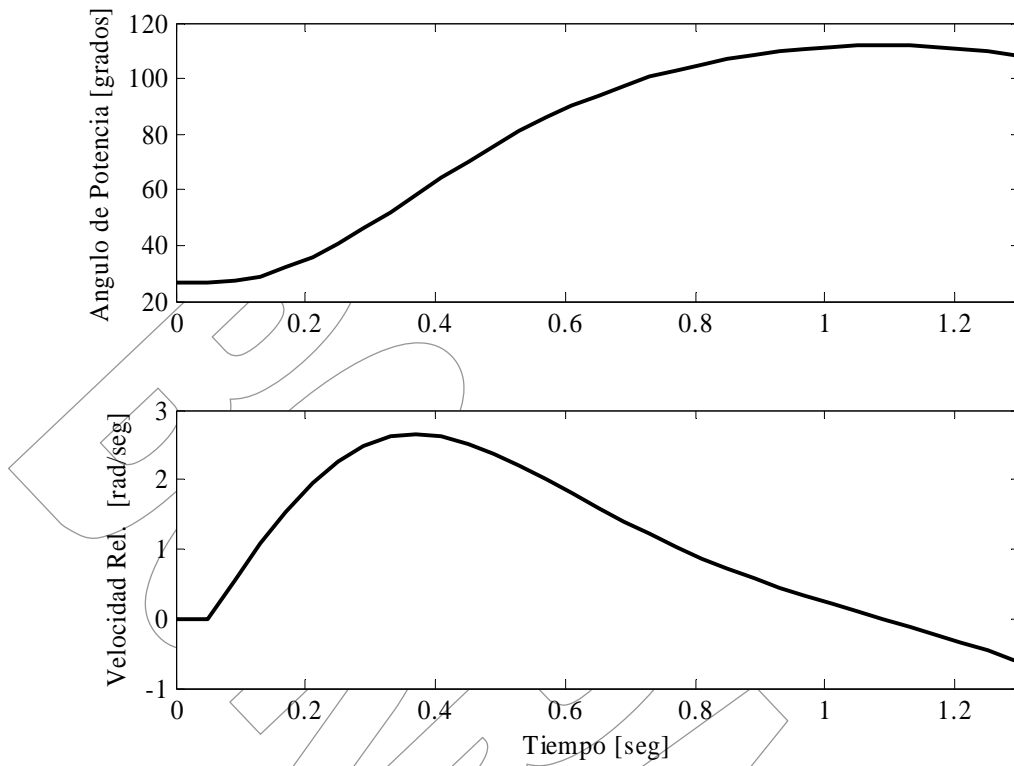
De las curvas de oscilación se observa que para  $\Delta P_{mec} = 0.8$ , la oscilación del ángulo de la máquina indica una pérdida de estabilidad. Esto confirma el hecho de que para un cambio de potencia mayor a  $\Delta P_{mec} = 0.73790 p.u$ , origina una pérdida de estabilidad de la máquina.



**Figura 14. Curva de Angulo de potencia y velocidad del rotor, diferentes tiempos de despeje**

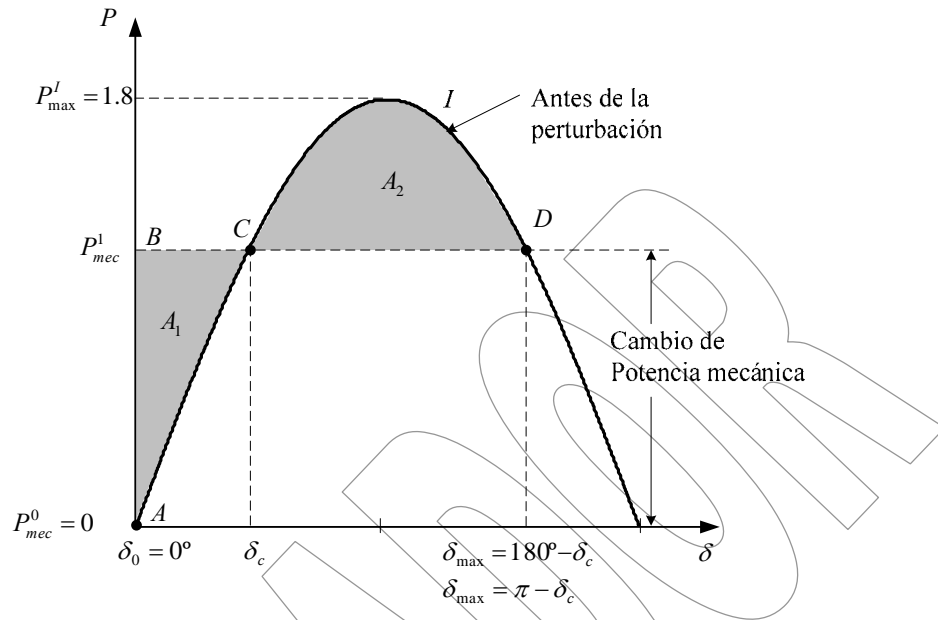
Por último se muestra las curvas de ángulo de potencia y de velocidad de la maquina, para el caso particular en que se efectúa el cambio de potencia ligeramente menor al limite de estabilidad. En este caso, se muestra que el sistema es perfectamente estable.

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.



**Figura 15. Curva de Angulo de potencia y velocidad del rotor, para el tiempo critico**

El análisis anterior puede ser extendido a un caso, muy interesante. Si se supone que la potencia inicial es cero  $P_{mec}^0 = 0$ , hasta que valor de potencia se puede cargar la máquina  $P_{mec}^1$ , sin que pierda estabilidad. En la figura siguiente se muestra el diagrama de potencia-ángulo para la situación planteada.



**Figura 16. Diagrama de potencia ángulo para condiciones antes y durante la perturbación para el cálculo del ángulo crítico**

En este caso para que se logre estabilidad, se debe satisfacer el criterio de las áreas iguales, es decir, debe haber un balance energético, entre la energía absorbida y entregada durante los procesos de aceleración y frenado.

