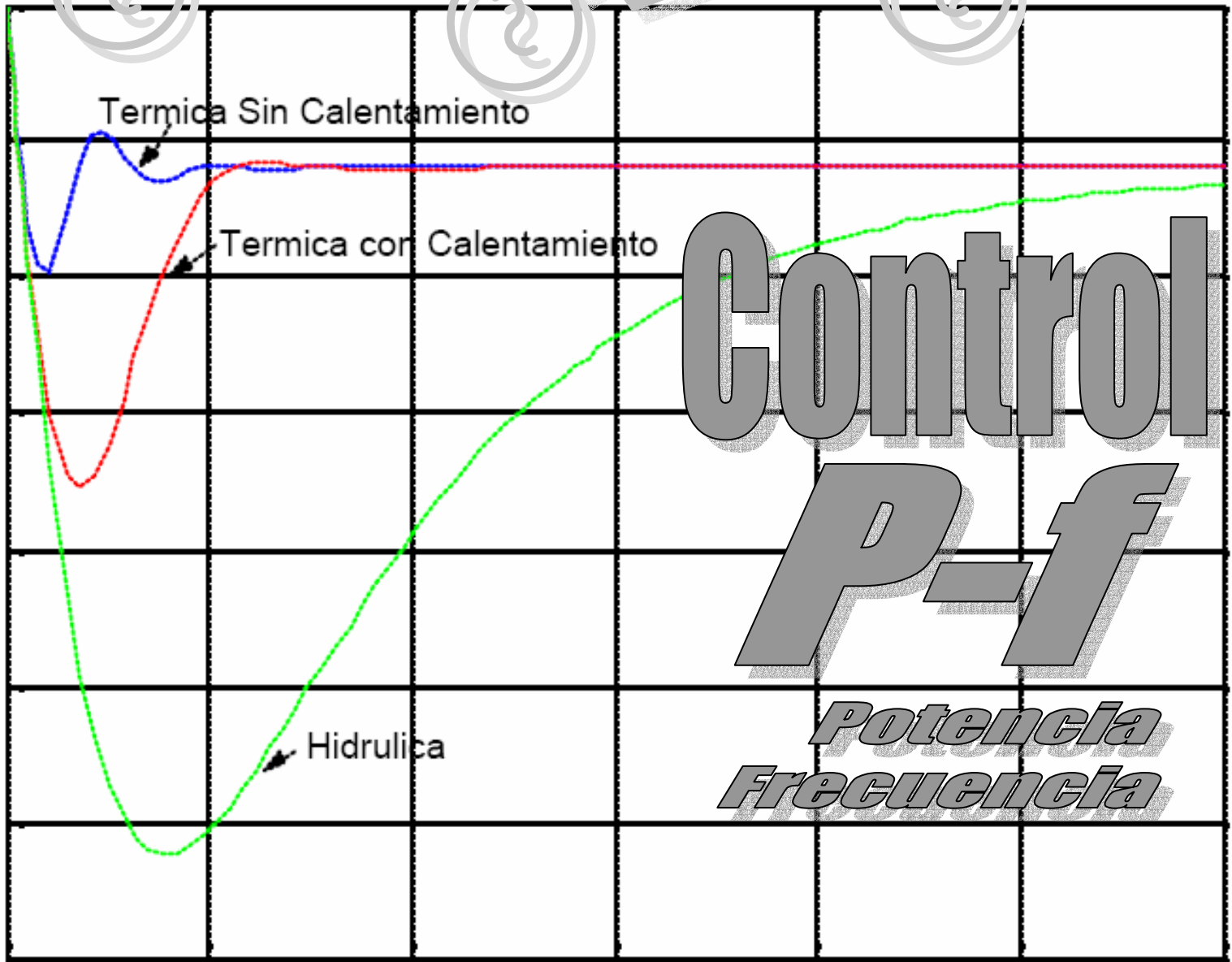


# Introduccion al



Francisco M. Gonzalez-Longatt

Enero, 2004

### 1. INTRODUCCIÓN

El objetivo de este trabajo, consiste en formular un modelo apto para estudiar la evolución en el tiempo del sistema integrado por las máquinas giratoria y la red que los vincula, cuando se rompe el equilibrio entre potencia mecánica aportada y potencia eléctrica demandada.

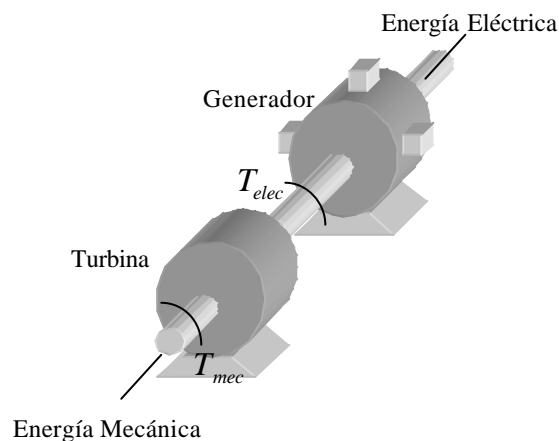
En este trabajo se ha cuidado presentar los fundamentos teóricos de modelación de la situación real, al tiempo que se presentan ejemplos en los que se efectúa el desarrollo teórico del comportamiento esperado y se valida con la simulación efectuada con el software Matlab.

### 2. INTRODUCCIÓN AL CONTROL DE GENERACIÓN

El control de las unidades de generación es uno de los aspectos iniciales a considerar en el diseño de los sistemas eléctricos de potencia. Los métodos desarrollados para control de generadores individuales y eventualmente el control de grandes interconexiones juega un papel vital en los centros de control de energía modernos.

Si se considera un generador impulsado por un promotor, este puede ser representado por una masa en movimiento giratorio, sobre el cual actúan dos torques, un torque mecánico  $T_{mec}$ , el cual es aplicado y un aumento del mismo tiende a incrementar la velocidad rotacional del rotor, mientras que el torque eléctrico  $T_{elec}$ , actúa en contraposición al torque mecánico, de modo que un aumento del mismo tiende a disminuir la velocidad rotacional.

Figura 1. Torques Eléctrico y Mecánico en una unidad de Generación



Cuando el torque mecánico y el eléctrico son iguales en magnitud (y como se ha dicho opuestos en sentido), entonces la velocidad de giro del rotor,  $\omega$  será constante.

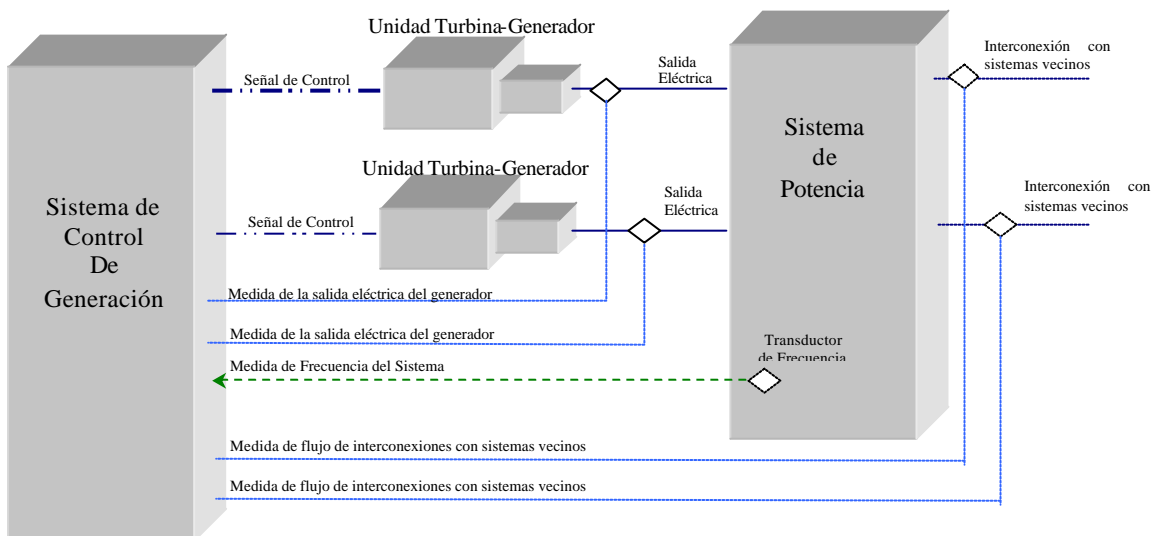
Si la carga eléctrica aplicada en terminales del generador es incrementada, entonces se produce un aumento en el torque eléctrico  $T_{elec}$ , que saca la maquina de las condiciones balanceadas de operación y entonces el torque eléctrico es mayor que el mecánico, de modo que el sistema rotativo comenzara a perder velocidad ( $T_{elec} > T_{mec}$ ). Ahora bien, este

proceso de pérdida de velocidad en el rotor de la máquina puede resultar peligroso para el equipamiento, de modo que se deben acometer acciones tendentes a incrementar el torque mecánico  $T_{mec}$ , para restaurar el equilibrio, esto es, llevar la velocidad de giro del roto a un valor aceptable e igualar los torques tal que la velocidad rotacional se mantiene constante de nuevo. Este proceso de mantenimiento de equilibrio de los torques ( $T_{elec} = T_{mec}$ ) y la velocidad  $\omega$ , es repetido constantemente.

Los grandes sistemas de potencia, poseen un número apreciable de generadores supliendo potencia al sistema de transmisión que alimenta la demanda: en tal sentido, se debe proveer los medios para asignar el cambio de carga a los generadores. Para llevar a cabo esto, se conectar una serie de sistemas de control a las unidades de generación.

En un generador eléctrico, el dispositivo que se encarga de supervisar y mantener la velocidad de giro del rotor ante cambios de carga es el gobernador. Por su parte existe el denominado control suplementario que actúa para asignar la generación.

Figura 2. Panorama del problema de control de generación



### 2.1 Modelo del Generador

Considérese un generador que se encuentra alimentando una cierta carga eléctrica. Bajo condiciones de régimen permanente, la máquina experimenta una velocidad rotativa en su rotor, que en teoría debe ser igual a la sincrónica  $\omega(t) = \omega_s = \omega_0$  (en ausencia de pérdidas). Esta velocidad le corresponde a un ángulo de fase  $\delta_0$ . En condiciones estables hay un equilibrio entre el torque de entrada en el eje del generador ( $T_{mec}$ ) es igual al torque eléctrico ( $T_{elec}$ ).

Si se produce alguna perturbación eléctrica o mecánica, la máquina saldrá del equilibrio y será expuesta a diferencias entre el torque mecánico y eléctrico: lo que ocasionara que la velocidad rotorica aumenta o disminuya (la maquina se acelera o se frena).

