

# Capítulo 1

## Introducción

La planeación, diseño, y operación de un sistema de potencia requiere estudios de ingeniería para evaluar el sistema actual y el futuro, en aspectos como eficiencia, confiabilidad, seguridad, y economía. Estudios, que propiamente concebidos y conducidos, son una vía efectiva de costos para prevenir sorpresas y optimizar la selección de equipos. En la etapa de diseño, los estudios identifican y advierten potenciales deficiencias en el sistema antes que este entre en operación. En sistemas existentes, el estudio ayuda a localizar la causa de fallas en equipos y salidas de operación, y determina las medidas correctivas para mantener el desempeño del sistema.

La complejidad de los modernos sistemas de potencia, hace a los estudios difíciles, tediosos, y consumidores de tiempo si son realizados manualmente. El trabajo computacional asociado con los estudios de sistemas de potencia ha sido grandemente simplificado por el uso de los programas en computadoras digitales. Algunas veces, requerimientos económicos y de estudio dictan el uso de computadoras analógicas – un analizador de transitorio de redes (TNA: *Transient Network Analyzer*)- el cual provee un modelo a escala del sistema de potencia.

El trabajo computacional para determinar los flujos de potencia (*power flows*) y niveles de voltaje (*voltage levels*) resultantes de una condición sencilla de operación para aunque una pequeña red es del todo intolerable, si se realiza por métodos manuales. La necesidad de ayuda computacional dio origen al diseño de una computadora de analógica de propósito especial (analizador de redes AC; *AC network analyzer*) a comienzos de 1929. Este provee la posibilidad de determinar los flujos de carga y voltajes durante condiciones normales y de emergencia y estudiar el comportamiento transitorio del sistema resultante de una condición de falla o de conmutación.

Las primeras aplicaciones de computadoras digitales a problemas de sistemas de potencia datan del comienzo de 1940. La mayoría de las aplicaciones eran limitadas en el alcance debido a la pequeña capacidad de las calculadoras de tarjetas perforadas en uso durante ese período. Las computadoras digitales de gran escala se hicieron posibles en la mitad de los 1950, y los primeros intentos de programas de flujo de carga permitieron el desarrollo de programas para cortocircuito y cálculos de estabilidad.

Hoy, las computadoras digitales son una herramienta imprescindible en la planificación de sistemas de potencia, en el cual es necesario predecir el crecimiento futuro y simular día a día la operación por períodos superiores a los veinte años y más.

Tal como la tecnología de la computación a avanzado, también la complejidad de los sistemas de potencia industriales y comerciales lo han hecho. Estos sistemas de potencia han crecido en las décadas recientes con capacidades que exceden al de las pequeñas empresas de distribución de electricidad.

Hoy, el intensamente competitivo ambiente de negocios forzó a las plantas o personal de la gerencia de las empresas eléctricas a ser muy cuidadoso del costo total directo de distribución de electricidad. Entonces ellos deben asegurar el máximo retorno del capital de inversión en el sistema de potencia. El uso de computadoras digitales hace posible estudiar el rendimiento de sistemas de potencias actuales y propuestos bajo muy variadas condiciones de operación. Respuestas a múltiples preguntas sobre el impacto de expansiones en el

sistema, capacidad de cortocircuito, estabilidad de distribución de carga, etc. pueden ser inteligentemente y económicamente obtenidas.

## 1.1 Aplicaciones del Análisis de Sistemas de Potencia

La planificación, diseño y operación de los sistemas de potencia requiere de estudios de ingeniería para evaluar el rendimiento del sistema existente, confiabilidad, seguridad y economía. Los estudios, propiamente concebidos y conducidos, son una vía de costo efectivo, para prevenir sorpresas y optimizar la selección de equipos. En la etapa de diseño, los estudios identifican y alertan potenciales deficiencias en el sistema antes que este entre en operación. En sistemas existentes, ayudan a localizar la causa de falla de equipos y mala operación, y determina medidas correctivas para mejorar el rendimiento del sistema.

La complejidad de los modernos sistemas de potencia, hacen el estudio por medios manuales difíciles, tediosos y de un consumo alto de tiempo. Las herramientas computacionales asociados con los estudios de sistemas de potencia han sido grandemente simplificados por el uso de programas de computadoras digitales. Algunas veces, requerimientos de estudios y economía obligan al uso de computadoras analógicas –un analizador de transitorios de redes (*transient network analyzer TNA*)- el cual provee un modelo a escala del sistema de potencia.

Los programas digitales ofrecen a los ingenieros una poderosa herramienta para realizar estudios de rendimientos del sistema eficientemente. Las computadoras permiten diseños óptimos a mínimos costos, independientemente de la complejidad del sistema. Los avances en la tecnología de computación, han no solo reducido los costos de cómputo sino también el tiempo de ingeniería necesario para el uso de los programas. Los estudios formales ya pueden ser hechos fuera de las consultoras siendo posible ser hechos en casa. Los programas altamente amigables al usuario, con menús interactivos, ayudas en línea e interfaces gráficas de usuario (*GUI Graphical user interface*) guía a los ingenieros a través del programa para emprender los análisis.

El *Transient network analyser (TNA)* es una poderosa herramienta para los estudios de sobretensiones. El uso de microcomputadores para el control y adquisición de datos desde el TNA permitiendo la incorporación de probabilidad y estadística en el análisis de sobretensiones de maniobra (*switching surge*). Una de las mayores ventajas del TNA, es que permite una fácil y rápida reconfiguración de sistemas complejos con un resultado inmediato, evitando el relativamente alto tiempo asociado con el ejecutarse de programas digitales para esos sistemas.

Los más comunes estudios en sistemas de potencia son:

- Estudios de Flujo de Carga (*Load Flow Studies*)
- Estudios de Cortocircuitos (*Short-circuit studies*)
- Estudios de Estabilidad (*Stability studies*)
- Estudios de arranque de motores (*Motor-starting studies*)
- Estudios de armónicos (*Harmonic analysis studies*)

### 1.1.1. Estudios de Flujo de Carga

El estudio de flujo de carga, determina el voltaje, corriente, potencia activa y reactiva además del factor de potencia, en un sistema de potencia. Los estudios de flujo de carga son una excelente herramienta para la planificación del sistema. Un número de procedimientos de operación, pueden ser analizados, incluyendo condiciones de contingencias, tales como la pérdida de un generador, una línea de transmisión, o una carga. Estos estudios alertaran al usuario sobre las condiciones que pueden causar sobrecarga de los equipos o pobres niveles de voltaje. Los estudios de flujo de carga pueden ser usados para determinar el tamaño y localización óptima para capacitores de potencia para mejora de factor de potencia. También, son muy usuales en la determinación de los voltajes del sistema bajo condiciones de repentinas aplicaciones o desconexiones de carga. Los resultados de un estudio de flujo de carga son también punto de partida de estudios de

estabilidad. Las computadoras digitales son usadas ampliamente en los estudios de flujo de carga debido a la complejidad de los cálculos involucrados.

### 1.1.2. Estudios de Cortocircuito

Los estudios de cortocircuito son hechos para determinar la magnitud de la corriente que fluye a través del sistema de potencia a varios intervalos de tiempo que una falla ocurre luego que una falla ocurre. La magnitud de las corrientes que fluyen a través del sistema de potencia luego de una falla varía con el tiempo a menos que alcancen la condición de régimen permanente. Este comportamiento es debido a las características del sistema y dinámica. Durante este tiempo, los sistemas de protección son llamados a detectar, interrumpir e aislar esa falla. Los esfuerzos impuestos en estos equipos dependen también de la magnitud de la corriente, la cual dependen del tiempo de la inserción de la falla. Esto es hecho para varios tipos de falla (trifásica, fase a fase, doble fase a tierra y fase a tierra) a diferentes localizaciones a través del sistema. La información es usada para seleccionar fusibles, *breakers*, y *switchgear* en adición con los ajustes de los dispositivos de protección.

### 1.1.3. Estudios de Estabilidad

La habilidad de un sistema de potencia, que contiene dos o más máquinas sincrónicas, de continuar operando luego que un cambio ocurre en el sistema es una medida de su estabilidad. El problema de estabilidad toma dos formas: estabilidad de régimen permanente y estabilidad transitoria. La estabilidad de régimen permanente puede ser definida como la habilidad del sistema de potencia de mantener sincronismo entre las máquinas dentro del sistema luego de un relativamente lento cambio de carga. La estabilidad transitoria es la habilidad del sistema de mantener en sincronismo bajo condiciones transitorias, tales como fallas, operaciones de maniobra, etc.