Las áreas pueden ser planteando integrales de modo que resulta, para el area  $A_1$ :

$$A_1 = \int_{\delta_0}^{\delta_c} (P_{mec}^1 - P_{elec}^1) d\delta \quad A_1 = \int_0^{\delta_c} (P_{mec}^1 - P_{max}^1 \text{sen} \delta) d\delta$$

$$A_1 = \int_0^{\delta_c} (P_{mec}^1 - 1.8 \text{sen} \delta) d\delta$$

$$A_1 = P_{mec}^1 \delta_c + 1.8 \cos \delta_c - 1.8$$

Mientras que el área  $A_2$ , desacelerante es definida por:

$$A_2 = \int_{\delta_c}^{\delta_{max}} (P_{elec}^1 - P_{mec}^1) d\delta \quad A_2 = \int_{\delta_c}^{\pi - \delta_c} (P_{max}^1 \text{sen} \delta - P_{mec}^1) d\delta$$

$$A_2 = \int_{\delta_c}^{\pi - \delta_c} (1.8 \text{sen} \delta - P_{mec}^1) d\delta$$

$$A_2 = -\pi P_{mec}^1 + 2\delta_c P_{mec}^1 - 1.8 \cos(\delta_c - \pi) + 1.8 \cos \delta_c$$

Para que exista estabilidad, se debe cumplir el criterio de las áreas iguales, y se verifica:  $A_1 = A_2$ , es decir  $A_1 - A_2 = 0$ .

$$A_1 - A_2 = -\delta_c P_{mec}^I - 1.8 + \pi P_{mec}^I + 1.8 \cos(\delta_c - \pi)$$

La ecuación anterior se observa que hay dos variables  $\delta_c, P_{elec}^I$ , de tal modo que se debe incluir, otra ecuación para poder resolver el ángulo crítico. La otra ecuación se obtiene de la condición en el punto C,

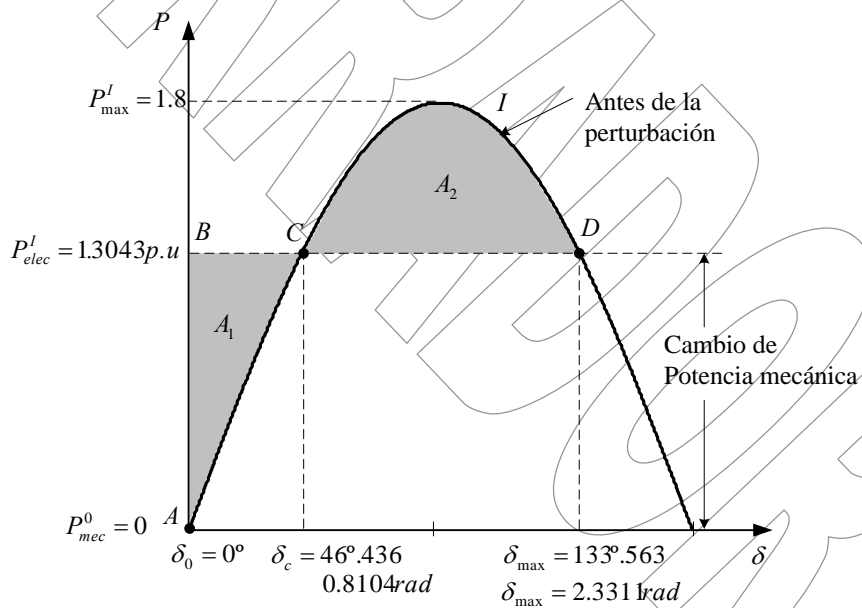
$$\begin{cases} -\delta_c P_{mec}^I - 1.8 + \pi P_{mec}^I + 1.8 \cos(\delta_c - \pi) = 0 \\ P_{elec}^I - 1.8 \text{sen} \delta_c = 0 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones se obtiene:

$$\begin{aligned} \delta_c &= 0.81047024718681 \text{rad} \\ \delta_c &= 46^\circ.43652458472901 \end{aligned}$$

y

$$P_{elec}^I = 1.30430039215484 \text{ p.u}$$



**Figura 17. Diagrama de potencia ángulo para condiciones antes y durante la perturbación, mostrando los resultados**

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.



### 2.3 Operaciones de Maniobra o Suicheo

El límite de estabilidad transitoria para operaciones de maniobra puede ser investigado usando el criterio de áreas iguales. En este documento preliminar no se ha incluido ejemplo de este tipo de maniobra.

### 2.4 Fallas y Subsecuentes Despejes

El tercer y más importante tipo de perturbación transitoria proviene de la aplicación de fallas y subsecuentes cambios en la topología de la red que son requeridos para aislar la falla. Para tales perturbaciones tres o más condiciones circuitales requieren consideración: (1) la condición inicial, inmediatamente antes a la falla, (2) la condición durante la falla, y (3) la condición subsiguiente al despeje de la falla.

#### 2.4.1. Falla Sin Potencia Transferida

Supóngase que el generador se encuentra conectado a la barra de potencia infinita a través de dos líneas de transmisión en paralelo, como es mostrado en la figura anterior. Asuma que la potencia mecánica de entrada es constante, y se encuentra operando el sistema en condiciones de régimen estacionario, entregando una potencia a un ángulo  $\delta_0$ . Una falla temporal por cortocircuito trifásico sólido ocurre en el extremo de envío de una de las líneas (barra 1). Cuando la falla es despejada, ambas líneas permanecen intactas. Determine el ángulo crítico, o el máximo valor de ángulo al cual puede ser despejada la falla sin que el sistema pierda la estabilidad.

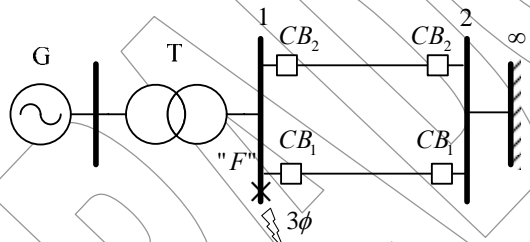


Figura 18. Sistema de Potencia de una máquina contra un sistema de potencia infinito, con falla en una barra

#### ANTES DE LA PERTURBACIÓN

Las condiciones de régimen estacionario ANTES de la perturbación son conocidas.

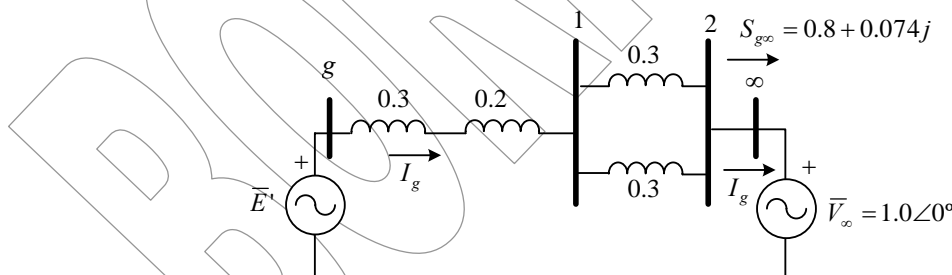


Figura 19. Diagrama de reactancia de un sistema de potencia de una máquina contra un sistema de potencia infinito, condiciones previas a la falla