## Control Potencia Activa - Frecuencia

---

Las desviaciones en el ángulo de fase  $\Delta d$  es igual a la diferencia en el ángulo de fase entre la máquina sometida a una aceleración  $\mathbf{a}$  y el eje de referencia rotante a la velocidad sincrónica  $\mathbf{w}_s = \mathbf{w}_0$ . Si se considera que la velocidad de la máquina bajo aceleración, entonces el ángulo de fase absoluto de la máquina es:

$$\mathbf{w}(t) = \mathbf{w}_0 + t \quad (1)$$

Se conoce que:

$$\Delta d = \int (\mathbf{w}(t) - \mathbf{w}_0) dt = \int (\mathbf{w}_0 + t) dt - \int \mathbf{w}_0 dt \quad (2)$$

Resulta:

$$\begin{aligned} \Delta d &= \mathbf{w}_0 t + \frac{1}{2} \mathbf{a} t^2 - \mathbf{w}_0 t \\ \Delta d &= \frac{1}{2} \mathbf{a} t^2 \end{aligned} \quad (3)$$

La desviación de la velocidad del rotor, respecto a la velocidad nominal es  $\Delta \mathbf{w}$ , y puede ser expresada por:

$$\Delta \mathbf{w} = \mathbf{a} t = \frac{d(\Delta d)}{dt} \quad (4)$$

La relación entre la desviación del ángulo de fase, desviación de velocidad y torque neto acelerante es:

$$T_{neto} = I \mathbf{a} = I \frac{d(\Delta \mathbf{w})}{dt} = I \frac{d^2(\Delta d)}{dt^2} \quad (5)$$

Seguidamente, se relaciona las desviaciones de potencia mecánica y eléctrica con las desviaciones de velocidad de rotación y los torques mecánicos. La relación entre la potencia neta acelerante y las potencias eléctricas y mecánicas es:

$$P_{neto} = P_{mec} - P_{elec} \quad (6)$$

Que es escrita como la suma de los valores de régimen permanente y el término de desviación.

$$P_{neto} = P_{neto0} + \Delta P_{neto} \quad (7)$$

donde:

$$P_{neto0} = P_{mec0} - P_{elec0} \quad (8)$$

$$\Delta P_{neto} = \Delta P_{mec} - \Delta P_{elec} \quad (9)$$

entonces:

$$P_{neto} = (P_{mec0} - P_{elec0}) + (\Delta P_{mec} - \Delta P_{elec}) \quad (10)$$

similarmente para los torques:

$$T_{neto} = (T_{mec0} - T_{elec0}) + (\Delta T_{mec} - \Delta T_{elec}) \quad (11)$$

recordando que:

$$P_{neto} = \mathbf{w} T_{neto} = \mathbf{w}(I \mathbf{a}) = M \mathbf{a}$$

De tal modo que resulta:

$$P_{neto} = P_{neto0} + \Delta P_{neto} = (\mathbf{w}_s + \Delta \mathbf{w})(T_{neto} + \Delta T_{neto}) \quad (12)$$

De modo que por simples sustituciones se tiene:

---

## Control Potencia Activa - Frecuencia

$$P_{neto} = (P_{mec0} - P_{elec0}) + (\Delta P_{mec} - \Delta P_{elec}) = (\mathbf{w}_s + \Delta \mathbf{w})(T_{mec0} - T_{elec0}) + (\Delta T_{mec} - \Delta T_{elec})$$

Si se asume que los valores de régimen permanente pueden ser descompuestos ya que:

$$P_{mec0} = P_{elec0}$$

y

$$T_{mec0} = T_{elec0}$$

Y además asuma que los términos de segundo orden involucran productos de  $\Delta \mathbf{w}$  con  $\Delta T_{mec}$  y  $\Delta T_{elec}$  puede ser despreciados.

Entonces:

$$\Delta P_{mec} - \Delta P_{elec} = \mathbf{w}(\Delta T_{mec} - \Delta T_{elec}) \quad (14)$$

Ahora bien la variación de la desviación de ángulo de fase, respecto a la desviación de velocidad y toque neto acelerante:

$$T_{neto} = I\mathbf{a} = I \frac{d(\Delta \mathbf{w})}{dt} = I \frac{d^2(\Delta \mathbf{d})}{dt^2}$$

$$(T_{mec0} - T_{elec0}) + (\Delta T_{mec} - \Delta T_{elec}) = I\mathbf{a} = I \frac{d(\Delta \mathbf{w})}{dt} = I \frac{d^2(\Delta \mathbf{d})}{dt^2}$$

Entonces debido a que se cumple:  $T_{mec0} = T_{elec0}$ , resulta:

$$\Delta P_{mec} - \Delta P_{elec} = \mathbf{w}_s I \frac{d(\Delta \mathbf{w})}{dt}$$

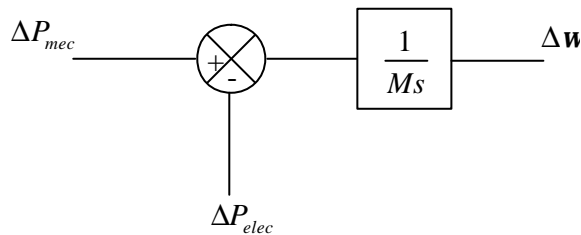
$$\Delta P_{mec} - \Delta P_{elec} = M \frac{d(\Delta \mathbf{w})}{dt} \quad (16)$$

Esto puede ser expresado en relación con el operador de transformado de Laplace.

$$\Delta P_{mec} - \Delta P_{elec} = Ms\Delta \mathbf{w}(s) \quad (17)$$

Si se emplea esta relación para construir un diagrama de bloque que indica la relación entre la potencia eléctrica y mecánica y el cambio de velocidad rotórica.

**Figura 3. Relación entre potencia mecánica y eléctrica respecto al cambio de velocidad de un cuerpo girando**



Las unidades de  $M$  son vatios por radianes por segundo, y cuando se lleva a por unidad es referido a la potencia nominal de la máquina.

## 2.2. Modelo de la Carga

Las cargas en un sistema de potencia están formadas por una variedad de dispositivos eléctricos. Algunos de ellos son puramente resistivos, algunos son cargas de motores con características variables de potencia-frecuencia, y otros exhiben características completamente diferentes. Dado que las cargas de motores son una parte dominante de la

## Control Potencia Activa - Frecuencia

---

carga eléctrica, hay la necesidad de modelar el efecto de un cambio de frecuencia en la carga neta manejada por el sistema. La relación entre el cambio en carga debido al cambio en frecuencia es dada por:

$$\Delta P_{load}(\omega) = D\Delta\omega \quad (18)$$

$$D = \frac{\Delta P_{load}(\omega)}{\Delta\omega} \quad (19)$$

Donde  $D$  es expresado como porcentaje de cambio en la carga dividido por el porcentaje de cambio de la frecuencia. Por ejemplo, si la carga cambia en 1.5% ante un cambio en la frecuencia de 1%, entonces  $D$  sería igual a 1.5.

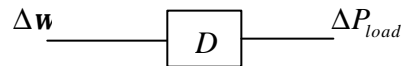
Sin embargo, el valor de  $D$  usado para resolver la respuesta dinámica del sistema debe ser modificado si la base del sistema en MVA es diferente del valor nominal de la carga.

Ahora bien, el cambio neto en la potencia eléctrica viene dado por:

$$\Delta P_{elec} = \Delta P_{load} + D\Delta\omega \quad (20)$$

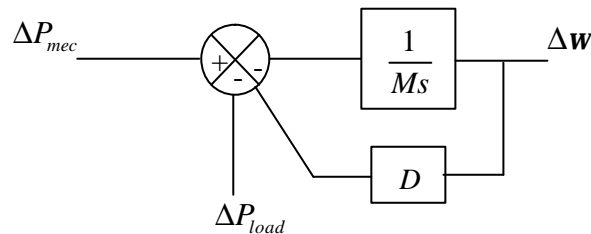
En este caso  $\Delta P_{load}$  representa el cambio de la carga no sensitiva a la frecuencia, mientras que  $D\Delta\omega$  es inherente al cambio de carga sensitiva a la frecuencia.

**Figura 4. Relación de cambio en la carga ante cambio de frecuencia**



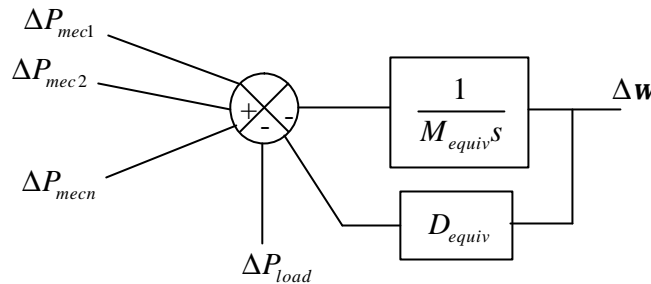
El diagrama de bloque del modelo del generador eléctrico incluyendo el comportamiento de la carga resulta simple.

**Figura 5. Diagrama de bloque de masa rotante y carga visto por la salida del motor primario**



Cuando dos o más generadores están conectados a un sistema de transmisión, se debe tomar la diferencia de fase a lo largo de la red en el análisis de cambios de frecuencia. Sin embargo, para el análisis de gobernación, el cual es el interés aquí, se puede asumir que la frecuencia será constante sobre aquellas partes del sistema que están densamente malladas. Cuando se realiza esa suposición, puede entonces se puede agrupar todas las masas rotativas se agrupan todas en un generador equivalente que es manejada por la suma de las potencias mecánicas de entrada de cada maquina.

Figura 6. Sistema equivalente multi turbina -generador

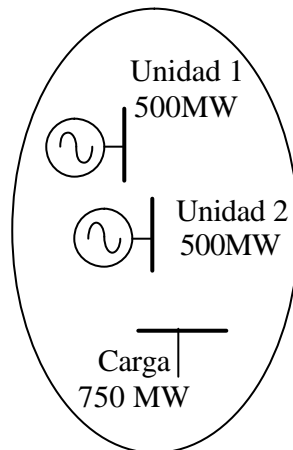


Todos los rotores son agrupados en una masa rotativa equivalente,  $M_{equiv}$ . Similarmente todas las cargas individuales pueden ser agrupadas en una carga equivalente con factor de amortiguamiento  $D_{equiv}$ .

### I.1 Análisis sin regulación de velocidad ( $P_{mec}$ )

#### I.1.1 El caso de un área aislada. Unidades. Potencia base

En un área aislada como la descrita, equipada con dos generadores de 500 MW, la carga actual es de 750 MW.



Cada unidad en su base tiene  $H = 3seg.$  y en el área  $D' = 1\% / 1\%$

a). Expresar M y D del área en base 500 MW

Se conoce que la relación entre el momento angular  $M$  y la constante de inercia viene dada por:

$$M = \frac{2P_{nom}H}{\omega_s} \left[ \frac{MJoule - seg}{Angulo} \right]$$

Considerando la potencia nominal de una sola maquina  $P_{nom} = 500MW$  y asumiendo una frecuencia nominal de operación  $f_s = 60Hz$ , resulta:

$$M = \frac{2 \times 500MW \times 3.5seg}{2p \times 60Hz} \left[ \frac{MJoule - seg}{Angulo} \right]$$

$$M = 9.2840 \frac{MJoule - seg}{Angulo}$$

El valor anterior es de interés en aquellos intentos de estudiar la respuesta dinámica de la máquina en unidades reales. Ahora bien, si se desea trabajar en el sistema por unidad sobre la base de  $S_{base} = 500 \text{ MVA}$ , y bajo el supuesto de que la velocidad angular base es igual a la velocidad sincrónica  $\omega_{base} = \omega_s$ , se tiene:

$$M[p.u.] = \frac{2 \frac{P_{nom}}{S_{base}} H}{\frac{\omega_s}{\omega_{base}}}$$

sustituyendo valores:

$$M[p.u.] = \frac{2 \frac{500 \text{ MW}}{500 \text{ MVA}} 3.5 \text{ seg.}}{\frac{\omega_s}{\omega_s}} = 7 \frac{pu \text{ de potencia} - \text{seg}}{pu \text{ de frecuencia}}$$

$$M[p.u.] = 7 pu$$

El área bajo estudio esta constituida por dos unidades, cada una de momento angular  $M_1 = M_2 = 7 p.u.$  Se puede encontrar una máquina equivalente cuyo momento angular es la suma de la de cada una de las máquinas individuales.  $M_{eq} = M_1 + M_2$ , resultando  $M_{eq} = 7 p.u.$

La demanda denota una dependencia de la frecuencia  $D' = 1\%/1\%$ , lo cual indica que ante un cambio de frecuencia de  $1\%$  la carga cambia su valor  $1\%$ . Se conoce que:

$$D = D' P_{load0}$$

si la demanda del sistema es  $P_{load0} = 750 \text{ MW}$ , entonces la sensibilidad de la carga con la frecuencia es:

$$D[p.u.] = D' \frac{P_{load0}}{S_{base}}$$

aplicando los respectivos valores:

$$D[p.u.] = \frac{1\%}{1\%} \times \frac{750 \text{ MW}}{500 \text{ MVA}} = 1.5 p.u.$$

$$D = 1.5 p.u.$$

b). Expresar M y D del área en base 1000 MW

En este caso se toma  $S_{base} = 1000 \text{ MVA}$ , y se procede como en el aparte anterior, siendo el momento angular de una máquina:

$$M[p.u.] = \frac{2 \frac{P_{nom}}{S_{base}} H}{\frac{\omega_s}{\omega_{base}}} = \frac{2 \frac{500 \text{ MW}}{1000 \text{ MVA}} 3.5}{\frac{\omega_s}{\omega_s}}$$

$$M = 3.5 p.u.$$

La máquina equivalente para el estudio del área es:



$$M_{eq} = M_1 + M_2 = 7.0 p.u$$

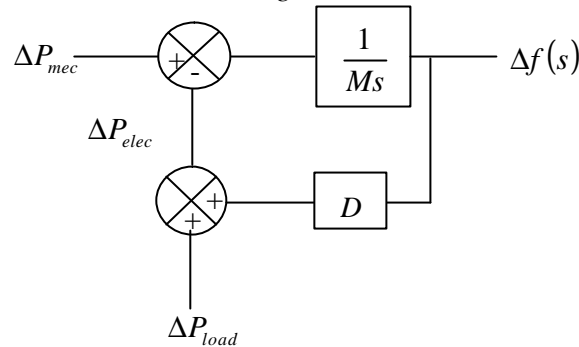
en el caso de la carga, la sensibilidad a la frecuencia en la nueva base resulta:

$$D[p.u] = \frac{1\%}{1\%} \times \frac{750 MW}{1000 MVA} = 0.75 p.u$$

$$D = 0.75 p.u$$

c). Ante una variación en forma de escalón de la carga del área  $\Delta P_{load}$ , expresar  $\Delta f$ .