En un sistema industrial de potencia, la estabilidad puede envolver el sistema de la empresa eléctrica y uno o más generadores dentro de la empresa o motores sincrónicos. Las contingencias, tales como botes de *carga (load rejection)*, poseen un impacto directo sobre la estabilidad. Los esquemas de aislar (*Load-shedding*) cargas y el tiempo total de despeje de falla (*critical fault-clearing times*) pueden ser determinados en función de seleccionar los apropiados ajustes de los relés de protección.

Este tipo de estudios son probablemente el más complejo de los hechos en un sistema de potencia. Una simulación debe incluir modelos de los generadores sincrónicos y sus controles, por ejemplo: reguladores de voltaje, sistemas de excitación, y gobernadores. Los motores son algunas veces representados por sus características dinámicas como son los compensadores estáticos y relés de protección.

### 1.1.4. Estudio de Arranque de Motores

La corriente de arranque de la mayoría de los motores AC son varias veces la corriente normal de plena carga. Tanto los motores sincrónicos como los de inducción pueden maneja entre 5 y 10 veces la corriente a plena carga cuando arrancan desde la línea de alimentación. El torque de arranque varía directamente con el cuadrado del voltaje aplicado. Si el voltaje en terminales cae en forma excesiva, el motor puede no tener suficiente toque como para acelerar y alcanzar la velocidad de operación. Los motores funcionando pueden aparecer por un excesiva caída de tensión, o por la operación de los relés de bajo voltaje. En adición a estos, si los motores son arrancados frecuentemente, la variación del voltaje puede causar *flicker* apreciables en los sistemas de iluminación.

Con el uso de las técnicas de estudios en el arranque de motores, estos problemas pueden ser precedidos antes de la instalación del motor. Si un dispositivo de arranque es necesario, su característica y ajuste puede ser fácilmente determinado. Una típica computadora digital puede calcular la velocidad, deslizamiento, toque eléctrico de salida, corriente de carga, y voltaje en terminales en intervalos de tiempo discretos desde la velocidad de rotor bloqueado hasta la de plena carga. También, el voltaje en importantes puntos a través del sistema durante arranque puede ser monitoreado. El estudio ayuda a seleccionar el mejor método de arranque,

el diseño apropiado del motor, y los requerimientos de diseño del sistema para minimizar el impacto del arranque del motor en el sistema entero.

### 1.1.5. Estudio de Armónicos

Un armónico producido por una carga puede afectar a las otras cargas si una distorsión significativa de voltaje es causada. La distorsión de voltaje causada por una carga productora de armónicos es una función, tanto de la impedancia del sistema como del valor del armónico de corriente inyectado. El hecho real es que para una corriente de carga dada esta distorsionada, no siempre significa que generara efectos adversos a los otros consumidores. Si la impedancia del sistema es baja, la distorsión de voltaje es usualmente despreciable en la ausencia de resonancia armónica. Sin embargo, si la resonancia armónica prevalece, voltajes y corrientes armónicas son intolerables.

Algunos de los efectos primarios de la distorsión de voltaje son los siguientes:

- Interferencia de sistemas de control y comunicaciones.
- Calentamiento en máquinas rotatorias.
- Sobre calentamiento y falla de capacitores

Cuando las corrientes armónicas son altas y viajan en una parte significativa expuesta a circuito paralelos de comunicación, el efecto principal es la interferencia telefónica. Este problema depende de las partes físicas del circuito como también de la frecuencia y magnitud de las corrientes armónicas. Las corrientes armónicas también causan pérdidas adicionales en la línea y adicionales perdidas por histéresis en los transformadores.

Errores en los mediciones de Energía son frecuentemente causadas por armónicos. A una frecuencia armónica, el medidor puede registrar un valor más alto o más bajo dependiendo de los armónicos presentes y de la respuesta del medidor a ese armónico. Afortunadamente el error es usualmente bajo.

Los análisis son comúnmente hechos para predecir los niveles de distorsión en adición de una nueva carga generadora de armónicos o un banco de capacitores. El procedimiento es primero desarrollar un modelo que pueda precisamente simular la respuesta armónica de el sistema actual y entonces se agrega el modelo de la nueva adición. El análisis también comúnmente hecho evalúa alternativas para corregir los problemas encontrados por mediciones.

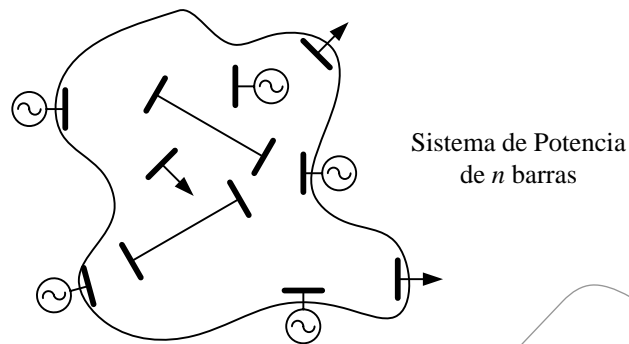
Solo pequeños circuitos pueden ser analizados sin un programa computacional. Típicamente, un programa computacional, para el análisis de armónicos, proveerá al ingeniero de la capacidad para calcular la respuesta en frecuencia del sistema de potencia y mostrará su respuesta en forma gráfica. Los programas proveen la capacidad de predecir la distorsión real basado de modelos de convertidores, hornos de arco y otras cargas no lineales.

## 1.2 Matrices en Sistemas de Potencia

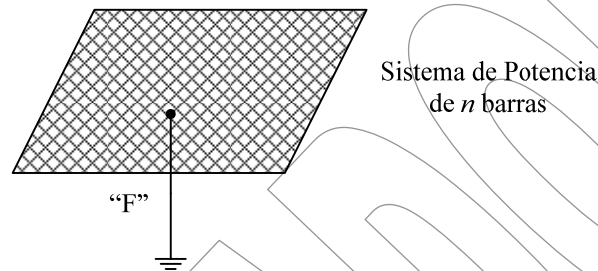
Los cálculos de fallas es un problema muy cotidiano de la ingeniería electricista de potencia, su cálculo puede ser realizado, de múltiples modos, pero en forma traidicional los métodos se agrupan de dos categorías:

- *Método Tradicional:* Aplicación de los métodos de la F.E.M o Thevenin, basado en teoria circuital.
- *Método de  $Z_{bus}$  ó Impedancia de Barra.* Basado en teoría circuital con orientbtación netamente de topología.

Supóngase un sistema de potencia cualquiera el cual posee  $n$  barras; del cual no importa por ahora su topología interna (Figura 1.1.). Además suponga que súbitamente ocurre una falla de cortocircuito en una barra dentro del sistema (punto "F").



**Fig. 1.1. Sistema de Potencia Típico**



**Fig. 1.2. Sistema de Potencia Típico Simplificado de  $n$  barras, Fallado**

Un sistema de gran potencia en condiciones de cortocircuito, se puede considerar como una red alimentada por varios generadores y una carga simple en la barra en la condición de falla (que en función del tipo de falla es una condición terminal simétrica o asimétrica).

Dentro del sistema fallado, se pueden despreciar las corrientes de carga, ya que las mismas son muy pequeñas en comparación de las que circulan en situación de falla.

Al estudiar el sistema fallado (por cortocircuito) se pueden presentar las siguientes interrogantes:

- Determinar la corriente de cortocircuito en todas las barras.
- Determinar la tensión en las barras adyacentes al punto de falla.
- Determinar la tensión en la contribución de corriente de ramas.

Cuando estas incógnitas confluyen, junto con un número muy grande de barras en el sistema, se inclina por enfocar el problema a computadoras digitales de alta velocidad, utilizando el método de impedancia de barra  $Z_{bus}$ .