La reactancia de transferencia entre la fuente de voltaje interno de la maquina  $E'$ , y la barra de potencia infinita en condiciones estables es dada por:

$$X_{g\infty}^I = X'_d + X_T + X_{LT1} // X_{LT2}$$

$$X_{g\infty}^I = X'_d + X_T + \frac{X_{LT1} X_{LT2}}{X_{LT1} + X_{LT2}}$$

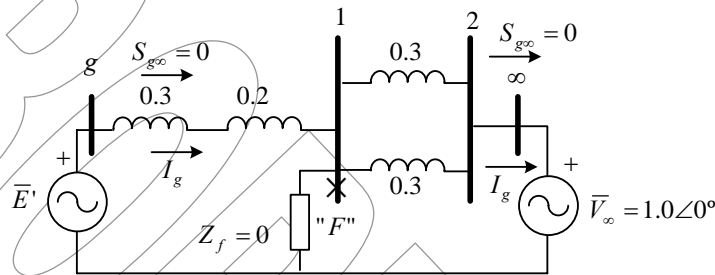
$$X_{g\infty}^I = 0.65 p.u$$

Por otra parte el voltaje interno de la máquina es conocido de las condiciones de operación,  $\bar{E}' = 1.17001 \angle 26^\circ.387659$ , de modo que la ecuación de potencia de la maquina resulta:

$$P_{elec}^I = \frac{|\bar{E}'||\bar{V}_\infty|}{X_{g^\infty}^I} \text{sen} \delta \qquad P_{elec}^I = 1.8 \text{sen} \delta \qquad P_{max}^I = 1.8$$

**DURANTE LA PERTURBACIÓN**

DURANTE la perturbación se tiene que se modifica la topología por la inserción de la impedancia de falla.



**Figura 20. Diagrama de reactancia de un sistema de potencia de una máquina contra un sistema de potencia infinito, condiciones durante la falla**

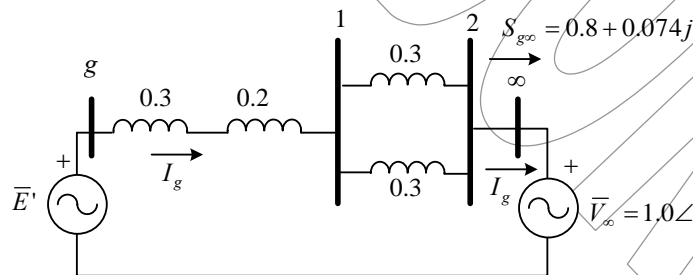
Bajo la situación de falla, la potencia transferida a la barra de potencia infinita desde el generador es:

$$P_{elec}^{II} = 0$$

Por tanto, la máquina no tendrá potencia eléctrica, y toda la potencia mecánica aplicada en el eje será potencia acelerante, que provocará un aumento de velocidad de la máquina y además un aumento en el ángulo de potencia.

**DESPUÉS LA PERTURBACIÓN**

Luego que la perturbación, la falla es retirada, y ambas líneas de transmisión, resultan intactas, de modo que la condición luego de la falla, es semejante a la previa a la falla.



**Figura 21. Diagrama de reactancia de un sistema de potencia de una máquina contra un sistema de potencia infinito, condiciones después de la falla**

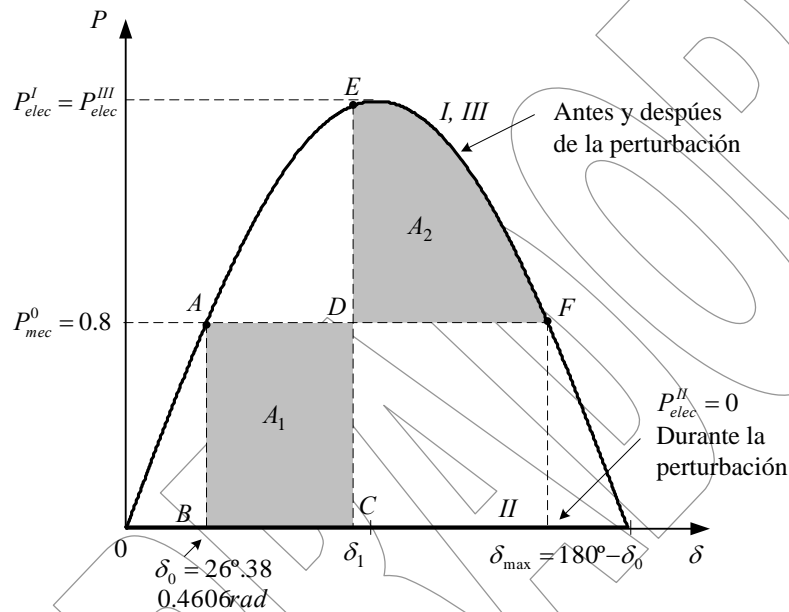
Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.

La reactancia de transferencia entre la fuente de voltaje interno de la maquina  $E'$ , y la barra de potencia infinita en condiciones estables resulta ser:  $X_{g\infty}^{III} = 0.65 p.u$ , mientras que la ecuación de potencia es:

$$P_{elec}^{III} = 1.8 \text{sen} \delta$$

Ante cualquier duda hay que aclarar, que el voltaje interno de la máquina  $E'$ , es constante a lo largo de todo el estudio, esto es debido a que no se considera la presencia o actuación de los dispositivos de control asociados al generador sincrónico (excitatriz o gobernador).

Al construir el diagrama de potencia-ángulo para la perturbación planteada se tiene:



**Figura 22. Diagrama de potencia ángulo para condiciones antes y durante la perturbación, mostrando las áreas de interés**

Para que el sistema se estable, debe ocurrir que la máxima oscilación del ángulo de potencia nunca supere  $\delta_{max}$ . Se puede observar que estas condiciones angulares definen dos áreas,  $ABC$  y  $DEF$ . Se trata de un área donde la máquina se acelera  $A_1$  ( $ABC$ ) y otra donde la maquina pierde velocidad  $A_2$  ( $DEF$ ). De tal modo que para que exista estabilidad, ambas áreas deben ser iguales, lo que produce un balance energético.