Se conoce que el diagrama de bloques que permite determinar el comportamiento de la frecuencia ante un cambio de carga es:



Si se considera que  $\Delta P_{mec} = 0$ , se puede deducir muy fácilmente por reducción de diagrama de bloques que el sistema realimentado resulta:

$$\Delta P_{load}(s) \rightarrow \left[ \frac{-1}{M_{eq}s + D} \right] \rightarrow \Delta f(s)$$

La función de transferencia global de este sistema resulta de la un típico sistema de primer orden:

$$\frac{\Delta f(s)}{\Delta P_{load}(s)} = \frac{-1}{M_{eq}s + D}$$

se conoce que la entrada es un escalón de carga de la forma;  $\Delta P_{load}(t) = \Delta P_{load} u(t)$ , donde  $u(t)$  es la función escalón unitario de la forma:

$$\begin{cases} u(t) = 0 & \text{para } t < 0 \text{ seg} \\ u(t) = 1 & \text{para } t \geq 0 \text{ seg} \end{cases}$$

si se aplica la transformada de Laplace a la entrada:

$$\Delta P_{load}(s) = L\{\Delta P_{load}(t)\} = \frac{\Delta P_{load}}{s}$$

de tal forma que la variación de frecuencia en transformada de Laplace puede ser obtenida por:

$$\Delta f(s) = \frac{-\Delta P_{load}(s)}{M_{eq}s + D} = \frac{-\Delta P_{load}}{s(M_{eq}s + D)}$$

pero resulta especialmente conveniente aplicar una expansión de la expresión en fracciones parciales:

$$\Delta f(s) = \frac{-\Delta P_{load}}{s(M_{eq}s + D)} = \frac{\hat{A}}{s} + \frac{\hat{B}}{M_{eq}s + D}$$

$$\Delta f(s) = \frac{-\Delta P_{load}}{s(M_{eq}s + D)} = \frac{\hat{A}M_{eq}s + \hat{A}D + \hat{B}s}{s(M_{eq}s + D)}$$

se construye un sistema de ecuaciones lineales donde  $\hat{A}$  y  $\hat{B}$  son incógnitas.

$$\begin{cases} \hat{A} + M_{eq}\hat{B} = 0 \\ D\hat{B} = \Delta P_{load} \end{cases}$$

siendo:  $\hat{A} = \frac{-M_{eq}\Delta P_{load}}{D}$  y  $\hat{B} = \frac{\Delta P_{load}}{D}$ , sustituyendo:

$$\Delta f(s) = \frac{1}{s} \left( \frac{-M_{eq}\Delta P_{load}}{D} \right) + \left( \frac{\Delta P_{load}}{D} \right) \frac{1}{M_{eq}s + D}$$

para encontrar la variación de la frecuencia en el dominio del tiempo se debe aplicar la transformada inversa de Laplace,  $\Delta f(t) = L^{-1}\{\Delta f(s)\}$ ,

$$\Delta f(t) = \left( \frac{-M_{eq}\Delta P_{load}}{D} \right) L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \right\} + \left( \frac{\Delta P_{load}}{D} \right) L^{-1} \left\{ \frac{1}{M_{eq}s + D} \right\}$$

resultando:

$$\Delta f(t) = \frac{\Delta P_{load}}{D} \left( e^{-\frac{D}{M_{eq}}t} - 1 \right) \text{ para } t \geq 0 \text{seg} \quad (\mathbf{a}_0)$$

La variación de la frecuencia en el tiempo sigue un comportamiento exponencial cuya constante de tiempo es  $\mathbf{t} = \frac{M_{eq}}{D}$ , típico de los sistemas lineales de 1<sup>er</sup> orden.

deducir:

- valor inicial

para determinar el valor inicial, solo hace falta evaluar la respuesta de la variación de frecuencia ( $\mathbf{a}_0$ ) en  $t = 0$  segundos, que corresponde a la inserción de la perturbación.

$$\Delta f(t=0) = \frac{\Delta P_{load}}{D} \left( e^{-\frac{D}{M_{eq}}0} - 1 \right) = 0$$

$$\Delta f(t=0) = 0 \text{ p.u} \quad (\mathbf{a}_1)$$

- pendiente inicial; de qué depende?

Para determinar la pendiente de la curva de variación de frecuencia respecto al tiempo, basta con aplicar la primera derivada respecto al tiempo a la ecuación ( $\mathbf{a}_0$ ) y evaluar en  $t = 0$  segundos.

$$\left. \frac{d\Delta f(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{d}{dt} \left( \frac{\Delta P_{load}}{D} \left( e^{-\frac{D}{M_{eq}}t} - 1 \right) \right) \Big|_{t=0} = \frac{\Delta P_{load}}{D} \left( -\frac{D}{M_{eq}} \right) e^{-\frac{D}{M_{eq}}t} \Big|_{t=0}$$

$$\left. \frac{d\Delta f(t)}{dt} \right|_{t=0} = -\frac{\Delta P_{load}}{M_{eq}} \quad (\mathbf{a}_2)$$

se evidencia que la pendiente de la variación de la frecuencia depende directamente de la magnitud del cambio de carga e inversamente proporcional al momento angular equivalente del área. De hecho, la pendiente es negativa, evidenciando la clara tendencia de la frecuencia a disminuir ante un aumento en la carga.

- valor final; de qué depende?

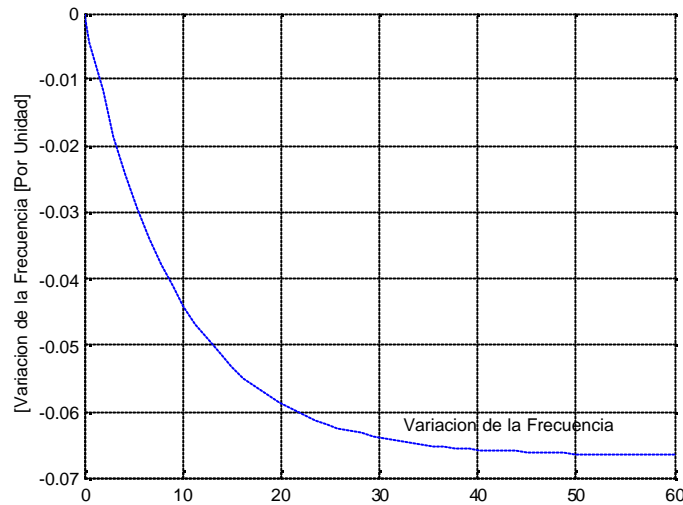
Para obtener el valor final de la frecuencia  $f_{ss}$ , se procede a aplicar el limite cuando el tiempo tiende a infinito a  $(\mathbf{a}_0)$ .

$$f_{ss} = 1p.u + \lim_{t \rightarrow \infty} \{\Delta f(t)\} = 1p.u + \lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\Delta P_{load}}{D} \left( e^{-\frac{D}{M_{eq}}t} - 1 \right) \right\}$$

$$f_{ss} = 1p.u - \frac{\Delta P_{load}}{D} \quad (\mathbf{a}_3)$$

El valor final de la frecuencia, se observa que es menor al inicial, debido al aumento de la carga, y el cambio en la carga es directamente de la magnitud del cambio de carga  $\Delta P_{load}$  e inversamente proporcional a la sensibilidad con respecto a la frecuencia de la carga  $D$ .

d). Sobre la base de las conclusiones del punto anterior graficar en forma aproximada la evolución temporal de  $\Delta f$ , utilizando los datos del encabezamiento, para una perturbación  $\Delta P_{load} = 5\%$  en la base del área.



### I.1.2 Evolución de la frecuencia en área aislada. Simulación

Demanda del área:  $P_{load} = P_{gen}$  (caso base T.P. nº 1)

Sensibilidad de la carga:  $D' = 1\% / 1\%$ .

Para las simulaciones, se toma en consideración que este sistema es de primer orden, en cuyo caso para examinar el transitorio completo el tiempo de estudio debe ser superior a cinco veces la constante de tiempo.

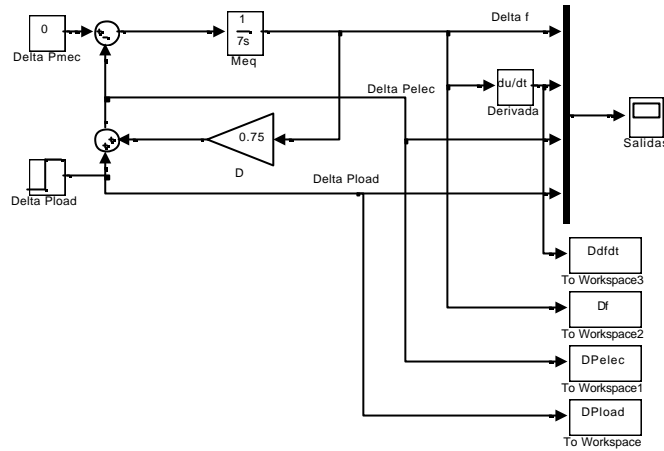
si  $t = \frac{M_{eq}}{D} = \frac{7}{0.75} = 9.3\widehat{\text{seg}}$ , entonces el tiempo de estudio debe cumplir:

$t \geq 5t = 46.6\widehat{\text{seg}}$ , por lo que se selecciono  $t \in [0,60]\text{seg}$  siendo 60 segundos mas de 6 veces la constante de tiempo.

Graficar las variaciones de  $P_{load}$ ,  $P_{elec}$  y  $f$ . Para cada caso se calcularán previamente el valor final y la pendiente inicial. Se aplicarán las siguientes perturbaciones:

a. Escalón de demanda del área  $\Delta P_{load} = 0.05 p.u$

El modelo empleado para simular es (caso\_I\_12a.mdl) es el que se presenta a continuación, y representa el hecho de potencia mecánica constante e incluir un incremento de carga.



Ante el cambio de demanda en el área, el valor final de la frecuencia, queda dado por:

$$\Delta f_{ss} = -\frac{\Delta P_{load}}{D} = -\frac{0.05 \text{ p.u.}}{0.75} = -0.06 \text{ p.u.}$$

La variación de potencia eléctrica  $\Delta P_{elec}$  queda dada por:

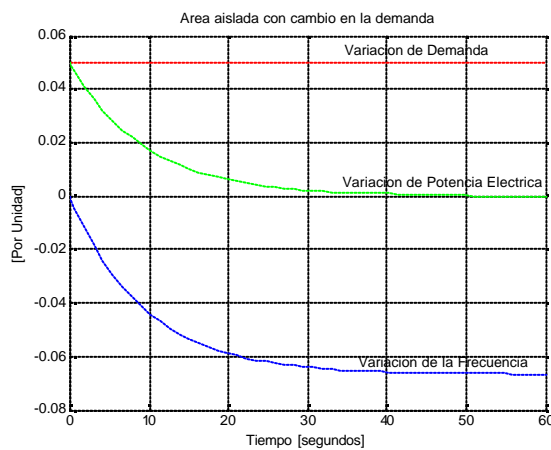
$$\Delta P_{elec} = \Delta P_{load} + D\Delta f$$

Resultando:

$$\Delta P_{elec_{ss}} = 0.05 + 0.75 \times -0.06 = 0$$

De tal modo que la variación de potencia eléctrica, en régimen permanente  $\Delta P_{elec_{ss}}$  tiende a cero, ya que la sensibilidad de la carga respecto a la frecuencia, cuando esta disminuye, tiende a compensar el aumento de carga.