### 1.3 Matriz Impedancia de Barra, $Z_{BUS}$

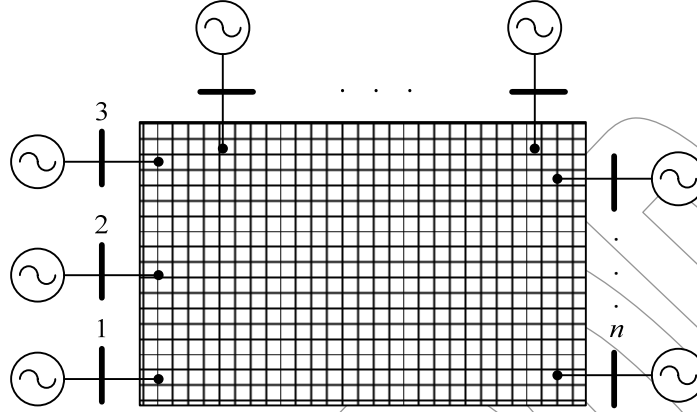
En el análisis de un sistema de potencia topológicamente sencillo, los métodos tradicionales (o manuales) para el cálculo de corriente de cortocircuito resultan sencillos de aplicar, pero los modernos sistemas de potencias los cuales son sumamente extensos, complicados y densamente interconectados, la aplicación de los métodos clásicos (cálculos manuales) resulta poco práctico, es por ello que aparece el método de *Matriz de Impedancia de Barra* ( $Z_{bus}$ ), que implementado en programas para computadoras digitales de alta velocidad, realizan la labor de calcular la corriente de cortocircuito de una manera más rápida.

Para conseguir un concepto claro del método de la matriz de impedancia de barra, resulta conveniente realizar una serie de consideraciones y suposiciones para hacer el estudio del cortocircuito simplificado.

- (1) La concepción del sistema de potencia será en una fase o monofásico aunque se conoce que es trifásico (uso del equivalente por fase), y considerar un equivalente por fase implica que el sistema

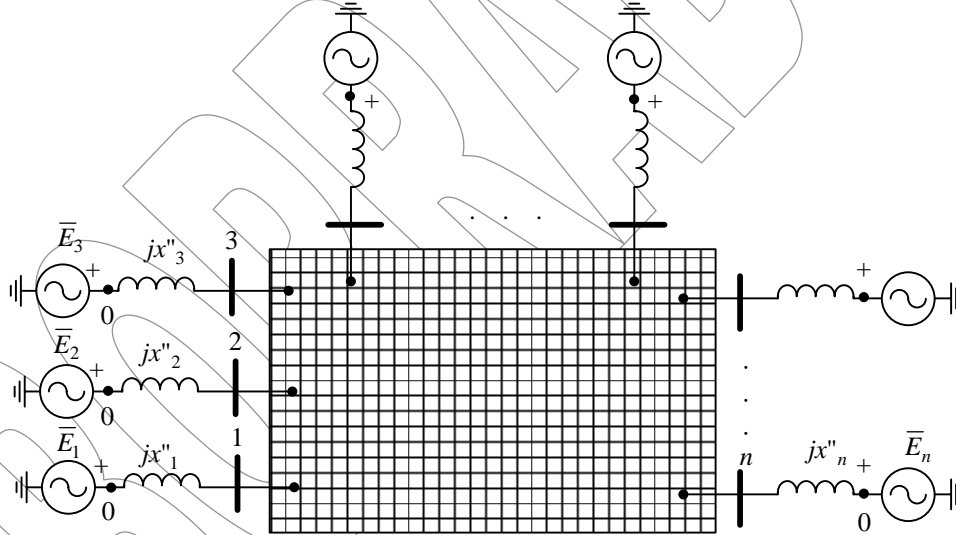
tiene impedancias balanceadas en los transformadores y líneas de transmisión, y además tensiones generadas balanceadas.

Suponga que el sistema de potencia se encuentra alimentado por  $n$  generadores desde la barra de neutro (Figura 1.3).



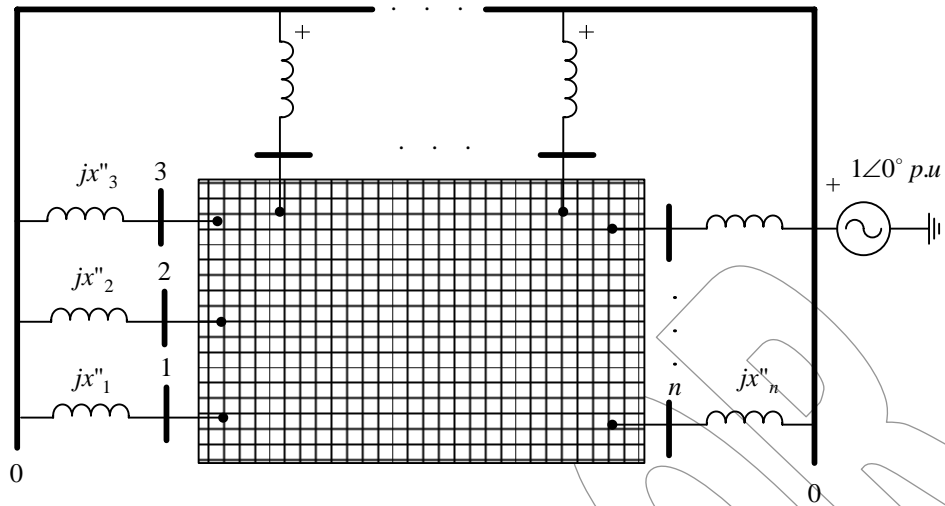
**Fig. 1.3. Sistema de Potencia alimentado por  $n$  generadores**

- (2) Suponga que el sistema esta en vacío de modo que la tensión en todas las barras es la misma. A continuación se reemplazan todos los generadores ( $n$  en total) por una fuente de voltaje constante en serie con reactancias subtransitorias (su modelo equivalente simplificado, Fig. 1.4).



**Fig. 1.4. Sustitución de los Modelos Equivalentes de los  $n$  generadores**

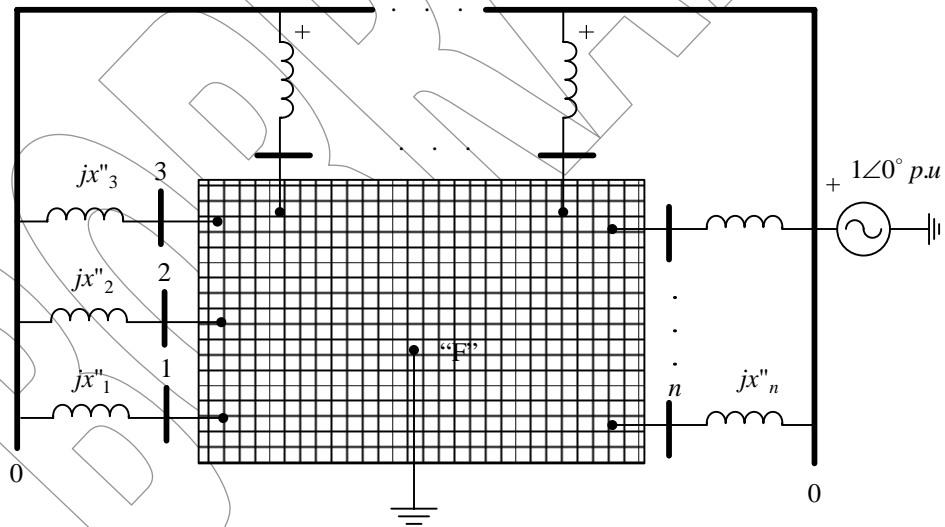
- (3) Como todas las barras marcadas con 0 están al mismo potencial (voltaje detrás de la reactancia de la máquina), estas barras pueden unirse entre sí y reemplazarse las mismas por un generador único equivalente ( $E_1 = E_2 = E_3 = \dots E_{n-1} = E_n = 1.0 \angle 0^\circ$  p.u.).



**Fig. 1.5. Sustitución de las Fuentes detrás de la Reactancia**

El punto "0", es decir, el punto detrás de las reactancias subtransitorias  $\{x'_{dj}\}_{j=1}^n$  se toma como referencia. Normalmente en el generador se toma como  $1.0\angle 0^\circ p.u.$  para su tensión para estudios de cortocircuitos.