Aplicando un poco de cálculo integral se puede encontrar la definición de ambas áreas:

Las áreas pueden ser planteando integrales de modo que resulta, para el area  $A_1$ :

$$A_1 = \int_{\delta_0}^{\delta_c} (P_{mec}^0 - P_{elec}^{II}) d\delta \qquad A_1 = \int_{\delta_0}^{\delta_c} (P_{mec}^0) d\delta$$

$$A_1 = \int_{\delta_0=0.4606}^{\delta_c} (0.8) d\delta$$

$$A_1 = 0.8\delta_c - 0.3684412203$$

Mientras que el área  $A_2$ , desacelerante es definida por:

$$A_2 = \int_{\delta_c}^{\delta_{\max}} (P_{elec}^{III} - P_{mec}^I) d\delta \quad A_2 = \int_{\delta_c}^{\pi - \delta_c} (P_{\max}^{III} \text{sen} \delta - P_{mec}^I) d\delta$$

$$A_2 = \int_{\delta_c=0.4606}^{\pi - \delta_c=2.68104} (1.8 \text{sen} \delta - 0.8) d\delta$$

$$A_2 = -0.5323793799 + 1.8 \cos(\delta_c) + 0.8 \delta_c$$

De tal modo que para que exista estabilidad, se debe satisfacer:  $A_1 = A_2$

$$0.8 \delta_c - 0.3684412203 = -0.5323793799 + 1.8 \cos(\delta_c) + 0.8 \delta_c$$

Llevando a la forma  $A_1 - A_2 = 0$ ,

$$0.1639381596 - 1.8 \cos(\delta_c) = 0$$

La resolución de esta ecuación, resulta trivial:

$$\delta_c = \cos^{-1} \left( \frac{0.1639}{1.800} \right) \quad \delta_c = 1.47959318588625 \text{ rad}$$

$$\delta_c = 84.77444494759754$$

Se deja a modo de ejercicio al lector demostrar que la expresión analítica, para este tipo de perturbación, resulta ser:

$$\cos \delta_c = \frac{P_{mec}^0}{P_{\max}^{III}} (\delta_{\max} - \delta_0) + \cos \delta_{\max}$$

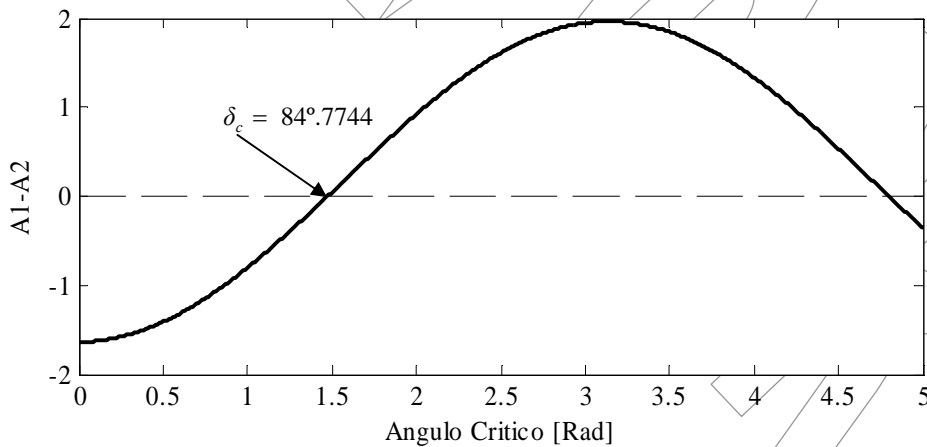


Figura 23. Grafica de la función  $A_1 - A_2$  en función de  $\delta_c$ .

De tal modo que el ángulo crítico resulta:  $\delta_c = 84^\circ.7744$ . En la realidad, lo que importa a los ingenieros de potencia, es el tiempo que tarda el sistema perturbación en alcanzar este valor de ángulo, para ellos, muchos autores coinciden con una ecuación, para definir el *tiempo crítico*,  $t_c$ :

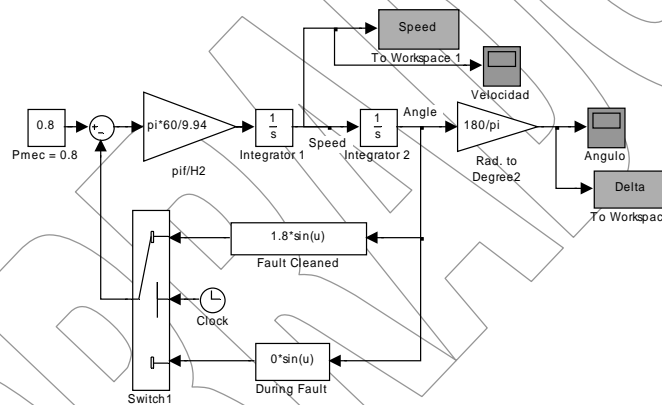
$$t_c = \sqrt{\frac{2H(\delta_c - \delta_0)}{\pi f P_{mec}^0}}$$

$$t_c = \sqrt{\frac{2 \times 9.94(1.479 - 0.4606)}{60\pi \times 0.8}}$$

$$t_c = 0.36652920 \text{seg}$$

El autor consideró, importante demostrar al lector, la existencia de este valor de tiempo crítico y su importancia.

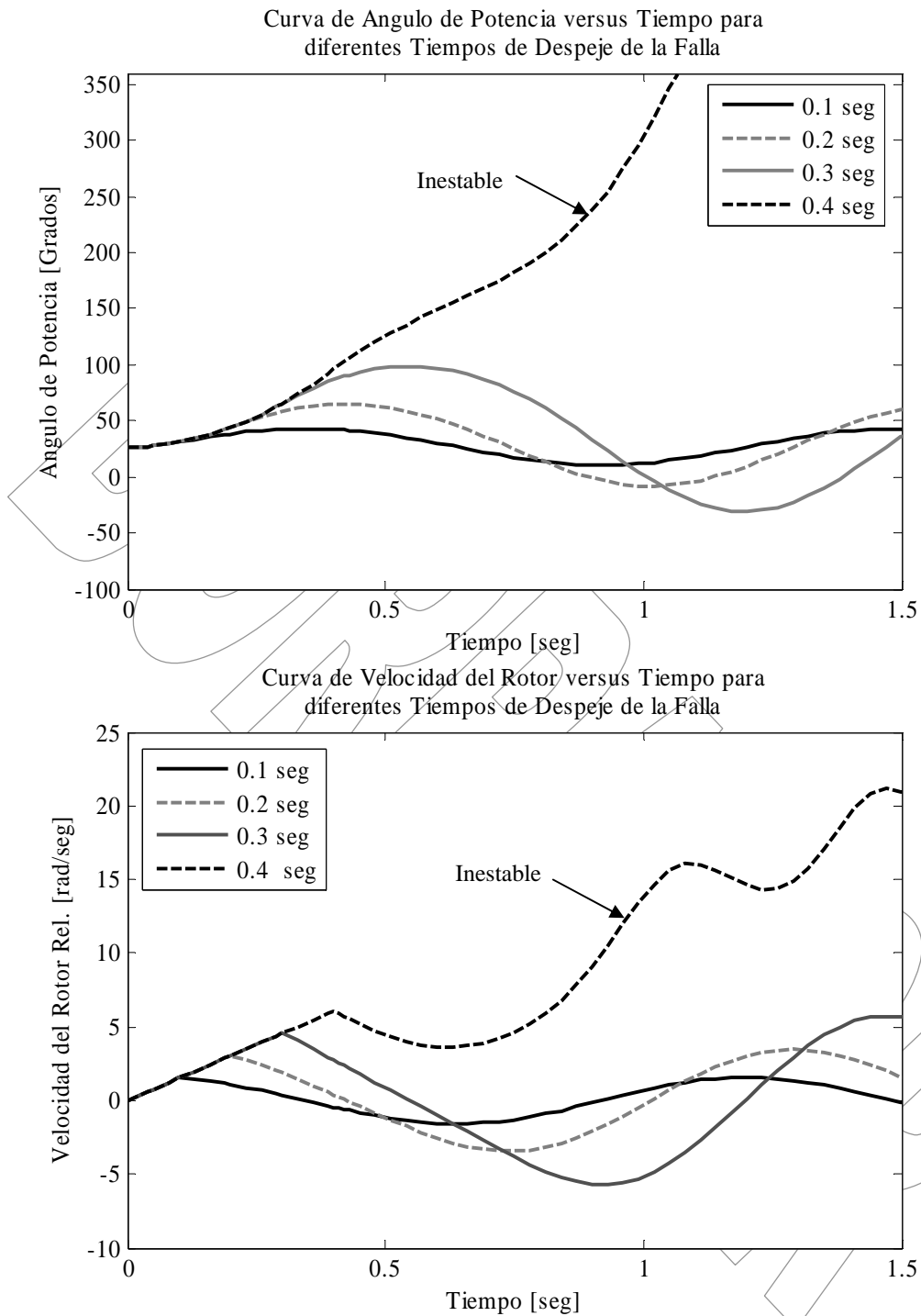
De tal modo, se resolvió la ecuación de oscilación para la perturbación planteada empleando un simple modelo construido en MATLAB™ Simulink™.