La siguiente figura muestra el comportamiento de la variación en la demanda  $\Delta P_{load}$ , la frecuencia  $\Delta f$ , y la potencia eléctrica  $\Delta P_{elec}$  en el tiempo



Esta gráfica evidencia claramente que la variación de la frecuencia en régimen obedece a un comportamiento exponencial decreciente, típico de los sistemas de

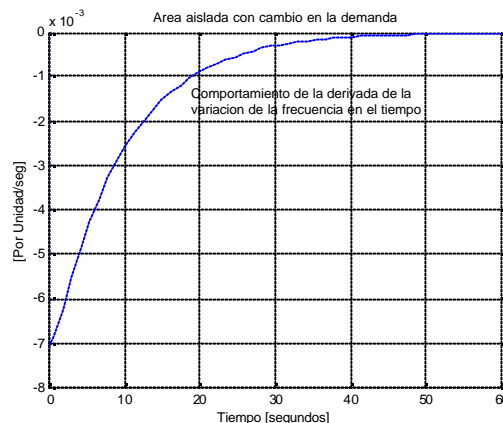
## Control Potencia Activa - Frecuencia

primer orden, tendiendo en permanente a  $\Delta f_{ss} \approx -0.06 \text{ p.u.}$ , lo cual corrobora el hecho físico que un aumento de carga desencadena una disminución en la frecuencia. De hecho la grafica del comportamiento de la variación de potencia eléctrica, indica que en régimen permanente tiende a cero, como es de esperarse porque la disminución de frecuencia, hace que la componente de la carga que es sensible a la frecuencia, disminuya la demanda para lograr el equilibrio.

La pendiente de la variación de la frecuencia puede ser obtenida por:

$$\left. \frac{d\Delta f(t)}{dt} \right|_{t=0} = -\frac{\Delta P_{load}}{M_{eq}} = -\frac{0.05 \text{ p.u.}}{7 \text{ seg}} = 0.00714 \frac{\text{p.u.}}{\text{seg}}$$

La simulación es concluyente.



se observa por simple inspección el valor en  $t = 0$  segundos de la derivada de la variación de la frecuencia respecto al tiempo, la cual se aproxima a  $-0.07 \text{ p.u./seg}$ .

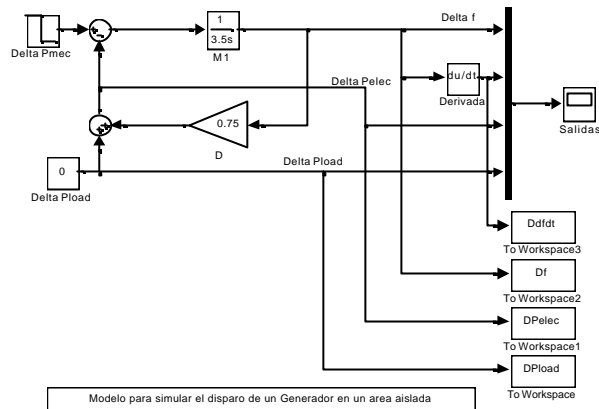
### b. Disparo de un generador ( $P_{mec} = -X$ )

En este caso se tiene que realizar una serie de consideraciones iniciales. Antes de la perturbación la demanda del era es de  $P_{load} = 750 \text{ MW}$  a frecuencia nominal ( $1.0 \text{ p.u.}$ ), como las unidades son de iguales características ( $M_1 = M_2$ ) y no existe regulación, cada unidad proporciona la mitad de la demanda  $P_{gen1} = P_{gen2} = 375 \text{ MW} = 0.375 \text{ p.u.}$

Si se supone el disparo de una máquina en el área, el momento angular para el análisis del comportamiento de la frecuencia es el de una sola máquina,  $M = 3.5 \text{ seg}$ . Ahora bien, al salir una unidad de servicio, se produce un desbalance en la generación-demanda, por lo que la unidad operativa debe absorber el cambio de carga  $P_{mec} = 375 \text{ MW} = 0.375 \text{ p.u.}$

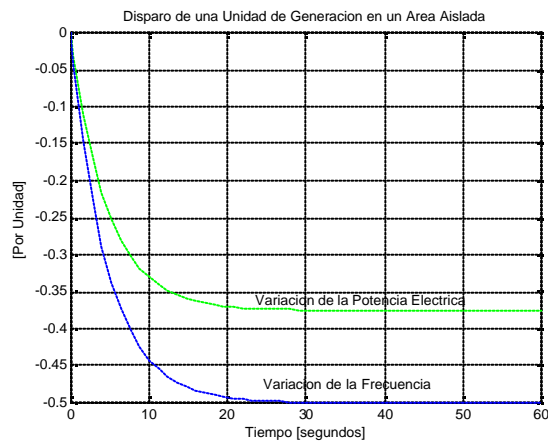
El modelo empleado, para simular la salida de una unidad de generación en el área (caso\_I\_12b.mdl), en el cual se emplea un escalón de amplitud  $-0.375 \text{ p.u.}$  en la potencia mecánica para simular la salida de la unidad.

## Control Potencia Activa - Frecuencia



La simulación indica que la pérdida de generación, desencadena un desbalance donde se hay menos capacidad de generación para la demanda, en tal sentido la frecuencia tiende a disminuir siguiendo un comportamiento exponencial decreciente, logrando el nuevo balance luego de una variación de frecuencia  $\Delta f = -0.5 p.u$ , lo cual es consistente con la teoría ya que se conoce que:

$$\Delta f_{ss} = -\frac{\Delta P_{mec}}{D} = -\frac{0.375 p.u}{0.75} = -0.5 p.u$$

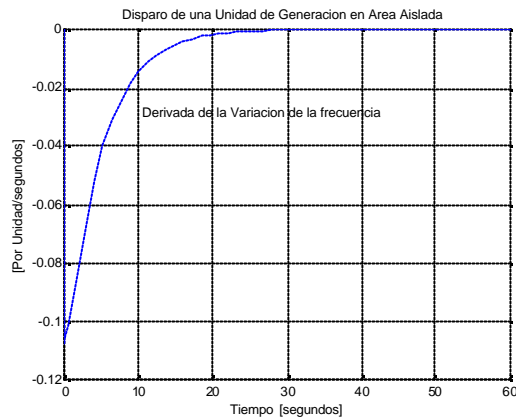


Si se analiza la pendiente de la curva de variación de la frecuencia respecto al tiempo, se tiene que en teoría:

$$\left. \frac{d\Delta f(t)}{dt} \right|_{t=0} = -\frac{\Delta P_{mec}}{M_1} = -\frac{0.375 p.u}{3.5 seg} = -0.10714 \frac{p.u}{seg}$$

Por simple inspección, de la curva de la derivada de la variación de la frecuencia respecto al tiempo, se evidencia claramente la tendencia en régimen

permanente a alcanzar el valor de  $\left. \frac{d\Delta f(t)}{dt} \right|_{t=0} \approx -0.10714 \frac{p.u}{seg}$



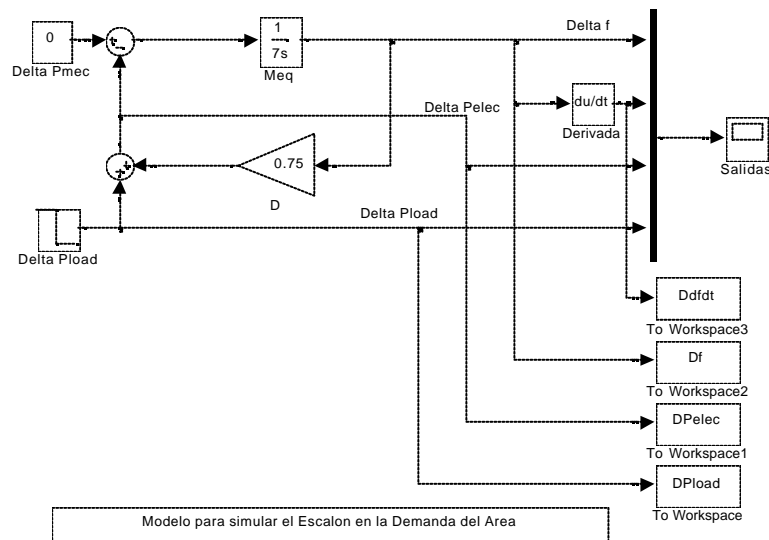
La sensibilidad de la demanda a la frecuencia produce que la demanda disminuya como consecuencia de la disminución de frecuencia, siendo esta disminución dada por:

$$\Delta P_{elec} = 0 + 0.75 \times -0.5 = -0.375 \text{ p.u}$$

Lo cual resulta evidente en la simulación, ya que como se aprecia la curva de la variación de la potencia eléctrica que sigue el comportamiento exponencial decreciente llegando hasta  $\Delta P_{elec} \approx -0.375 \text{ p.u}$ .

c. Escalón de demanda (  $P_{elec} = -X$  )

En este caso se supone un escalón de la demanda negativo, es decir una disminución en la carga de  $\Delta P_{load} = -0.375 \text{ p.u}$ . El modelo de simulación (caso\_I\_12c.mdl), resulta:



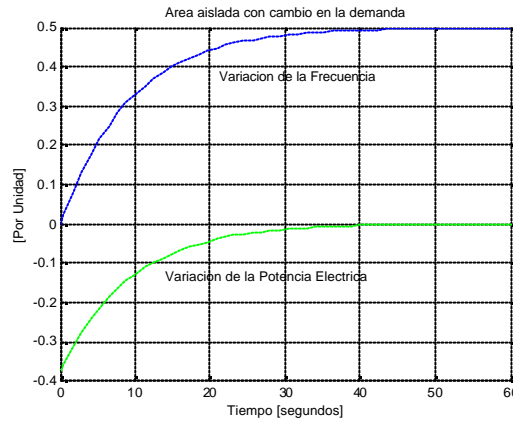
La disminución de la carga produce un desbalance en la generación-carga, que tiende a que las máquinas liberen la energía cinética almacenada en sus rotores aumentando la frecuencia siguiendo un comportamiento exponencial, cuyo valor de régimen permanente viene dado por:



$$\Delta f_{ss} = \frac{\Delta P_{load}}{D} = \frac{0.375 \text{ p.u.}}{0.75} = 0.5 \text{ p.u.}$$

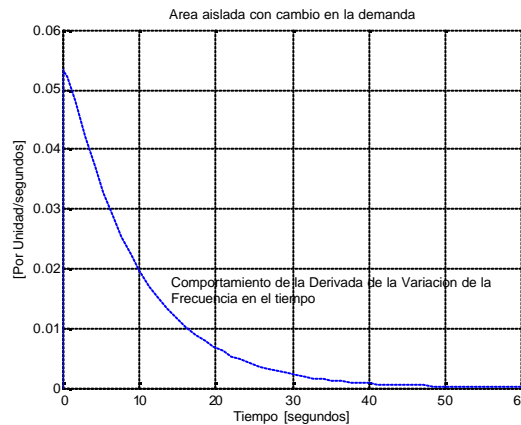
En tal sentido el aumento de la frecuencia logra su equilibrio en régimen permanente en  $\Delta f_{ss} = 0.5 \text{ p.u.}$ , por su parte una vez que se alcanza este nuevo valor de frecuencia, la característica de frecuencia de la carga, hace que se logre el equilibrio de generación-carga, a una potencia eléctrica:

$$\Delta P_{elec_{ss}} = -0.375 + 0.75 \times 0.5 = 0 \text{ p.u.}$$



Si se analiza la pendiente de la curva de variación de la frecuencia respecto al tiempo, se tiene que en teoría se cumple:

$$\left. \frac{d\Delta f(t)}{dt} \right|_{t=0} = -\frac{\Delta P_{load}}{M_{eq}} = -\frac{-0.375 \text{ p.u.}}{7 \text{ seg}} = +0.05357 \frac{\text{p.u.}}{\text{seg}}$$



Por simple inspección de la curva de la derivada de la variación de la frecuencia en función del tiempo, se evidencia fácilmente que la pendiente de la curva en  $t = 0$  segundos es

$$0 \text{ segundos es } \left. \frac{d\Delta f(t)}{dt} \right|_{t=0} \approx 0.05357 \frac{\text{p.u.}}{\text{seg}}$$

## I.2 Análisis con Regulación de Velocidad (Regulación Primaria)

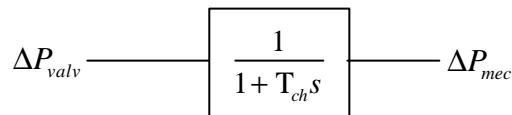
### Modelo del Motor Primario

El motor primario que maneja a una unidad de generación puede ser una turbina de vapor o una turbina hidráulica. Los modelos del motor primario deben tomar en cuenta las características de la fuente de vapor y del sistema de control de la caldera en el caso de la turbina de vapor, o las características de la tubería forzada en la turbina hidráulica.