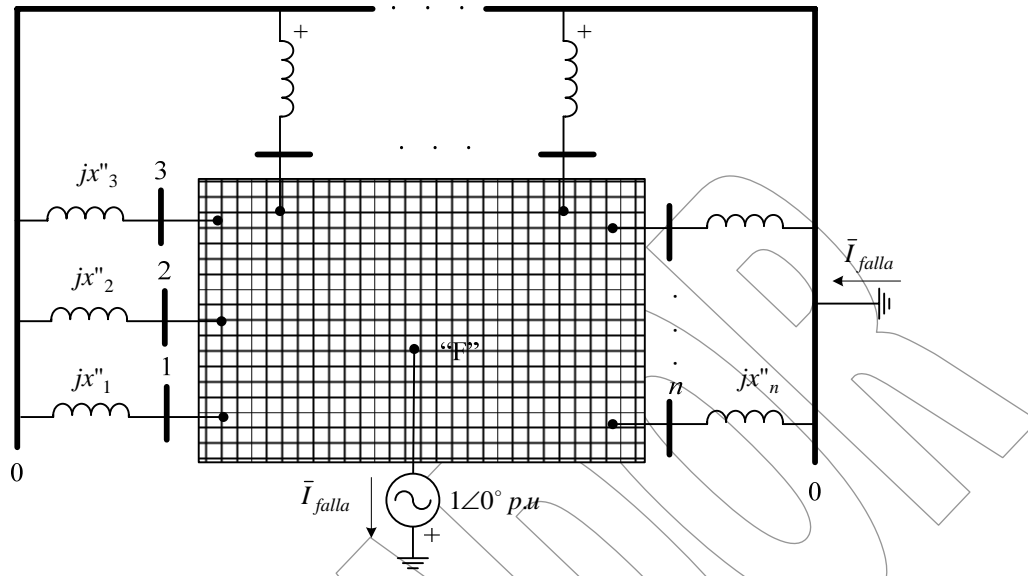
- (4) Cuando se produce un cortocircuito trifásico en una cierta barra (dentro del sistema de potencia, "F") esta se conecta a tierra, en este caso, se aplica la tensión total de  $1.0\angle 0^\circ p.u.$  entre la barra de referencia y la barra en el cortocircuito (Figura 1.6).



**Fig. 1.6. Falla en la Barra "F" del Sistema de Potencia**

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.

- (5) Luego se conecta la fuente directamente en el nodo fallado; con polaridad invertida, como ya se demostró que es totalmente valedero en el Teorema de Thevenin (Figura 6).



**Fig. 1.7. Aplicación del Teorema de Thevenin al Sistema de Potencia Fallado**

Luego se ha hecho esta serie de suposiciones es fácil aplicar la Ley de Corrientes de Robert Gustav Kirchoff, resultando para cada nodo:

$$\mathbf{Y}_{\text{nodo}} \mathbf{V}_{\text{nodo}} = \mathbf{I}_{\text{nodo}} \quad (1)$$

Realizando un símil, para los sistemas de potencia, donde los nodos son Buses, entonces las ecuaciones se escriben de la forma matricial como:

$$\mathbf{Y}_{\text{bus}} \mathbf{V}_{\text{bus}} = \mathbf{I}_{\text{bus}} \quad (2)$$

Si, como se supuso en principio, el sistema consta de  $n$  barras, expandiendo las ecuaciones, resulta:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & & Y_{2n} \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & Y_{n3} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \vdots \\ \bar{V}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \vdots \\ \bar{I}_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

Donde la matriz que contiene todas las admitancias  $\{Y_{ij}\}$  se denomina *Matriz Admitancia de Barra* ( $Y_{bus}$ ), la cual es de  $n \times n$  elementos, como en los sistemas de potencia, por lo general, se disponen de todas las impedancias el fácil conocer las admitancias, por lo que todos los elementos de la matriz son conocidos, y se cumple:



$$\begin{cases} Y_{ij} = -y_{ij} & , \text{si } i \neq j \\ Y_{ij} = \sum_{k=1}^n Y_{ik} & , \text{si } i = j \end{cases} \quad (4)$$

Una característica muy importante es que la matriz de admitancia de barra es poco densa, porque tiene muchos ceros, esto es una ventaja desde el punto de vista de la computación.

En notación matricial lo antes expuesto se reduce a:

$$\mathbf{Y}_{bus} \mathbf{V}_{bus} = \mathbf{I}_{bus} \quad (5)$$

Si la ecuación anterior, se multiplica en ambos lados de la expresión por la inversa de la matriz de admitancia de barra ( $\mathbf{Y}_{bus}^{-1}$ ), resulta:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{bus}^{-1} \mathbf{Y}_{bus} \mathbf{V}_{bus} &= \mathbf{Y}_{bus}^{-1} \mathbf{I}_{bus} \\ \mathbf{V}_{bus} &= \mathbf{Y}_{bus}^{-1} \mathbf{I}_{bus} \\ \mathbf{V}_{bus} &= \mathbf{Z}_{bus} \mathbf{I}_{bus} \end{aligned} \quad (6)$$

donde :

$$\mathbf{Z}_{bus} = \mathbf{Y}_{bus}^{-1} \quad (7)$$

La matriz  $\mathbf{Z}_{bus}$  es conocida como la *Matriz Impedancia de Barra* y equivale a la inversa de la matriz de admitancia.

Si se expande la notación matricial resulta:

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & & Z_{2n} \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & Z_{n3} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \vdots \\ \bar{I}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \vdots \\ \bar{V}_n \end{bmatrix} \quad (8)$$

La matriz de impedancia de barra es de  $n \times n$  elementos, y es simétrica, donde:

$Z_{kk}$  : Impedancia propia de la barra

$Z_{ik}$  : Impedancia de transferencia entre el nodo  $i$  y  $k$

Se puede simular una condición de falla en un sistema de potencia, inyectando una corriente  $\bar{I}_k$  en la barra  $k$  (la barra  $k$  es donde ocurre el cortocircuito), o sea, que la falla solo tiene una corriente de nodo, resultando las ecuaciones:

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{21} & \dots & Z_{1k} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2k} & \dots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Z_{k1} & Z_{k2} & \dots & Z_{kk} & \dots & Z_{kn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nk} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{I}_k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \vdots \\ \bar{V}_k \\ \vdots \\ \bar{V}_n \end{bmatrix} \quad (9)$$

La columna  $k$  provee *el perfil de voltajes del sistema*, es decir, los voltajes en cada una de las barras, siempre que  $\bar{I}_k$  sea conocido.

La impedancia propia de la barra  $k$  es la impedancia vista entre este y la barra de referencia.

Las impedancias de transferencia  $Z_{ik}$ , son determinadas calculando los voltajes entre cada una de las otras barras respecto a la referencia, cuando a alguna se le inyecta una corriente unitaria ( $1.0 \angle 0^\circ$  p.u.).

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{21} & \dots & Z_{1k} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2k} & \dots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Z_{k1} & Z_{k2} & \dots & Z_{kk} & \dots & Z_{kn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nk} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \angle 0^\circ \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \vdots \\ \bar{V}_k \\ \vdots \\ \bar{V}_n \end{bmatrix} \quad (10)$$

resultando:

$$\begin{bmatrix} Z_{1k} \\ Z_{2k} \\ \vdots \\ Z_{kk} \\ \vdots \\ Z_{kn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \vdots \\ \bar{V}_k \\ \vdots \\ \bar{V}_n \end{bmatrix} \quad (11)$$

Nótese que la impedancia de transferencia  $Z_{1k}$  es el voltaje en la barra 1 debido a la inyección de una corriente unitaria en la barra  $k$ .

En forma general, la interpretación de los elementos de la matriz impedancia de barra es:

$Z_{ik}$ : es el voltaje de la barra  $i$ , cuando por la barra  $k$ , se inyecta una corriente unitaria. Es referida típicamente como la impedancia de transferencia entre la barra  $i$  y  $k$ .

$Z_{kk}$ : es el voltaje de la barra  $k$ , cuando por la barra  $k$ , se inyecta una corriente unitaria. Es referida típicamente como la impedancia de propia de la barra  $k$ , y es igual a la impedancia de Thevenin de la barra  $k$ .

## 1.4 Construcción de la Matriz Impedancia de Barra ( $Z_{bus}$ )

La construcción de la matriz de impedancia de barra es un proceso sistemáticamente sencillo, el cual consiste en emplear los fundamentos de topología, para paso a paso construir una matriz equivalente del sistema.

Considérese un sistema de potencia el cual esta constituido por un numero finito y conocido de barras. Pártase de la idea de seleccionar un nodo de referencia, el cual por simplicidad (como se verá más adelante) se designa como barra cero "0".

Es lógico supones que aunque se trate de un sistema de potencia extenso, se conoce el modelo en forma de matriz de cierta parte es éste, el cual puede ser representado por medio de una matriz de admitancia de barra denominada  $Z_{bus}$  primitiva, esto se refiere que se conoce la impedancia de barra de una parte del sistema de potencia (matriz o elemento), y la cual se utiliza como punto de partida para la construcción de la matriz de barra del sistema completo. Evidentemente la  $Z_{bus}$  primitiva debe estar conectada a la barra de referencia (barra 0).