**Figura 24. Modelo en Simulink™, para simular la perturbación en el sistema de estudio**

De tal modo que se efectuaron varias simulaciones, para verificar el comportamiento en el tiempo del ángulo de potencia y la velocidad del rotor de la máquina, ante diferentes tiempos de despeje de la falla. Tiempos de despeje de 0.1, 0.2, 0.3 y 0.4 segundos fueron examinados, a continuación se muestran las graficas realizadas con ayuda de MATLAB™.

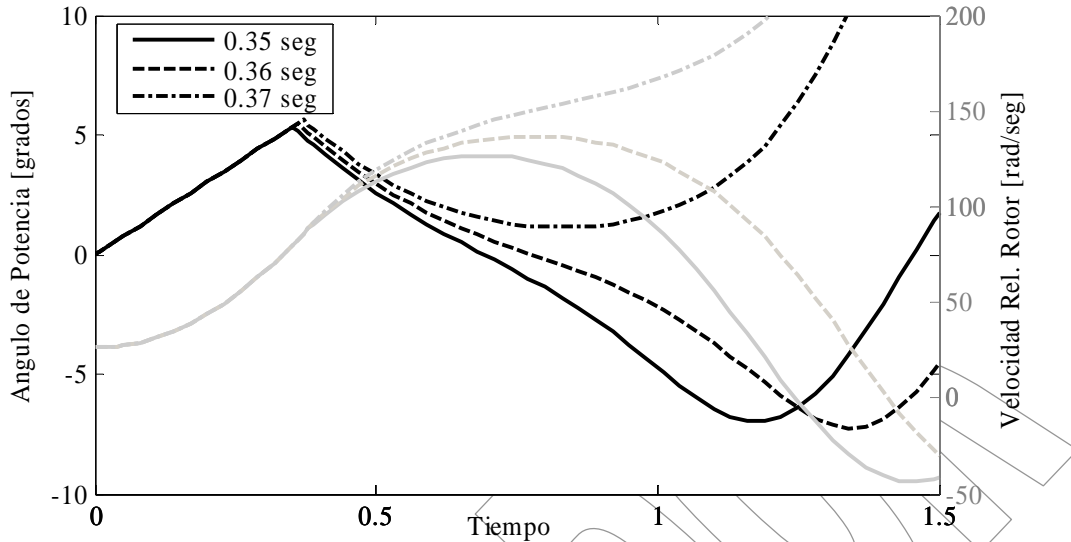
Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.



**Figura 25. Curva de Angulo de potencia y velocidad del rotor, diferentes tiempos de despeje**

Se puede observar que para  $t = 0.4$  segundos, la máquina pierde estabilidad, como se muestra en el crecimiento acelerado del ángulo de potencia, y un proceso de escalada de la velocidad de la máquina. En cambio para tiempos de  $t = 0.3$  segundos, la máquina es estable. De modo que se evidencia que existe un

tiempo diferencial, al partir del cual la persistencia de la falla hace que el sistema pierda la estabilidad, este tiempo, corresponde al tiempo crítico,  $t = 0.36$  segundos.

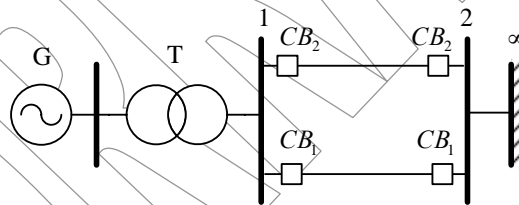


**Figura 26. Curva de Angulo de potencia y velocidad del rotor, diferentes tiempos de despeje alrededor del tiempo crítico de despeje**

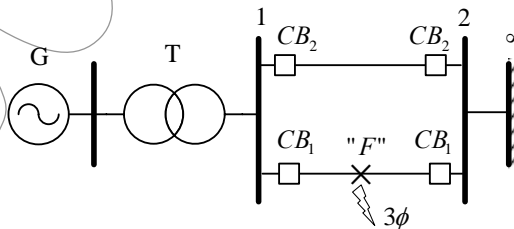
El tiempo,  $t = 0.36$  segundos, es evidenciado claramente en la grafica anterior, donde se ve que ángulo y velocidad crecen en forma constante, para tiempos mayores al tiempo crítico.

**2.4.2. Falla con Potencia Transmitida**

Considere el sistema de potencia de la Figura siguiente.



Supóngase que súbitamente ocurre una falla trifásica sólida a tierra en la mitad de una de las líneas, la falla es despejada por la adecuada y exitosa operación de los dispositivos de protección, que actúan ordenando la apertura de los interruptores  $CB_1$ , de modo que aíslan y despejan la falla, y la línea falla es abierta. Se desea determinar el ángulo crítico.