Por simplicidad, en este trabajo, solo se considera el modelo más simple, de un motor primario, turbina que no recicla vapor.

El modelo de una turbina que no recicla vapor, es mostrado en la figura siguiente, en el se relaciona la posición de la válvula que controla la emisión de vapor a la turbina con la potencia de salida de la turbina donde:  $T_{ch}$  es la constante de tiempo de carga, y  $\Delta P_{valv}$  es el cambio en por unidad desde el nominal en la posición de la válvula.

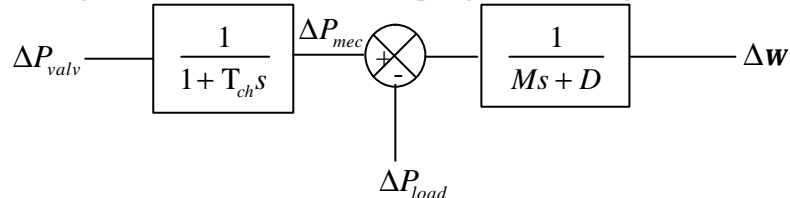
Figura 7. Modelo del motor primario tipo turbina



Modelo de motor primario

El modelo combinado del motor primario-generador-carga es mostrado en la figura siguiente.

Figura 8. Modelo de turbina a vapor-generador-carga



## I.2.1 Dinámica de la máquina impulsiva

Funciones de transferencia que relacionan las variaciones de la potencia mecánica ( $\Delta P_{mec}$ ) entregada por la turbina ante variaciones de la válvula o compuerta ( $\Delta P_{valv}$ ).

**Turbina de vapor sin recalentamiento**

$$\Delta P_{valv}(s) \longrightarrow \boxed{\frac{1}{T_c s + 1}} \longrightarrow \Delta P_{mec}(s)$$

**Turbina de vapor con etapa de recalentamiento**

$$\Delta P_{valv}(s) \longrightarrow \boxed{\frac{1 + aT_r s}{(T_c s + 1)(T_r s + 1)}} \longrightarrow \Delta P_{mec}(s)$$

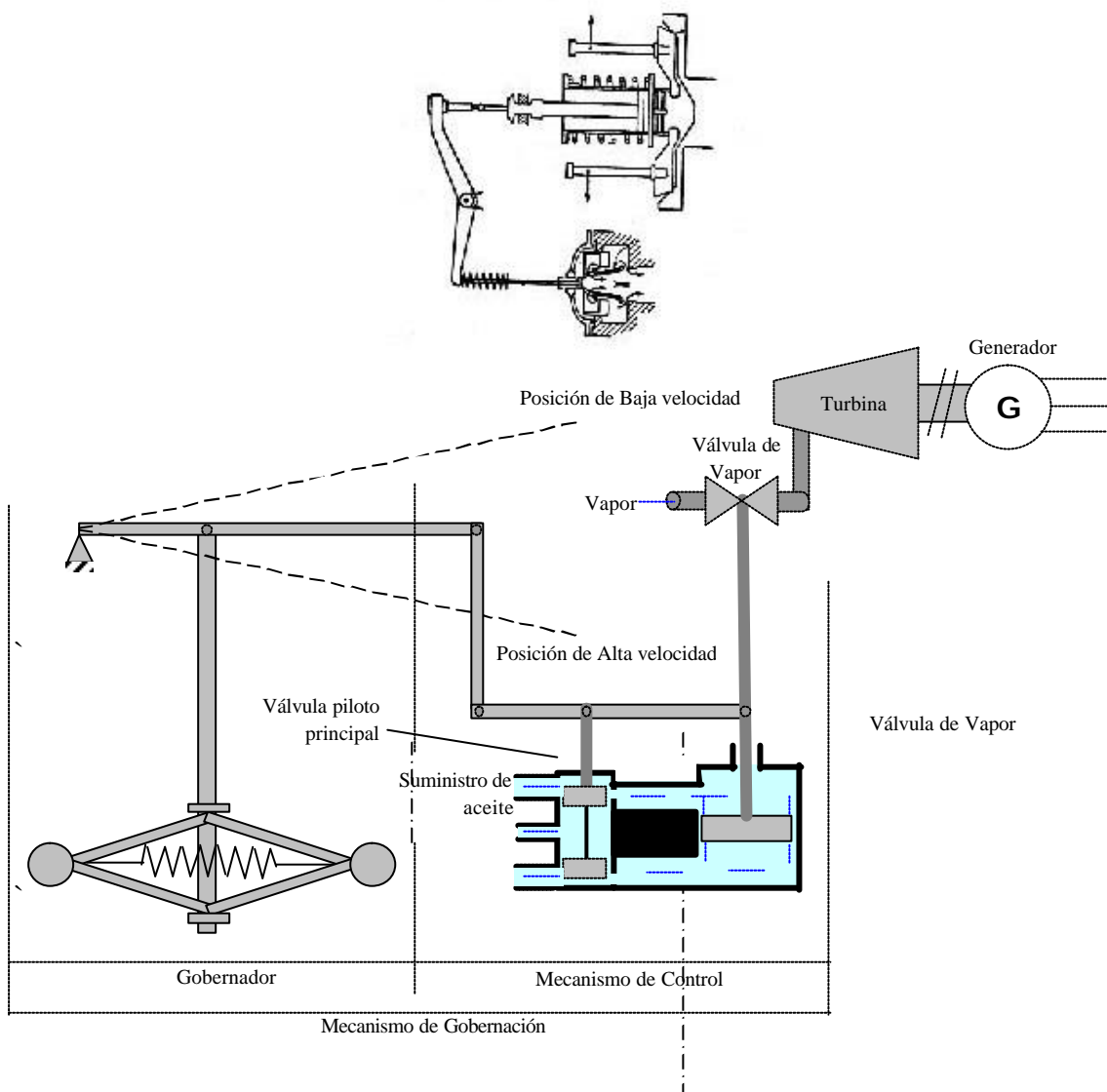
**Turbina hidráulica**

$$\Delta P_{valv}(s) \longrightarrow \boxed{\frac{1 - T_w s}{\left(\frac{T_w}{2} s + 1\right)}} \longrightarrow \Delta P_{mec}(s)$$

## I.2.2 Dinámica del Regulador de Velocidad

### Modelo del Gobernador

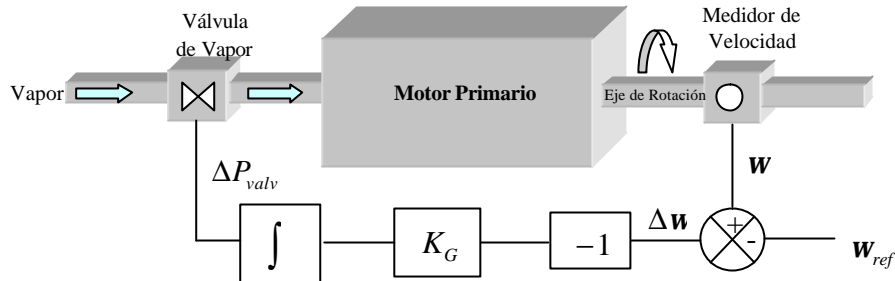
Supóngase que se tiene una unidad de generación que esta operando con una salida fija de potencia mecánica en de la turbina. Cuando se produce de cualquier cambio en la carga puede producir en un cambio en la velocidad suficiente para ocasionar una sensibilidad en la frecuencia para compensar exactamente el cambio de carga. Esta condición puede ocasionar que la frecuencia del sistema se desvíe muy lejos de los limites aceptables. Para superar estas posibles condiciones operativas que colocan en riesgo el sistema, se agrega un mecanismo de gobernación, el cual sensa la velocidad de la máquina y ajusta la válvula de entrada al cambio en la salida de potencia mecánica para compensar los cambios de carga y retornar la frecuencia al valor nominal. El primer mecanismo de gobernación empleado fue el denominado bolas volantes, el cual sensaba la velocidad de la maquina por medio de unas esferas que por fuerza centrífuga, varias su posición proveyendo un movimiento mecánico bien definido en función de la velocidad. En la actualidad los gobernadores modernos emplean mecanismos electrónicos para sensar los cambios de velocidad de la unidad y a menudo usan combinación de elementos electrónicos, mecánicos e hidráulicos para influir en los cambios requeridos en la posición de la válvula. El gobernador más simple que existe es el llamado “*gobernador isócrono*”, este ajusta la válvula de entrada a la turbina a un punto tal que regresa la frecuencia al valor previamente ajustado. Si se conecta simplemente la salida del mecanismo del dispositivo sensor de velocidad a la válvula a través de un enlace directo, nunca se podría llevar la frecuencia a su valor nominal o de ajuste. La única forma es llevar a cero el error de frecuencia.



Este error es definido como la diferencia entre la velocidad real y la deseada o frecuencia de referencia. Típicamente para disminuir el error de frecuencia se emplea lo que los ingenieros de control denominan la acción de reseteo, que es complementada por la integración del error de la frecuencia o velocidad.

El siguiente diagrama ilustra el mecanismo de gobernación de velocidad.

Figura 9. Gobernador Isócrono



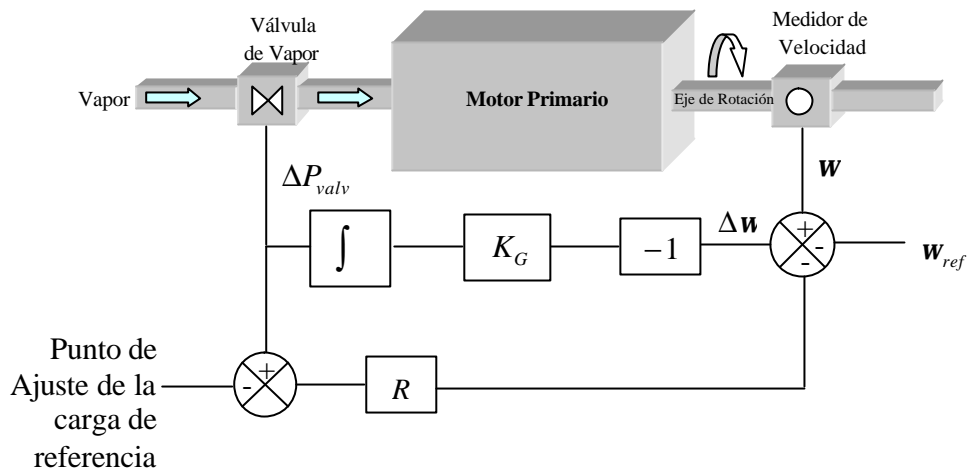
La salida del dispositivo sensor o de medición de velocidad,  $w$ , se compara con el valor de velocidad de referencia,  $w_{ref}$ , para producir la señal de error,  $\Delta w = w - w_{ref}$ . El error de velocidad  $\Delta w$  es negado y amplificado por una constante  $K_G$  e integrado para producir una señal de control,  $\Delta P_{valv}$ , la cual es la encargada de accionar la válvula principal de alimentación de vapor. Si se produce una señal de error negativo  $\Delta w < 0$  entonces la señal de control es positiva,  $\Delta P_{valv} > 0$ , entonces se abre la válvula de vapor. Si, por ejemplo, la máquina está girando a la velocidad de referencia  $w_{ref}$ , y la carga eléctrica se incrementa, la velocidad  $w$  caerá por debajo de la regencia y  $\Delta w < 0$ . La acción de la ganancia y del integrador es abrir la válvula de vapor, de tal modo que la potencia mecánica a la salida de la turbina se incrementa, y así se incrementará la salida eléctrica del generador y se eleva la velocidad de la máquina  $w$ . En el momento en que la velocidad de la máquina  $w$  es igual a la velocidad de referencia  $w_{ref}$ , la válvula de vapor se detiene en la nueva posición (mas abierta) para permitir que el complejo turbina-generador alimente la carga eléctrica incrementada.

El gobernador isócrono (velocidad constante) de la Figura 9 no puede ser empleado si se disponen de dos más generadores que operan eléctricamente en paralelo alimentando al mismo sistema, debido a que ante una variación de carga cada generador deberá tener precisamente el mismo ajuste de velocidad o ellos podrían “pelear” unos contra otros, cada uno tratando de llevar su velocidad rotorica (o la frecuencia) del sistema a su propio ajuste.