Conocida la matriz impedancia de barra de los sistemas  $Z_{bus}$  primitiva, se desea ampliar el modelo del sistema incluyendo elementos, para ello se procede a añadir las impedancias del sistema en forma ordenada, siendo definida tres operaciones elementales:

- Agregar un elemento entre referencia y un nodo nuevo.
- Agregar un elemento entre un nodo existente y un nodo nuevo.
- Agregar un elemento entre dos nodos existentes.

El procedimiento es relativamente fácil (aunque laborioso, dependiendo de la topología y el número de barras asociadas), se coloca un elemento unido a la barra de referencia, este crea un nueva barra, el próximo elemento se agrega a partir de la barra de referencia o a partir de la barra creada, todo esto con la salvedad de que no se puede agregar ningún elemento entre dos barra si al menos uno de ella no tiene continuidad hacia la barra de referencia.

La construcción de la matriz de impedancia de barra, es sencilla, se basa en la repetición alternante de pasos. Se persigue partir de una impedancia de barra conocida que se llama primitiva, luego mediante un algoritmo muy sencillo se amplía la matriz, hasta completar la totalidad de las impedancias de barra del sistema de potencia.

## 1.5 Algoritmo para Ampliar la Matriz $Z_{bus}$

Supóngase que se dispone de un sistema de potencia extenso el cual es el motivo de estudio; a éste, cada barra del sistema se le asigna una numeración creciente positiva (1,2,3... ) y se designa la barra de referencia con el número cero "0" por simplicidad de nomenclatura.

Además suponga que se conoce una  $Z_{bus}$  primitiva, la cual puede ser una simple impedancia o en el caso más general una matriz primitiva de barra de cierta parte del sistema de potencia, se designa por  $Z_{primitiva}$  para denotar la posibilidad de ser una matriz. Paso siguiente se parte de la barra de referencia, y se coloca un elemento que esté unido a esa barra de referencia, por lo general se parte de la  $Z_{primitiva}$ , el elemento agregado crea una nueva barra.

El próximo elemento se debe colocar a partir de la barra de referencia ó a partir de la barra creada. Es importante aclarar que en el proceso de formación de la matriz de impedancia de barra, no se puede agregar ningún elemento entre dos barras si al menos una de ellas no tiene continuidad hacia la barra de referencia, esto implica que al agregar elementos a la matriz se debe considerar que el elemento debe cerrar al menos un camino a referencia. Al expandir la matriz de barra, agregando elementos se debe discriminar si pertenecen a una rama ó a una unión del gráfico correspondiente al sistema. Los procesos empleados son muy diferentes en

cada caso para expandir la matriz. Si un elemento que se agrega no forma un circuito cerrado con los otros elementos del sistema, ese elemento se denomina rama, si por el contrario forma un circuito cerrado ese elemento será una unión.

El algoritmo de formación no requiere que las ramas y las uniones y por lo tanto el árbol estén explícitamente especificados; por el contrario el propio algoritmo va construyendo automáticamente el árbol a medida que se van agregando los elementos del sistema de potencia.

En lo sucesivo se denotan los tres casos posibles, para agregar elementos del sistema a una matriz primitiva que se denominó  $Z_{\text{primitiva}}$ .

Considere un elemento de rama (aquel que no forma un lazo cerrado con otros elementos) con barras terminales  $p$  y  $q$ , con impedancia propia  $\hat{Z}_{pq}$ .

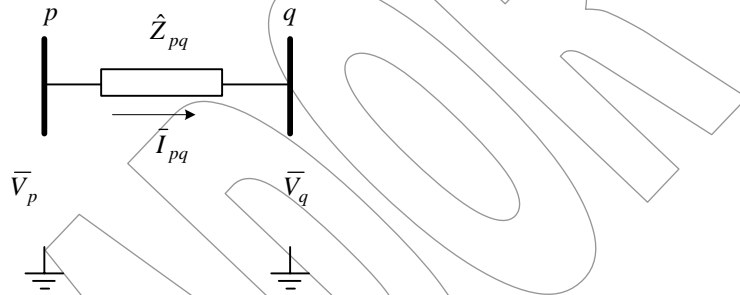


Fig. 1.8. Esquema de Elemento entre Barras  $p$  y  $q$  con Impedancia Propia  $\hat{Z}_{pq}$

### 1.5.1. Un Elemento entre la Barra de Referencia y una Barra Nueva

Pártase de la idea de que se posee una representación total o parcial de un sistema de potencia, la cual viene dada en la forma de una matriz impedancia de barra  $Z_{\text{primitiva}}$ . Se desea incluir dentro del modelo persistente, una elemento entre la barra de referencia "0" y una nueva barra  $p$ .

El objetivo es, modificar la matriz de impedancia de barra de un modelo persistente, de modo tal, que se incluya dentro del modelo la barra  $p$ . Para ello, suponga la nomenclatura mostrada en la Fig. 1.8, tal que la barra  $q$  es la barra de referencia ( $q = 0$ ).

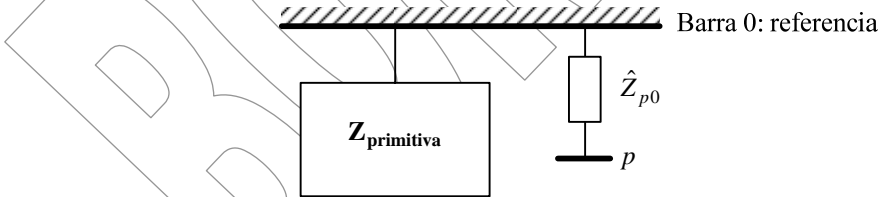


Fig. 1.9. Agregar un Elemento entre Barra de Referencia y una Barra Nueva

La matriz impedancia de barra es una matriz cuadrada, cuyo orden, es equivalente al número de barras que esa matriz representa del sistema.

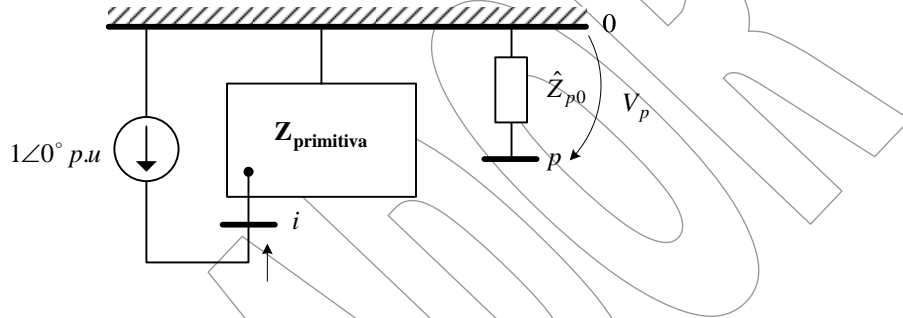
En tal sentido, la matriz impedancia de barra que represente este sistema con la nueva barra incluida (con elemento entre la referencia y la barra nueva) debe tener un orden mayor en uno a la  $Z_{\text{primitiva}}$ . De tal modo, se agrega a la  $Z_{\text{primitiva}}$  una nueva fila y una nueva columna (fila y columna  $p$ )

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.

$$\mathbf{Z}_{\text{bus}} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{\text{primitiva}} & Z_{1p} \\ & Z_{2p} \\ & \vdots \\ Z_{p1} & Z_{p2} & \dots & Z_{pp} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Ahora bien, hay que definir los elementos de la nueva fila y columna que se agregan a la matriz, para ello, se recurre a la interpretación previamente dada a cada uno de los elementos.

En el caso de  $Z_{ip}$ , es el voltaje en la barra  $i$  cuando se inyecta una corriente unitaria en la barra  $p$ , lo cual puede ser perfectamente reproducido en la siguiente Figura, donde se inyecta una corriente de 1.0 p.u. en la barra  $i$  (incluida dentro de la representación preexistente del sistema), y se determina el voltaje en la barra  $p$ ,  $V_p$ .