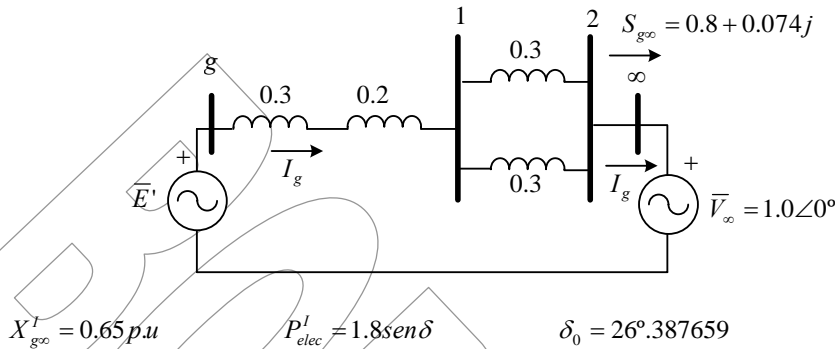
**Figura 27. Sistema de Potencia de una máquina contra un sistema de potencia infinito, con una falla con transmisión de potencia**

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.

Se asume la potencia mecánica de entrada permanece constante,  $P_{mec}^0$  y la máquina opera en régimen permanente, estable  $P_{elec}^0 = P_{mec}^0$ . Esto es completamente verdadero, si se considera que los dispositivos de control de la máquina no actúan (gobernador y excitatriz).

**ANTES DE LA PERTURBACIÓN**

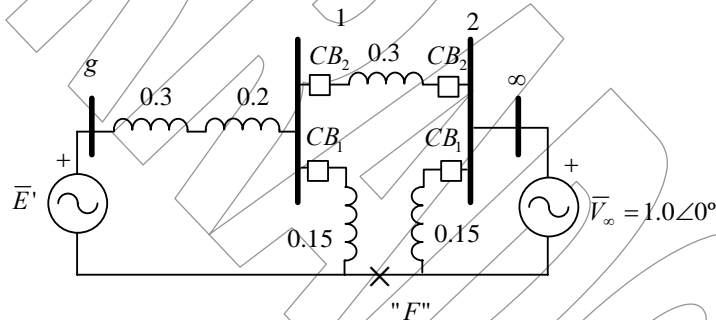
Las condiciones de régimen estacionario ANTES de la perturbación son conocidas.



**Figura 28. Diagrama de reactancia de un sistema de potencia de una máquina contra un sistema de potencia infinito, condiciones antes de la falla**

**DURANTE LA PERTURBACIÓN**

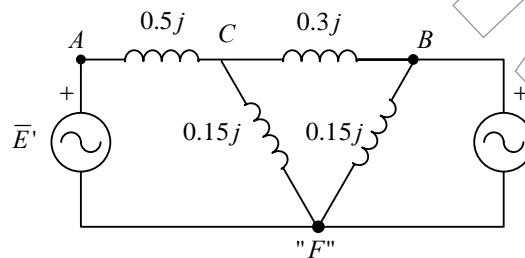
Al ocurrir la falla por cortocircuito, la topología de la red de transmisión se modifica, y del diagrama de reactancias resulta.



**Figura 29. Diagrama de reactancia de un sistema de potencia de una máquina contra un sistema de potencia infinito, condiciones durante la falla**

De tal modo se hace necesario estimar la ecuación que defina la potencia que el generador puede entregar a la barra de potencia infinita, y ello implica encontrar la impedancia de transferencia entre el voltaje interno de la máquina y la barra de potencia infinita  $X_{g\infty}^{II}$ .

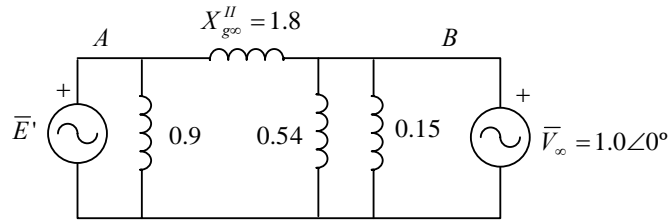
En el diagrama de reactancias resulta fácil evidenciar la existencia de una conexión estrella, entre los puntos marcados como A, B y F.



Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.



Se puede efectuar una transformación estrella, a delta.

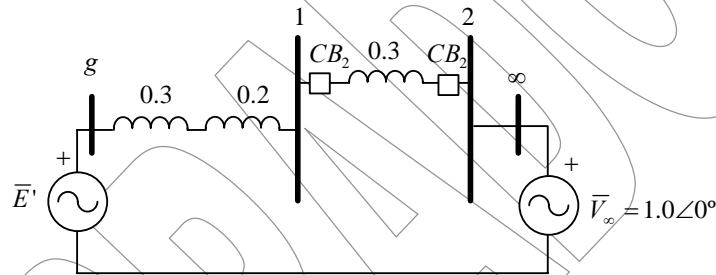


De tal modo, que la impedancia de transferencia entre el voltaje interno de la máquina y la barra de potencia infinita  $X_{g^{\infty}}^{\text{II}} = 1.8$ . Siendo la ecuación de potencia:

$$P_{elec}^{\text{II}} = \frac{|\bar{E}'||\bar{V}_{\infty}|}{X_{g^{\infty}}^{\text{II}}} \text{sen } \delta \qquad P_{elec}^{\text{II}} = 0.65 \text{sen } \delta \qquad P_{\text{max}}^{\text{II}} = 0.65$$

**DESPUÉS DE LA PERTURBACIÓN**

Por último, luego que ocurre la perturbación, la línea fallada es puesta fuera de operación, de tal modo que la topología de la red nuevamente cambia.



**Figura 30. Diagrama de reactancia de un sistema de potencia de una máquina contra un sistema de potencia infinito, condiciones después de la falla**

Cuando la falla es despejada, la línea fallada es aislada, de tal modo que la impedancia de transferencia post-falla es:

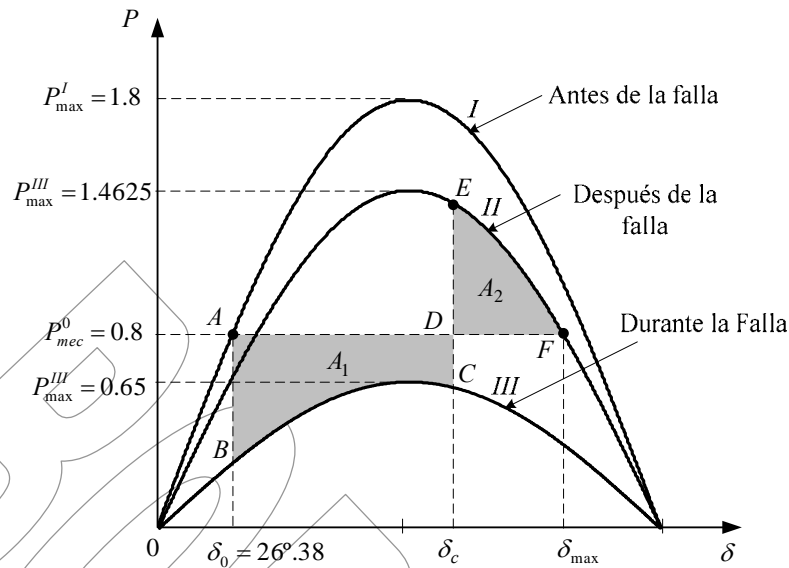
$$X_{g^{\infty}}^{\text{III}} = X'_d + X_T + X_{LT2} \qquad X_{g^{\infty}}^{\text{III}} = 0.3 + 0.2 + 0.3 \qquad X_{g^{\infty}}^{\text{III}} = 0.8 p.u$$

Y la ecuación de potencia ángulo resulta:

$$P_{elec}^{\text{III}} = \frac{|\bar{E}'||\bar{V}_{\infty}|}{X_{g^{\infty}}^{\text{III}}} \text{sen } \delta \qquad P_{elec}^{\text{III}} = 1.4625 \text{sen } \delta \qquad P_{\text{max}}^{\text{III}} = 0.65$$

De tal modo, que el estudio de esta perturbación amerita en trazado de tres curvas de potencia-ángulo: *I* Antes de la falla, *II*: Durante la falla, y *III*: Después de la falla.

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.



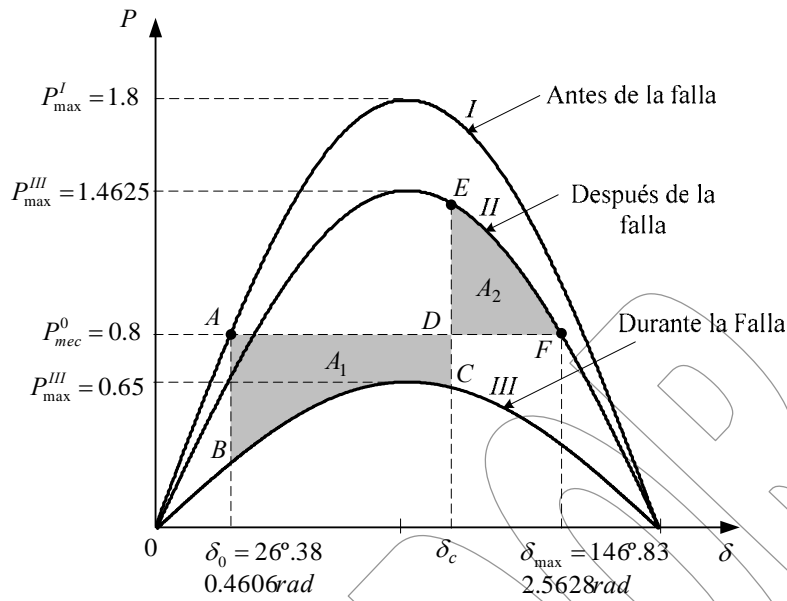
**Figura 31. Diagrama de potencia ángulo para condiciones antes, durante y después de la perturbación, mostrando las áreas de interés**

Se puede observar claramente que hay dos áreas bien definidas, una  $ABCD$ , en la cual la potencia mecánica es mayor a la potencia eléctrica durante la falla, que corresponde a un área de aceleración  $A_1$ , mientras que  $DEF$ , corresponde a un área de desaceleración  $A_2$ .

El ángulo máximo, puede ser fácilmente obtenido, debido a que en el punto  $F$  se cumple que la ecuación de potencia eléctrica después de la falla,  $P_{elec}^{III} = 1.4625 \text{sen} \delta$ , debe ser igual a la potencia mecánica de entrada a la máquina  $P_{mec}^0 = 0.8$ , para que pueda existir estabilidad.

$$P_{mec}^0 = 0.8 = P_{elec}^{III} = 1.4625 \text{sen} \delta_{\max} \quad \delta_{\max} \approx \pi - \text{sen}^{-1} \left( \frac{0.8}{1.4625} \right) \quad \delta_{\max} = 2.56280608 \text{rad}$$

$$\delta_{\max} = 146^\circ.83797214$$



**Figura 32. Diagrama de potencia ángulo para condiciones antes, durante y después de la perturbación, mostrando las áreas de interés y valores de interés**

Para que exista estabilidad luego de ocurrir la perturbación, se debe cumplir:  $A_1 = A_2$ , donde por simple uso de calculo integral se puede determinar estas áreas como:

$$A_1 = \int_{\delta_0}^{\delta_c} (P_{mec}^0 - P_{elec}^{II}) d\delta \qquad A_1 = \int_{\delta_0}^{\delta_c} (P_{mec}^0 - P_{max}^{II} \text{sen} \delta) d\delta$$

$$A_1 = \int_{\delta_0=0.4606}^{\delta_c} (0.8 - 0.65 \text{sen} \delta) d\delta$$

$$A_1 = 0.8\delta_c + 0.65 \cos \delta_c - 0.95071610347047$$

Mientras que el área  $A_2$ , desacelerante es definida por:

$$A_2 = \int_{\delta_c}^{\delta_{max}} (P_{elec}^{III} - P_{mec}^I) d\delta \qquad A_2 = \int_{\delta_c}^{\delta_{max}} (P_{max}^{III} \text{sen} \delta - P_{mec}^I) d\delta$$

$$A_2 = \int_{\delta_c=0.4606}^{\delta_{max}=2.5628} (1.4625 \text{sen} \delta - 0.8) d\delta$$

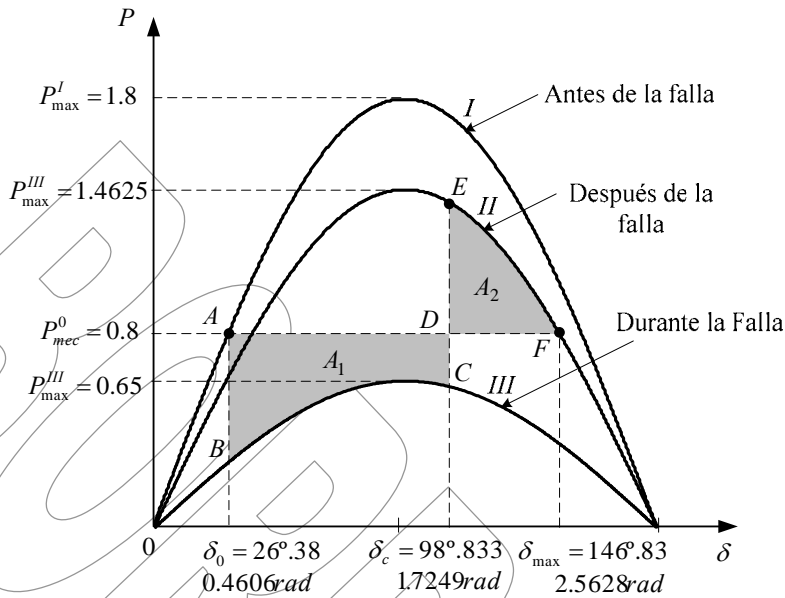
$$A_2 = -0.825946596 + 1.4625 \cos(\delta_c) + 0.8\delta_c$$