En tal sentido, para ser posible que dos o más unidades de generación logren operar en paralelo en un sistema de generación, los gobernadores deben estar provistos de una señal de retroalimentación que permita que el error de velocidad vaya a cero a diferentes valores de salidas del generador.

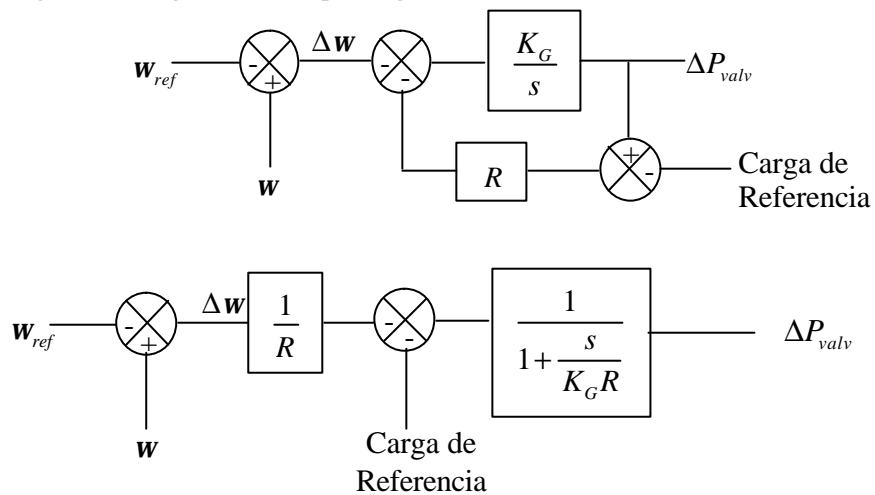
Esto puede ser logrado agregando un lazo de retroalimentación alrededor del integrador como se muestra en la Figura 10.

Figura 10. Gobernador con lazo de retroalimentación de velocidad

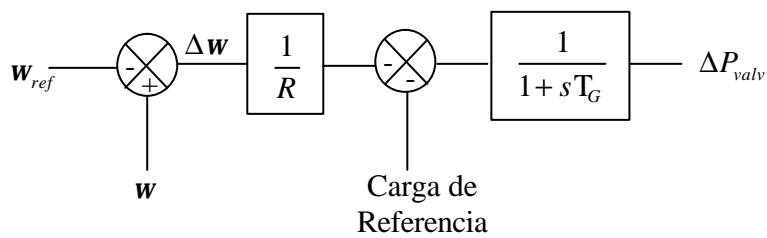


Se debe notar que además se ha incluido una nueva entrada, llamada carga de referencia. El diagrama de bloque para este gobernador se indica en la Figura 11 donde ahora el gobernador tiene una ganancia neta de  $1/R$  y la constante de tiempo  $T_G$ .

Figura 11. Diagrama de bloque de gobernador con retroalimentación



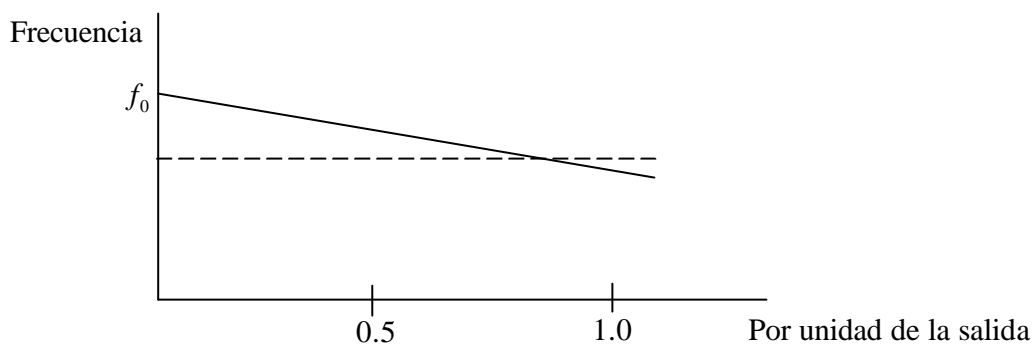
Sea  $T_G = \frac{1}{K_G R}$  la constante de tiempo del gobernador



## Control Potencia Activa - Frecuencia

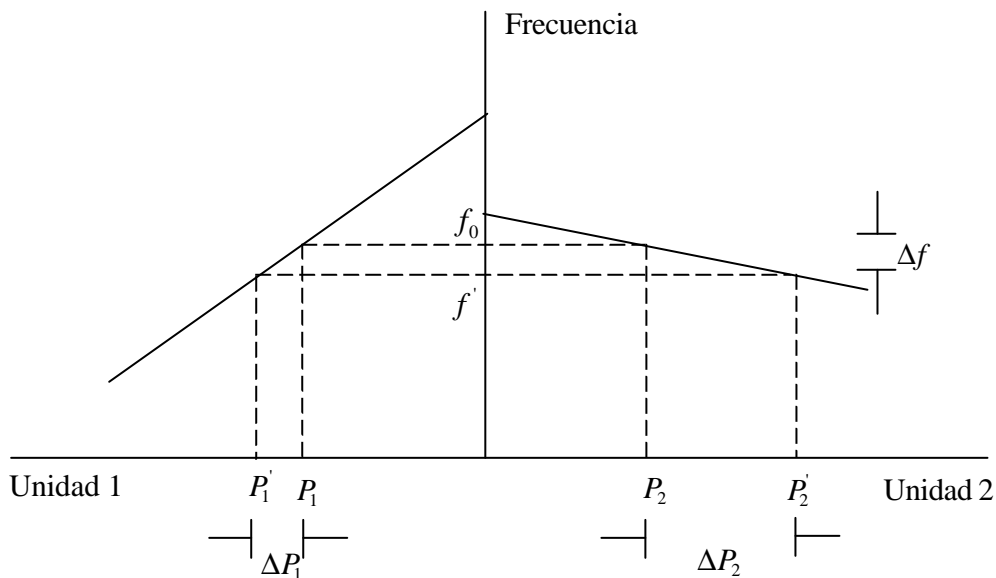
El resultado de añadir este lazo de retroalimentación con una ganancia  $R$  es una característica del gobernador como se indica en la Figura 12. El valor de la ganancia  $R$  determina la pendiente de la curva característica, es decir, define el cambio en la potencia de salida de la unidad ante un cambio dado de la frecuencia; esta curva es comúnmente denominada característica descendente. Es una práctica común ajustar el valor de la ganancia  $R$  en cada unidad de generación tal que un cambio en la salida de 0 a 100% (por ejemplo, el nominal) resultará en el mismo cambio de frecuencia para cada unidad. Como resultado, un cambio en la carga eléctrica en el sistema será compensado por cambios en la salida de las unidades de generación proporcionales a la salida nominal de cada unidad.

Figura 12. Característica de velocidad



Si dos unidades de generación cuyos gobernadores son de características descendentes o decrecientes de gobernación están conectadas a un sistema de potencia, entonces siempre tendrán una frecuencia única a la cual ellos comparten los cambios de carga.

Figura 13. Ubicación de las salidas de las unidades con gobernador retroalimentado



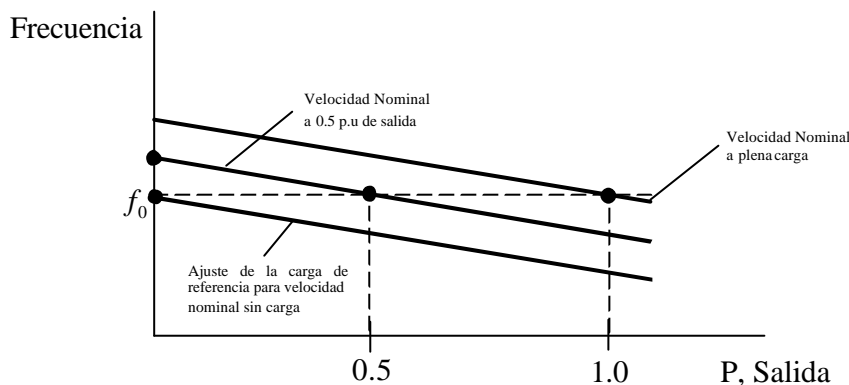
Como se indica en la Figura 13 las dos unidades operan inicialmente a una frecuencia nominal de  $f_0$ . En el caso en que se produce un incremento de carga  $\Delta P_{load}$ , causará que

## Control Potencia Activa - Frecuencia

las unidades experimenten un descenso en su velocidad, a lo cual los gobernadores incrementan la salida hasta que las unidades buscan una nueva frecuencia común  $f'$ . La cantidad de carga tomada por cada unidad es proporcional a la pendiente de su curva característica de gobernación. La unidad 1, incrementa su salida desde  $P_1$  hasta  $P_1'$ , la unidad 2, por su parte, incrementa su salida de  $P_2$  a  $P_2'$ , de modo que el incremento neto de la generación es  $\Delta P_{gen} = P_1' - P_1 + P_2' - P_2$ , que es igual al incremento de carga  $\Delta P_{load}$ . Nótese que la frecuencia actual también depende de la característica de frecuencia de la carga.

Como ya se menciona, en el gobernador con característica descendente se incorpora una entrada denominada punto de ajuste de la carga de referencia. Cambiando la carga de referencia, la característica del gobernador del generador puede ser ajustada para proporcionar una frecuencia de referencia a cualquier salida deseada de la unidad. Esto puede ser observado en la Figura 14. La entrada básica de control a una unidad de generación hasta donde concierne el control es el punto de ajuste de carga de referencia. Ajustando este punto en cada unidad, se puede mantener un despacho deseado en una unidad mientras la frecuencia del sistema se mantenga cercana al valor deseado.

Figura 14. Ajustes del regulador de velocidad



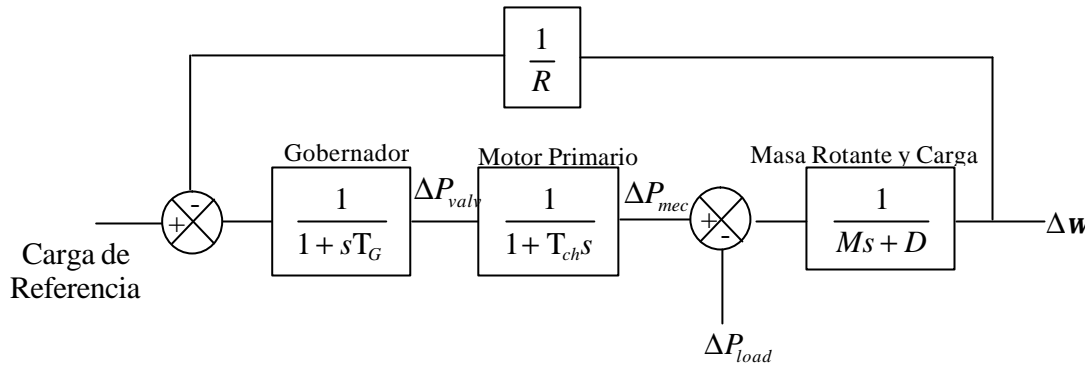
Nótese que un cambio en estado estacionario en la señal de control de la válvula  $\Delta P_{valv}$  de 1.0 p.u requiere un valor de  $R$  en p.u. de cambio en frecuencia,  $\Delta w$ . Este tipo de regulación es frecuentemente referida en porcentaje. Así por ejemplo, una regulación de 3% para una unidad, indica que un 100% (1.0 p.u) de cambio en la posición de la válvula (o equivalente a un cambio de 100% de la salida de la unidad) requiere de 3% en cambio de frecuencia. Por tanto,  $R$  es igual al cambio en frecuencia en por unidad dividido por el cambio en la salida de la unidad. Esto es:

$$R = \frac{\Delta w}{\Delta P} \quad (21)$$

El diagrama de bloque de un modelo gobernador-motor primario-masa rotante/carga queda construido como se muestra en la Figura 15.