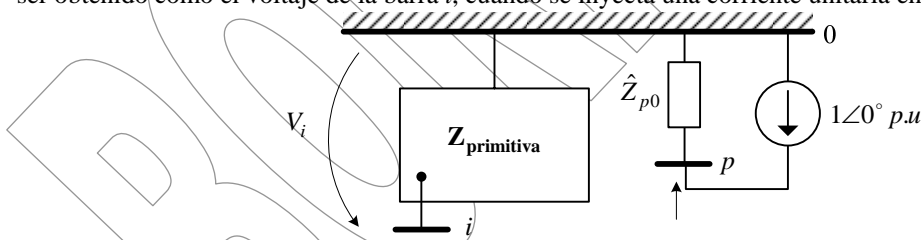


**Fig. 1.10. Circuito equivalente para el calculo de  $Z_{ip}$**

Resulta evidente de la Fig. 1.10, que debido a que el elemento  $\hat{Z}_{p0}$  no posee acoplamiento magnético con ningún elemento considerado dentro de la representación persistente de  $\mathbf{Z}_{\text{primitiva}}$ , entonces  $V_p = 0$  p.u. Como consecuencia de esto resulta:

$$\begin{aligned} Z_{ip} &= 0 \\ Z_{pi} &= 0 \end{aligned}$$

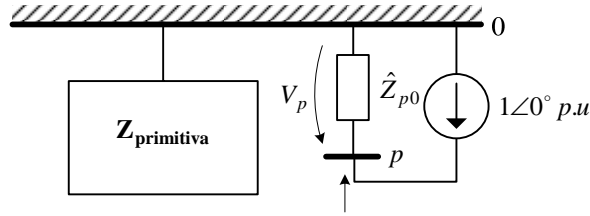
El termino  $Z_{pi}$ , es simétrico, y posee demostración semejante, es decir, que este elemento de la matriz puede ser obtenido como el voltaje de la barra  $i$ , cuando se inyecta una corriente unitaria en la barra  $p$ .



**Fig. 1.11. Circuito equivalente para el calculo de  $Z_{pi}$**

De modo semejante, el elemento  $Z_{pp}$ , puede ser obtenido, determinado el voltaje de la barra  $p$ , cuando en la misma se inyecta una corriente de 1.0 p.u. (ver Figura siguiente).

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.



**Fig. 1.12. Circuito equivalente para el calculo de  $Z_{pp}$**

De la Figura 1.12, resulta evidente que el voltaje de la barra  $p$ , es por la ley de Ohm directamente,  $\hat{Z}_{p0}1\angle 0^\circ p.u$ , de tal modo:

$$Z_{pp} = \hat{Z}_{p0}$$

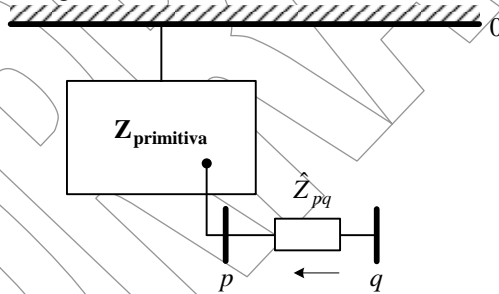
Finalmente, los términos de la matriz impedancia de barra modificada para incluir la nueva barra dentro del modelo del sistema resultan:

$$\begin{aligned} Z_{ip} &= Z_{pi} = 0 \\ Z_{pp} &= \hat{Z}_{p0} \end{aligned} \tag{13}$$

todo ello para ;  $i = 1,2,3, \dots$

### 1.5.2. Un elemento entre una barra existente y una barra nueva

Este caso corresponde al simple hecho de agregar un elemento del sistema entre una barra ya existente y una barra nueva, sin llegar en ningún momento a completar una unión. Este caso se puede asumir el elemento de rama entre las barras  $p$  y  $q$  donde ninguna de las dos barras es la de referencia.



**Fig. 1.13. Agregar un Elemento entre Barra Existente y una Barra Nueva**

Se agrega una nueva fila y una columna a la matriz primitiva  $Z_{primitiva}$

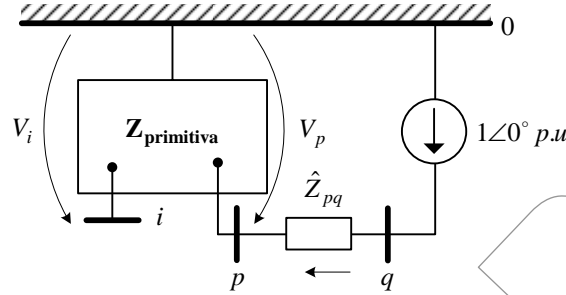
$$\mathbf{Z}_{bus} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{primitiva} & \begin{matrix} Z_{1q} \\ Z_{2q} \\ \vdots \\ Z_{q1} \end{matrix} \\ \begin{matrix} Z_{q1} & Z_{q2} & \dots & Z_{qq} \end{matrix} \end{bmatrix} \tag{14}$$

Para definir los elementos de la nueva fila y columna que se agregan a la matriz, para ello, se recurre a la interpretación previamente dada a cada uno de los elementos.

En el caso de  $Z_{iq}$ , es el voltaje en la barra  $i$  cuando se inyecta una corriente unitaria en la barra  $q$ , lo cual

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.

puede ser perfectamente reproducido en la siguiente Figura, donde se inyecta una corriente de 1.0 p.u. en la barra  $i$  (incluida dentro de la representación preexistente del sistema), y se determina el voltaje en la barra  $q$ ,  $V_q$ .



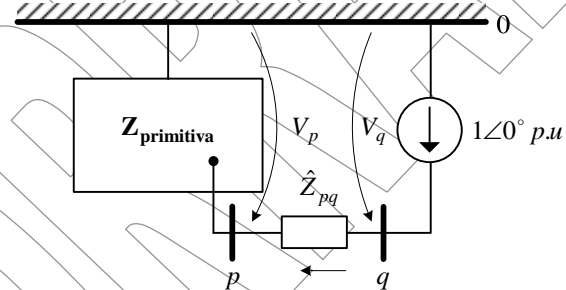
**Fig. 1.14. Circuito equivalente para el cálculo de  $Z_{iq}$**

En la Figura 1.14, se observa por simple inspección que la corriente que entra por la barra  $q$ , es la misma que entra a la barra  $p$ , debido a que el elemento  $\hat{Z}_{pq}$ , es un camino serie. Recordando que la barra  $p$ , ya forma parte de la  $Z_{primitiva}$ , entonces cuando se inyecta 1.0 p.u en la barra  $p$ , el voltaje inducido en la barra  $i$ , corresponde a  $Z_{ip}$ .

De modo que resulta:

$$\begin{aligned} Z_{iq} &= Z_{ip} \\ Z_{qi} &= Z_{pi} \end{aligned}$$

Por su parte, el elemento  $Z_{qq}$ , por definición es interpretado como el voltaje de la barra  $q$ , cuando por la misma se inyecta una corriente unitaria. Considerando el circuito de la siguiente figura.



**Fig. 1.15. Circuito equivalente para el cálculo de  $Z_{qq}$**

Es evidente desde la Fig. 1.15, que por la aplicación de la ley de voltajes de Kirchoff, la sumatoria de caídas de voltaje resulta:

$$V_q = \hat{Z}_{pq} 1\angle 0 + V_p$$

Donde fácilmente se tiene:

$$Z_{qq} = \hat{Z}_{pq} + V_p$$

El voltaje de la barra  $p$ , resulta simple. Debido a que la corriente que se inyecta en la barra  $q$  es la misma que entra a la barra  $p$  (un solo lazo), y debido a que la barra  $p$ , esta incluida dentro de la matriz  $Z_{primitiva}$ , entonces se cumple:  $V_p = Z_{pp}$ .

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.

$$Z_{qq} = \hat{Z}_{pq} + Z_{pp}$$

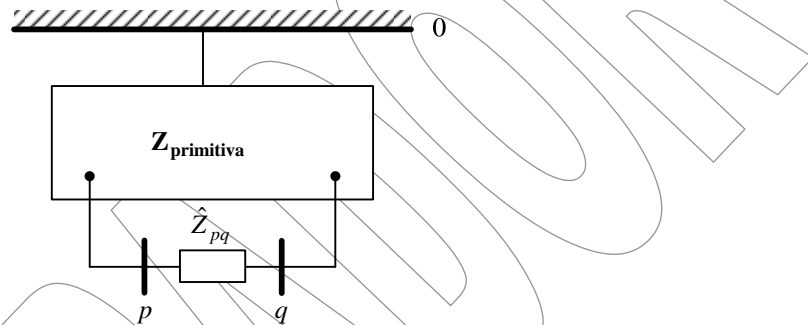
Finalmente, los términos de la matriz impedancia de barra modificada resultan:

$$\begin{aligned} Z_{iq} &= Z_{ip} \\ Z_{qi} &= Z_{pi} \\ Z_{qq} &= \hat{Z}_{pq} + Z_{pp} \end{aligned} \tag{15}$$

todo ello para ;  $i = 1,2,3, \dots$

### 1.5.3. Elemento entre Dos Barras Existentes

Cuando se agrega un elemento del sistema entre dos barras ya existentes, se cierra un circuito creándose una unión.