Se debe determinar el ángulo que satisface que  $A_1 = A_2$ . De tal modo que se replantea en la forma de una ecuación no lineal,  $A_1 - A_2 = 0$

$$-0.1247695071 - 0.8125 \cos(\delta_c) = 0$$

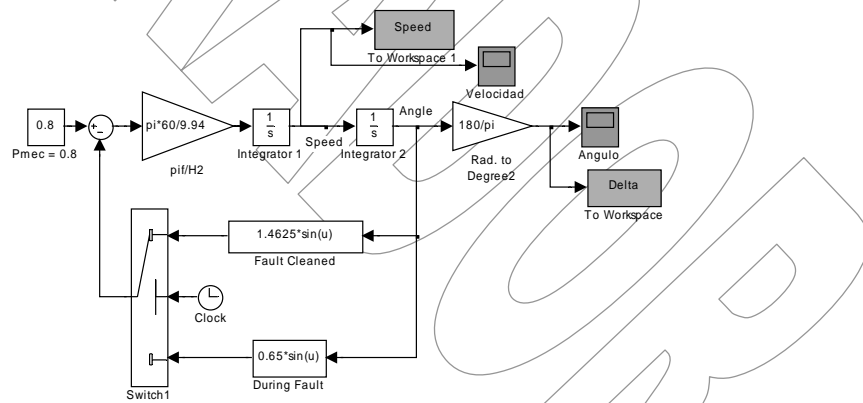
$$\delta_c = \cos\left(\frac{-0.1247695}{0.8125}\right) \quad \delta_c = 98^\circ.83343376396466$$

$$\delta_c = 1.72496883023292rad$$



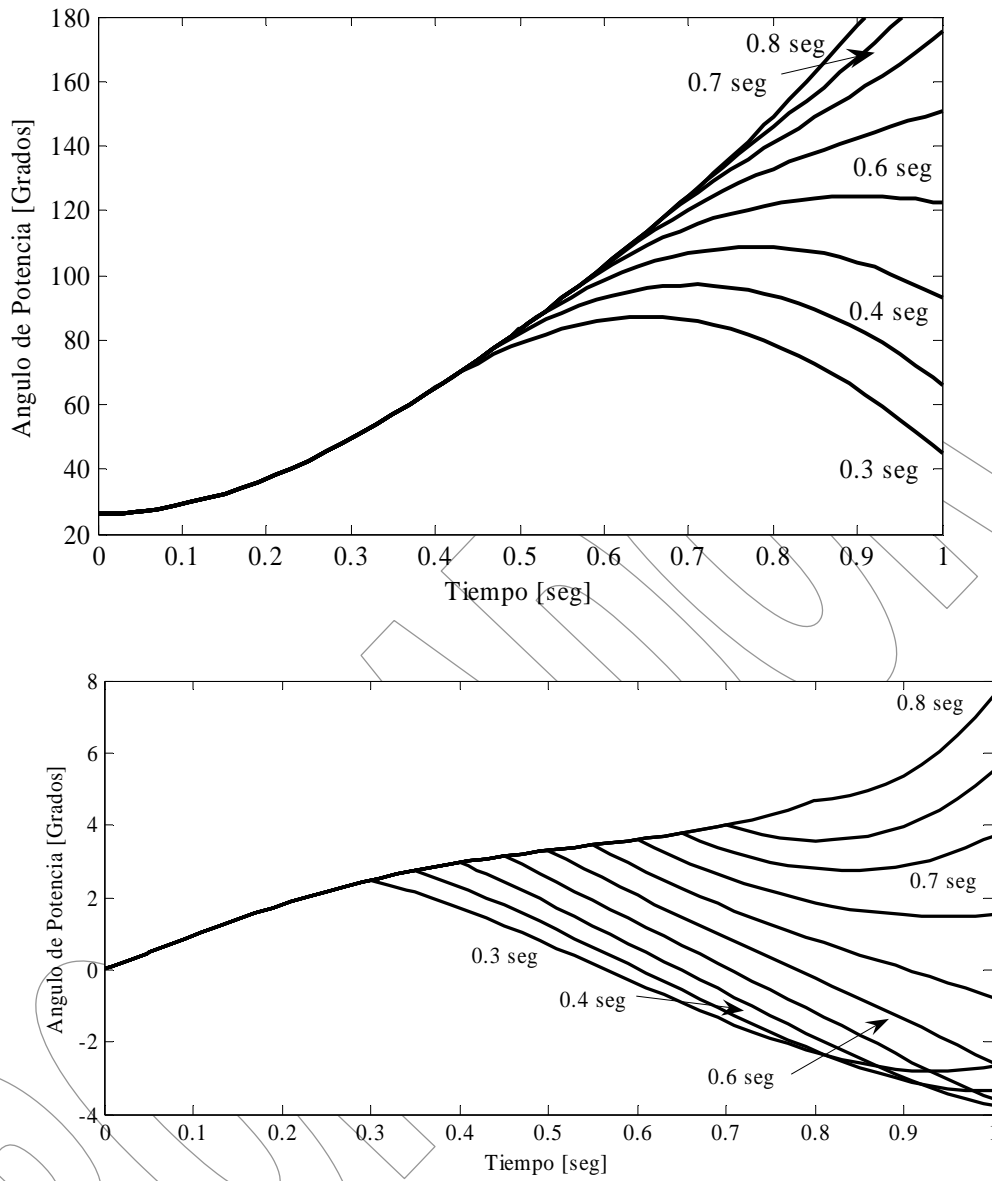
**Figura 33. Diagrama de potencia ángulo para condiciones antes, durante y después de la perturbación, mostrando las áreas de interés**

Finalmente el autor desea presentar los resultados de unas simulaciones efectuada en MATLAB™ Simulink™.



**Figura 34. Modelo en Simulink™, para simular la perturbación en el sistema de estudio**

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.



**Figura 35. Curva de Angulo de potencia y velocidad del rotor, diferentes tiempos de despeje alrededor del tiempo crítico de despeje**

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.