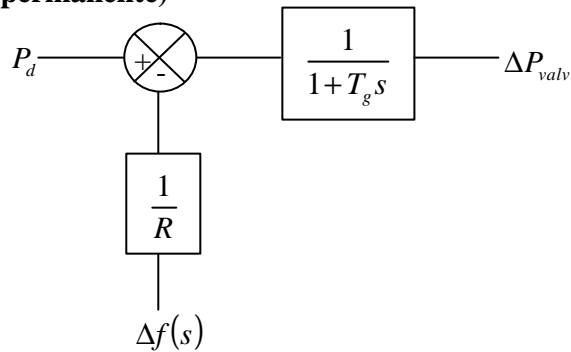


Figura 15. Diagrama de bloque del gobernador, motor primario y masa rotante

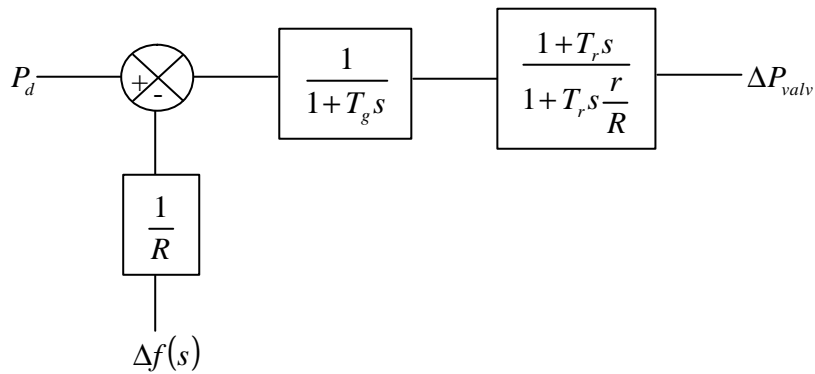


Las características de los Reguladores Automáticos de Velocidad (RAV), son básicamente las siguientes:

**Proporcional (estatismo permanente)**



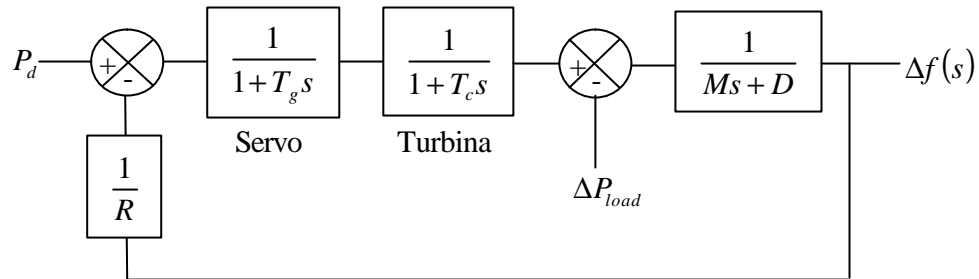
**Con realimentación transitoria (estatismo permanente y transitorio)**



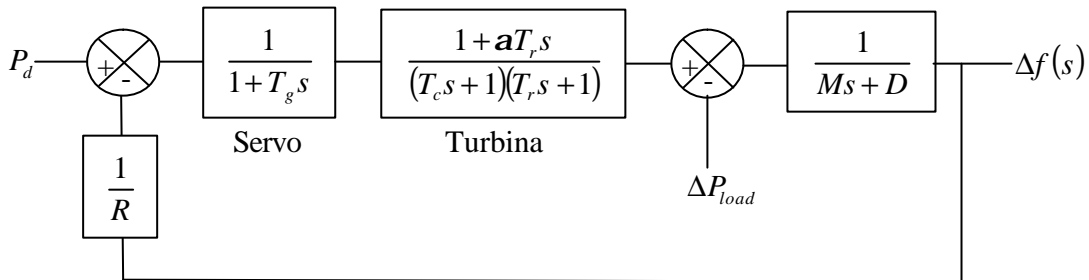
### I.2.3. Desempeño del Sistema de Control de velocidad en un Área Compuesta por un Tipo de Máquinas

Vinculando las funciones de transferencia correspondientes al RAV, a la máquina de impulso y a las masas rotantes se describe el lazo de regulación de velocidad o frecuencia:

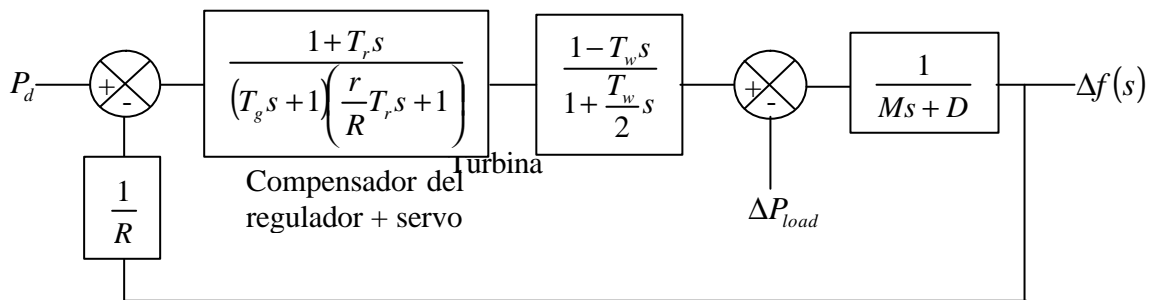
#### Térmica sin recalentamiento



#### Térmica con recalentamiento



#### Hidráulica



## Control Potencia Activa - Frecuencia

---

Para los tres sistemas planteados, el valor final es:

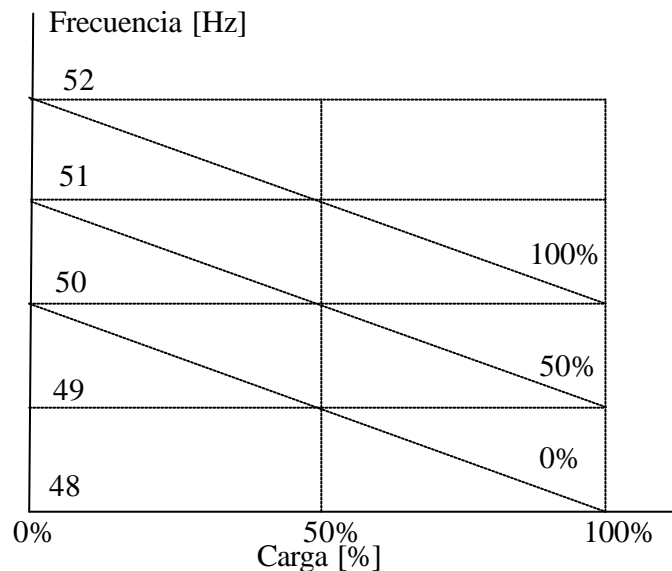
$$\Delta f = \frac{-\Delta P_{load}}{D + \frac{1}{R}}$$

Si  $R = 5\%$ , entonces  $D + 1/R = 21$  a  $22$  (valor teórico), sin embargo para un gran sistema un valor más realista es de  $6$  a  $7$ .

La cantidad  $1 / (D + 1/R)$  es la "*característica regulante compuesta del área*".

Pese a que coinciden los valores finales para los tres sistemas, sus respectivas evoluciones transitorias son muy diferentes.

La característica velocidad o frecuencia versus carga para una unidad en estado estacionario es:



La pendiente de las rectas trazadas es el estatismo, por ejemplo:

$$R = \frac{\left(\frac{f}{f_0}\right)}{\left(\frac{P}{P_0}\right)} = \frac{\left(\frac{2}{50}\right)}{\left(\frac{1}{1}\right)} = 0.04 = 4\%$$

Desplazando la característica verticalmente, se obtienen sucesivos puntos de equilibrio a 50Hz.

La característica de plena carga (50Hz a 100%) nos dice que la máquina se descargará totalmente por acción de la regulación primaria si la frecuencia del sistema varía en  $+ 2$  Hz (con  $R= 4\%$ ).

## I.2.4 Área compuesta por varias máquinas

### **Modelo de la Línea de Interconexión**

Un flujo de carga simple a través de una línea de transmisión puede ser empleado para modelar la potencia que fluye a través de una línea de interconexión.

$$P_{12} = \frac{|\bar{E}_1| |\bar{E}_2|}{X_{12}} \text{sen}(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) \quad (22)$$

donde se puede suponer que  $\mathbf{q}_{12} = \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2$ , de modo análogo se puede asumir que:  $\mathbf{d}_{12} = \mathbf{d}_1 - \mathbf{d}_2$ .

La ecuación anterior es la correspondiente del flujo por la interconexión es una cantidad en estado estacionario, y de hecho es no lineal. Para propósito de análisis se produce una perturbación a la ecuación anterior, para obtener desviaciones del flujo de carga nominal como función de las desviaciones del ángulo nominal del ángulo de fase.

Inicialmente supóngase que  $\Delta \mathbf{q}_1$  y  $\Delta \mathbf{q}_2$  son equivalentes a  $\Delta \mathbf{d}_1$  y  $\Delta \mathbf{d}_2$ , que son las desviaciones del ángulo nominal del ángulo de fase. Entonces se procede a expandir en series de Taylor alrededor de  $\mathbf{d}_{12}^0$ , siendo este el punto inicial de operación, a partir del cual se produce la perturbación. Se toma solo el primer termino del desarrollo de la serie de Taylor.

$$\Delta P_{12} \approx \frac{\partial P_{12}}{\partial \mathbf{d}_{12}} \Delta \mathbf{d}_{12} \quad (23)$$

$$\Delta P_{12} \approx \frac{|\bar{E}_1| |\bar{E}_2|}{X_{12}} \cos(\mathbf{d}_{12}^0) \Delta \mathbf{d}_{12} \quad (24)$$

donde:  $\Delta \mathbf{d}_{12} = (\Delta \mathbf{d}_1 - \Delta \mathbf{d}_2)$

Si se hace:

$$X'_{12} = \frac{X_{12}}{\cos(\mathbf{d}_{12}^0)} \quad (25)$$

entonces:

$$\Delta P_{12} \approx \frac{|\bar{E}_1| |\bar{E}_2|}{X'_{12}} \Delta \mathbf{d}_{12} \quad (26)$$

En forma expandida se puede escribir como:

$$\Delta P_{12} = \frac{|\bar{E}_1| |\bar{E}_2|}{X'_{12}} (\Delta \mathbf{d}_1 - \Delta \mathbf{d}_2) \quad (27)$$

En función de las variaciones de la frecuencia se tiene:

$$\Delta P_{12} = \frac{T |\bar{E}_1| |\bar{E}_2|}{s} (\Delta \mathbf{w}_1 - \Delta \mathbf{w}_2) \quad (28)$$

donde  $T = \frac{2pf}{X_{\text{interconexión}}}$

## Control Potencia Activa - Frecuencia

---

Nótese que  $\Delta q$  debe estar en radianes para que  $\Delta P_{12}$  esta dado en por unidad de megawatt, pero  $\Delta w$  esta en por unidad de cambio de velocidad.

$T$  puede ser conceptualizado como el coeficiente de rigidez de la línea de interconexión. Supóngase ahora que se tiene un sistema de potencia interconectado que se ha separado en dos áreas con un generador cada una, éstas áreas están conectadas por una línea de transmisión. El flujo de potencia de esta línea de transmisión parecerá como carga positiva para un área e igual pero carga negativa para la otra, o viceversa, dependiendo de la dirección del flujo. La dirección del flujo será dictaminado por el Angulo de fase relativo entre las dos áreas. En la Figura 16 se muestra el diagrama de bloque representativo de esta interconexión. Nótese que el flujo de potencia en la interconexión ha sido definido como transmitiéndose desde el área 1 y fuente de potencia (carga negativa) del área 2. Si se asume que las potencias mecánicas son constantes, las masas rotantes y la línea de interconexión muestran características oscilatorias amortiguadas conocidas como oscilaciones sincronizantes.

Es muy importante analizar la desviaciones de la frecuencia en estado estacionario, la desviación del flujo de potencia por la interconexión y las salidas de los generadores para un area interconectada después que ocurre un cambio de carga.