**Fig. 1.16. Agregar un Elemento entre dos Barras Existentes**

En este caso, es una obligación aumentar en una fila y una columna la matriz original del sistema  $Z_{primitiva}$ . Ahora bien, ese aumento no es adecuado, ya que lo que se está agregando es un enlace entre dos barras que ya están incluida en la representación matricial, y no se está agregando barra nueva, de modo, que ese aumento en el orden, posteriormente debe ser sincerado a la dimensión real del sistema.

Provisionalmente se aumenta la dimensión de la primitiva, creándose en la parte ya formada de la matriz una fila y una columna lazo, es decir:

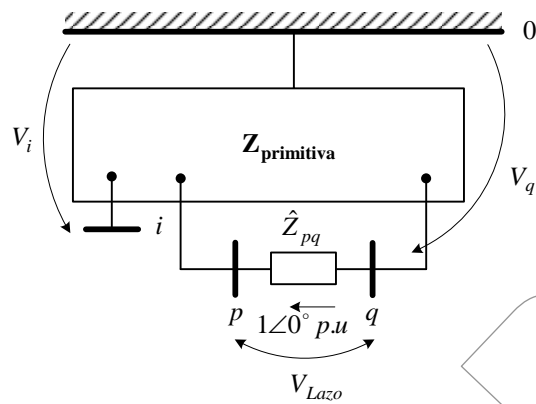
$$Z_{bus} = \begin{bmatrix} Z_{primitiva} & Z_{1Lazo} \\ & Z_{2Lazo} \\ & \vdots \\ Z_{Lazo1} & Z_{Lazo2} & \dots & Z_{LazoLazo} \end{bmatrix} \tag{16}$$

Ahora bien, hay que definir los elementos de la nueva fila y columna que se agregan a la matriz, para ello, se recurre a la interpretación previamente dada a cada uno de los elementos.

En el caso de  $Z_{iLazo}$ , es el voltaje en la barra  $i$  cuando circula una corriente unitaria en el lazo.

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.





**Fig. 1.17. Circuito equivalente para el calculo de  $Z_{iLazo}$**

Tomando en consideración la Figura 1.18, se observa que en la barra  $p$  entra una corriente de 1.0 p.u., lo cual produce un voltaje en la barra  $i$  dado por  $Z_{ip}$ , mientras que en la barra  $q$ , sale una corriente de 1.0 pu, lo cual produce un voltaje en la barra  $i$ ,  $-Z_{iq}$ .

De tal modo que el voltaje de la barra  $i$ , cuando por Lazo circula una corriente unitaria queda dado por:

$$V_{i,Lazo} = V_{i,p} + V_{i,q}$$

Con lo que resulta, que los valores fuera de la diagonal principal de la matriz de Lazo, vienen dados por la expresión::

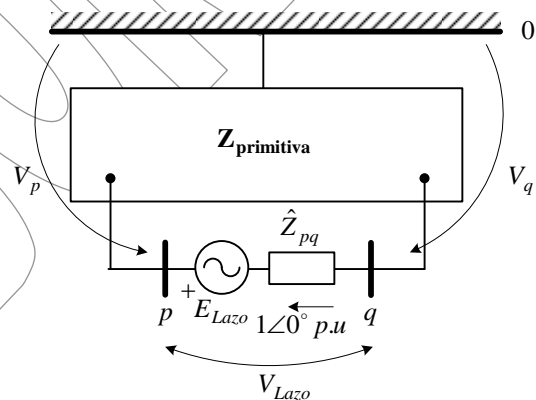
$$\begin{aligned} Z_{Lazo,i} &= Z_{pi} - Z_{qi} \\ Z_{i,Lazo} &= Z_{ip} - Z_{iq} \end{aligned}$$

para  $i = 1,2,3, \dots, Lazo-1$

Se cumple una simétrica en los elementos:

$$Z_{Lazo,i} = Z_{i,Lazo}$$

Por otra parte, el elemento  $Z_{Lazo,Lazo}$  es el voltaje en el lazo para que pueda estar presente en el lazo una corriente de 1.0 p.u.

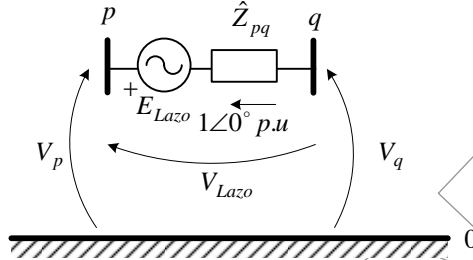


**Fig. 1.18. Circuito equivalente para el calculo de  $Z_{Lazo,Lazo}$**

La representación del sistema de potencia, se trata como una red pasiva lineal, de modo que al conectar el

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.

elemento  $\hat{Z}_{pq}$ , aunque se agrega un enlace, es imposible que circule corriente, ya que no hay elementos activos, a única forma de que se puede motivar la circulación de corriente, es por medio de un elemento pasivo, de tal modo que se considera una fuente ideal de voltaje  $E_{Lazo}$ , que es la que fuerza la circulación de corriente.



**Fig. 1.19.**

De la Figura 1.18 y 1.19, y aplicando la ley de voltajes de Kirchoff se tiene:

$$V_{Lazo} = V_p - V_q$$

$$E_{Lazo} = V_{Lazo} + \hat{Z}_{pq} 1\angle 0^\circ$$

En este caso, el voltaje de la barra  $p$ , cuando circula una corriente de 1.0 p.u por el lazo, posee dos términos. Un término producto de la corriente que entra en  $p$ , y la que sale de  $q$ .

$$V_p = Z_{pp} - Z_{pq}$$

En forma semejante para la barra  $q$ .

$$V_q = -Z_{qq} + Z_{pq}$$

Resulta:

$$E_{Lazo} = (Z_{pp} - Z_{pq}) - (-Z_{qq} + Z_{pq}) + \hat{Z}_{pq} 1\angle 0^\circ$$

$$E_{Lazo} = Z_{pp} + Z_{qq} - 2Z_{pq} + \hat{Z}_{pq}$$

El valor del elemento de la diagonal de la matriz Lazo expandida viene dado por:

$$Z_{Lazo,Lazo} = Z_{pp} + Z_{qq} - 2Z_{pq} + \hat{Z}_{pq}$$

Finalmente, los términos de la matriz impedancia de barra modificada resultan:

$$Z_{i,Lazo} = Z_{ip} - Z_{iq}$$

$$Z_{Lazo,i} = Z_{pi} - Z_{qi}$$

$$Z_{Lazo,Lazo} = Z_{pp} + Z_{qq} - 2Z_{pq} + \hat{Z}_{pq}$$

(15)

todo ello para  $i = 1, 2, 3, \dots$

Notece que en este caso la matriz de impedancia de barra resultante de esta operación queda aumentada en una fila y una columna; pero sucede que la matriz de impedancia de barra no puede aumentarse con la adición de una unión, para ello cada vez que se agrega una unión se debe reducir la matriz, mediante la *Reducción de Kron* (lo cual fue tratado en el curso de Líneas de Transmisión I).

El valor real del voltaje de lazo es cero, porque se trata de un simple artificio matemático empleado para poder construir la matriz.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{\text{primitiva}} & & & & \\ & Z_{1Lazo} & & & \\ & Z_{2Lazo} & & & \\ & \vdots & & & \\ & & & & \\ Z_{Lazo1} & Z_{Lazo2} & \dots & Z_{LazoLazo} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\text{primitiva}} \\ I_{Lazo} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{\text{primitiva}} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{\text{primitiva}} & [Z_{ip} - Z_{iq}] \\ [Z_{pi} - Z_{qi}] & Z_{Lazo,Lazo} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\text{primitiva}} \\ I_{Lazo} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{\text{primitiva}} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolviendo se obtiene la reducción de Kron. La cual se basa en la aplicación sistemática de la expresión:

$$[Z_{ij}]_{NEW} = [Z_{ij}]_{OLD} - \frac{Z_{iLazo}Z_{Lazoj}}{Z_{LazoLazo}} \tag{16}$$

Esto se basa en la reducción término a término, lo cual resulta en ocasiones muy lento, cuando se realiza cálculos manuales.

Un método alternativo a la reducción de Kron, es tomar la matriz de impedancia de barra  $\mathbf{Z}_{bus}$ , y descomponerla en una matriz cuadrada  $\mathbf{Z}_1$ , la cual corresponde a la matriz original antes de agregar la unión y tres vectores  $\mathbf{Z}_2$ ,  $\mathbf{Z}_3$  y  $\mathbf{Z}_4$ .

$$\mathbf{Z}_{bus} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1 & \mathbf{Z}_2 \\ \mathbf{Z}_3 & \mathbf{Z}_4 \end{bmatrix} \tag{17}$$

Entonces cada vez que se agrega una unión, se aplica la expresión:

$$\mathbf{Z}_{bus}^{Nueva} = \mathbf{Z}_1 - \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_4^{-1}\mathbf{Z}_3 \tag{18}$$

Los vectores  $\mathbf{Z}_2$ ,  $\mathbf{Z}_3$ ,  $\mathbf{Z}_4$  son definidos a continuación:

$\mathbf{Z}_2$ : Es el vector que corresponde a la columna que se agrega al colocar la unión, siendo de dimensión  $1 \times (Lazo - 1)$

$$\mathbf{Z}_2 = \begin{bmatrix} Z_{1Lazo} \\ Z_{2Lazo} \\ \vdots \\ Z_{Lazo-1,Lazo} \end{bmatrix}_{1 \times (Lazo-1)} \tag{19}$$

$\mathbf{Z}_3$  : Corresponde al vector traspuesto de la fila agregada como consecuencia de la unión, posee una dimensión  $(Lazo - 1) \times 1$

$$\mathbf{Z}_3 = [Z_{Lazo1} \quad Z_{Lazo2} \quad \dots \quad Z_{Lazo,Lazo-1}]_{(Lazo-1) \times 1} \tag{20}$$

$\mathbf{Z}_4$  : es elemento  $Z_{Lazo,Lazo}$ .

El proceso construir la matriz impedancia de barra de un sistema de potencia, es muy frecuente que se presente la necesidad de color los enlaces, siendo necesario en cada oportunidad realizar la reducción de Kron. Es posible, sin embargo, que se deje para las últimas operaciones de la construcción de la matriz

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.

impedancia de barra, cerrar los lazos, para lo cual será necesario que estén colocadas todas las barras para las cuales se cierran los lazos necesarios; pero en este caso  $Z_1$ , es la matriz de barra inicial antes de comenzar a colocar todos los enlaces, y  $Z_2$ ,  $Z_3$  y  $Z_4$  serán las matrices que se obtiene de ampliar a  $Z_1$ , por la inclusión de los enlaces.

Es importante hacer notar que los elementos que son tratados por este método son impedancias, las cuales pueden poseer parte real e imaginaria, haciendo de la matriz de impedancia de barra una matriz en el dominio de los números complejos, y en donde todas las operaciones antes expuestas deben ser sujetas a las propiedades de los números complejos.

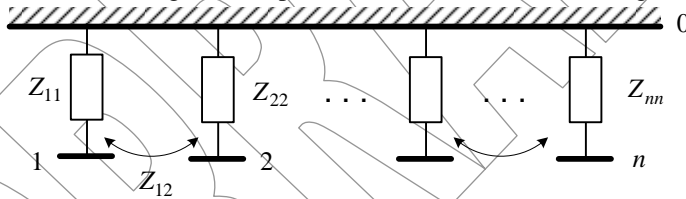
### 1.5.4. Estudio de Cortocircuito utilizando la Matriz Impedancia de Barra

Considere un sistema eléctrico de gran potencia, constituido por  $n$  barras; y para el cual se construye la matriz impedancia de barra  $Z_{bus}$ , por algún algoritmo, o simplemente se encuentra la matriz admitancia de barra  $Y_{bus}$ , y luego se invierte<sup>1</sup> para indirectamente obtener  $Z_{bus}$ .

Una vez que se dispone la matriz impedancia de barra de un determinado sistema de potencia, no existe una interpretación física directa de esta matriz, en un circuito realizable, pero se puede interpretar con circuito equivalente con impedancias mutuas entre ramas, comúnmente denominadas impedancias de transferencia.

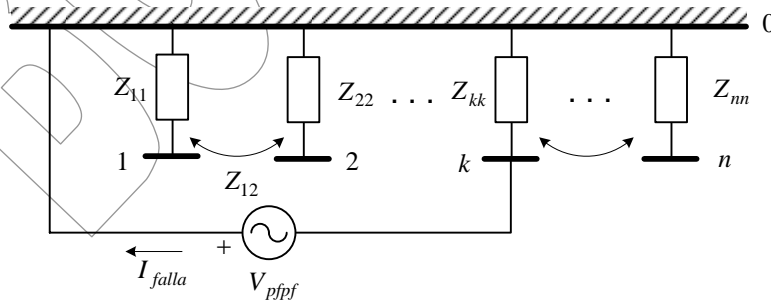
En general, el modelo equivalente para la matriz de impedancia de barra, esta constituido por  $n$  ramas, conectadas a una barra única de referencia, en cada una de estas ramas, se hace presente la impedancia propia de la matriz impedancia de barra  $Z_{ii}$ , y las impedancias de transferencia  $Z_{ij}$ .

En los terminales de cada rama, no circula corriente, hasta que una falla es simulada, esto obedece a la suposición de que las corrientes de carga son despreciables (lo cual es cierto en la gran mayoría de los casos).



**Fig. 1.20. Modelo Equivalente Circuitual para la Matriz Impedancia de Barra**

Para simular una falla, y estimar su valor de corriente de cortocircuito, se asume que en el sistema ocurre una falla en la barra genérica  $k$ , esto se simula, colocando una fuente de voltaje de valor igual a la tensión previa a la falla en el punto de falla ( $V_{pfpf}$ ).



**Figura 1. Sistema de Potencia con Simulación de Falla en la Barra  $k$**

<sup>1</sup> Una observación muy especial tiene que ser hecho, debido a que cuando los sistemas de potencia son extensos, la inversión de la matriz admitancia, la cual es poco densa, puede ocasionar, que matriz impedancia calculada difiera en gran proporción.

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.

El modelo equivalente para la matriz de impedancia de barra, recibe el nombre en ocasiones de *Red Tenedor*. En condición de falla por cortocircuito en la barra  $k$ , de lo antes expuesto, se deduce que la corriente de cortocircuito puede ser calculada por:

$$I_k = \frac{V_{ppf}}{Z_{kk}} \quad (21)$$

En forma genérica, esta ecuación puede ser empleada para el cálculo de la corriente de cortocircuito en cualquier barra.

Nótese que en forma general, si se asume que el voltaje en el punto de falla, previa a la falla es  $1.0\angle 0^\circ$  p.u., para cualquier barra, la corriente de falla solo es el inverso de la impedancia propia de la barra fallada.

Por otra parte, supóngase que estando presente la falla en la barra  $k$ , se desea determinar el valor de la tensión en la barra “ $i$ ” adyacente al punto de falla; entonces de la red tenedor, se puede proceder de la siguiente forma:

Sea  $V_{ik}$ , la tensión en la barra  $i$  cuando ocurre una falla por cortocircuito en la barra  $k$ , entonces resulta:

$$V_{ik} = Z_{ik} \times \text{Corriente\_de\_Falla}$$

$$V_{ik} = \frac{Z_{ik}}{Z_{kk}} \quad (22)$$

Para calcular la contribución de corriente de una rama al cortocircuito puede ser fácilmente calculado utilizando el modelo de la red tenedor, tomado en cuenta que  $I_{ik}$  es la corriente en la rama  $i$  como consecuencia de una falla en la barra  $k$ .

$$I_{ik} = \frac{V_i - V_k}{Z_{ik}}$$

$$I_{ik} = \frac{Z_{ik} - Z_{kk}}{Z_{ik} Z_{kk}} \quad (23)$$

Con el juego de ecuaciones antes mostradas, se posee poderosas herramientas para la simulación del comportamiento de un sistema de potencia ante una situación de falla por cortocircuito.

**Nota:** Debido a que los elementos de la matriz de impedancia de barra  $\mathbf{Z}_{bus}$ , son las impedancias propias y de transferencia son respecto a las tensiones calculadas utilizando  $\mathbf{V}_{bus} = \mathbf{Z}_{bus} \mathbf{I}_{bus}$ , estas son las tensiones calculadas respecto a la barra de referencia y no respecto a tierra.