Imaginase un cambio de carga  $\Delta P_{load}$ , en el área 1. En estado estacionario, después que toda oscilación sincronizante se ha amortiguado, la frecuencia será constantes y del mismo valor para ambas áreas, entonces se cumple:

$$\Delta w_1 = \Delta w_2 = \Delta w \quad (29)$$

y

$$\frac{d(\Delta w_1)}{dt} = \frac{d(\Delta w_2)}{dt} = 0 \quad (30)$$

y

$$\begin{cases} \Delta P_{mec1} - \Delta P_{12} - \Delta P_{L1} = \Delta w_1 D_1 \\ \Delta P_{mec2} + \Delta P_{12} = \Delta w_2 D_2 \end{cases} \quad (31)$$

además:

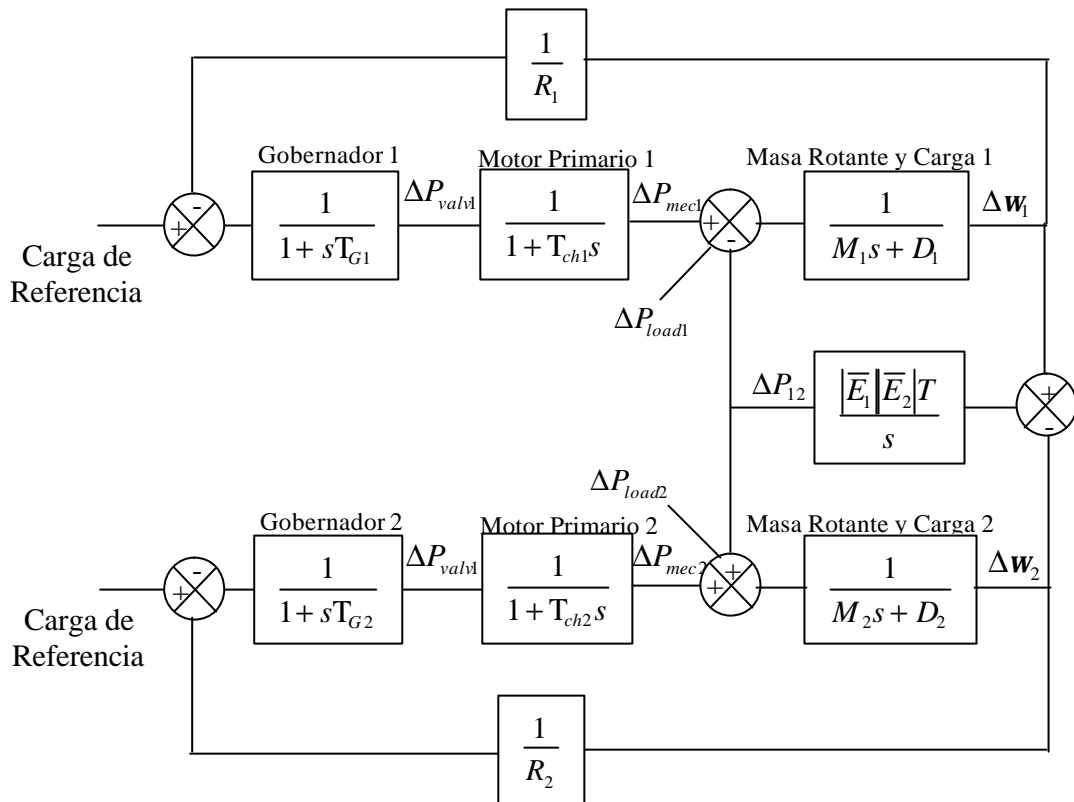
$$\Delta P_{mec1} = \frac{\Delta w}{R_1} \quad (32)$$

$$\Delta P_{mec2} = \frac{\Delta w}{R_2} \quad (33)$$

Si en el área 1, se produce un cambio de carga  $\Delta P_{load1}$ , entonces la variación de frecuencia queda dada por:

$$\Delta w = \frac{\Delta P_{load1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + D_1 + D_2} \quad (34)$$

Figura 16. Diagrama de bloque de dos areas interconectadas



### Control de Generación

Control Automático de Generación (AGC) es el nombre dado al sistema de control que tiene tres principales objetivos:

1. Mantener la frecuencia del sistema a, o muy cercano a valor nominal especificado (por ejemplo, 60 Hz, fundamental).
2. Mantener el valor correcto de intercambio de potencia entre las áreas.
3. Mantener cada unidad de generación en el valor más económico posible.

### Acción de Control Suplementario

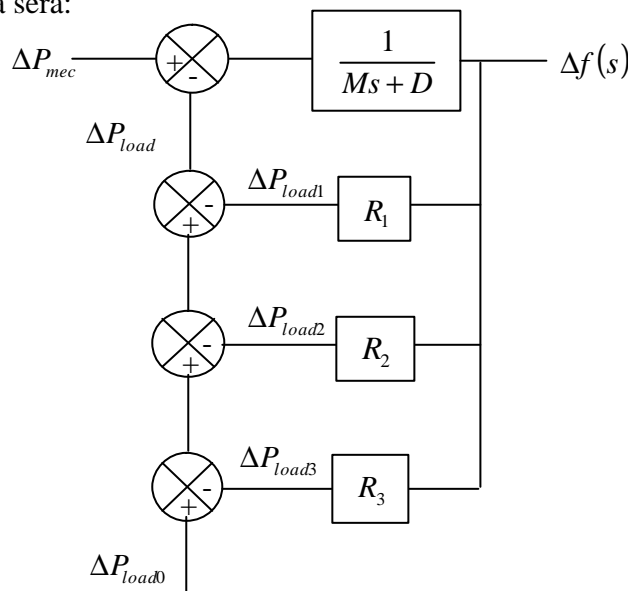
Para la comprensión detallada de los objetivos del control de generación, pártase de la idea de una unidad de generación supliendo una carga en un sistema de potencia aislado. Ante un cambio repentino de carga, el sistema experimentará un cambio en la frecuencia, cuya magnitud depende de las características del gobernador y de respuesta a frecuencia de la demanda. Una vez que sucede el cambio de carga, debe actuar el control suplementario para restaurar la frecuencia de operación del sistema al valor nominal.

La acción de control de reseteo o integral suplementario forzará la frecuencia a cero ajustando el punto de ajuste de la velocidad de referencia.

### 1.2.5 Desconexión de carga por subfrecuencia

Otro recurso disponible para restablecer el balance entre generación y carga, sobre todo ante el disparo de generadores o de interconexiones, es actuar sobre la carga en función de que se alcancen determinados valores de frecuencia.

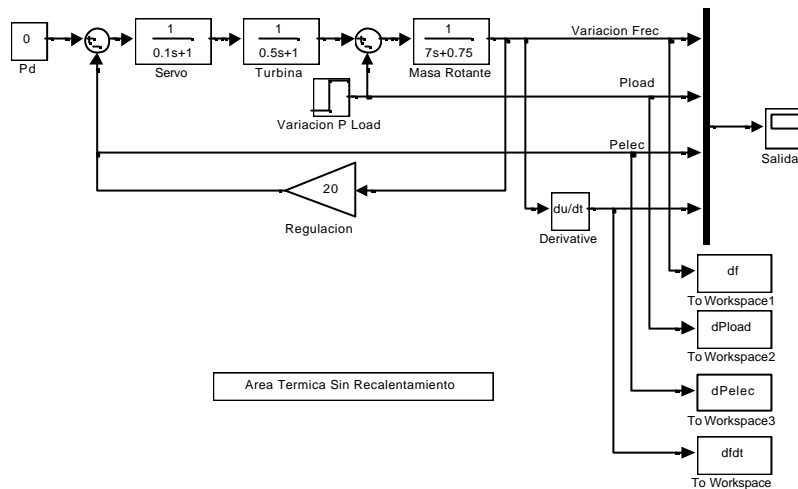
El modelo de carga será:



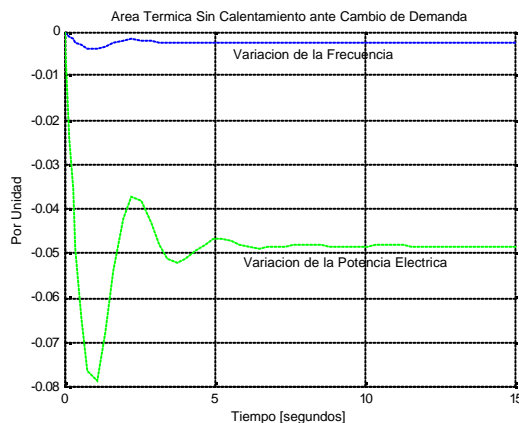
## I.2.6 Regulación de Frecuencia en área aislada. Simulación

I.2.6.1 Para una área con los datos base (T.P. n° 1), simular los siguientes casos para una  $\Delta P_{load} = 5\%$  .(Para todos  $T_g = 0.1 \text{ seg}$ )

- a). Área térmica sin recalentamiento ( $T_c=0.5 \text{ seg}$ ). Regulación proporcional  $R=5\%$   
 Para efectuar la simulación se emplea el siguiente modelo (caso\_I\_261a.mdl):



En este caso se simula  $\Delta P_{load} = 5\%$  , es decir un incremento en la demanda con forma de un escalón, el cual produce un desbalance generación-demanda, que tiende a hacer disminuir la frecuencia.



Al examinar detalladamente la respuesta de la variación de la frecuencia ante un aumento en la demanda  $\Delta P_{load} = 0.05 \text{ p.u.}$ , en este caso se observa que la frecuencia del sistema tiende a disminuir siguiendo un modo subamortiguado para compensar el aumento de carga, hasta que finalmente la variación de



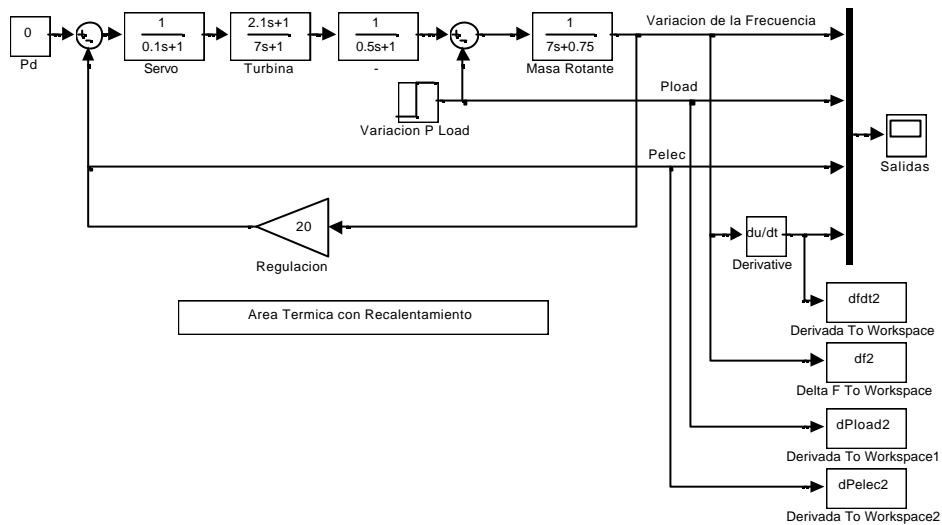
## Control Potencia Activa - Frecuencia

frecuencia en régimen permanente alcanza  $\Delta f_{ss} \approx -0.0024 \text{ p.u}$ , lo cual es consistente con el valor teórico.

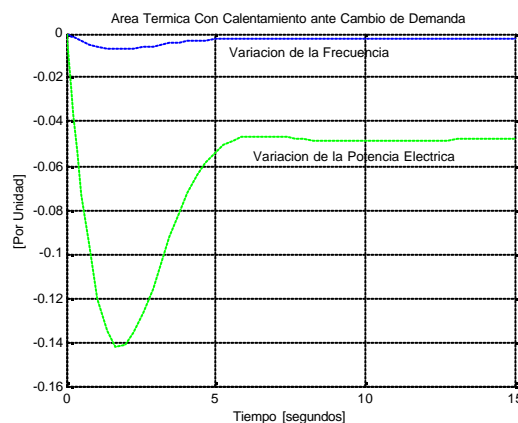
$$\Delta f_{ss} = \frac{-\Delta P_{load}}{D + \frac{1}{R}} = -\frac{0.05 \text{ p.u}}{0.75 + \frac{1}{0.05}} = -0.00244 \text{ p.u}$$

b). Área térmica con recalentamiento ( $T_c = 0.5 \text{ seg}$  y  $T_R = 7 \text{ seg}$ ). Regulación proporcional  $R=5\%$ .

Para efectuar la simulación se emplea el siguiente modelo (caso\_I\_261b.mdl), donde se emplea:



Nuevamente se simula un  $\Delta P_{load} = 5\%$ , es decir un incremento en la demanda con forma de un escalón en el área, el cual produce un desbalance generación-demanda, que tiende a hacer disminuir la frecuencia.



La respuesta de la variación de la frecuencia ante un aumento en la demanda  $\Delta P_{load} = 0.05 \text{ p.u}$ , evidencia que la frecuencia del sistema tiende a disminuir siguiendo un modo subamortiguado para compensar el aumento de carga, hasta

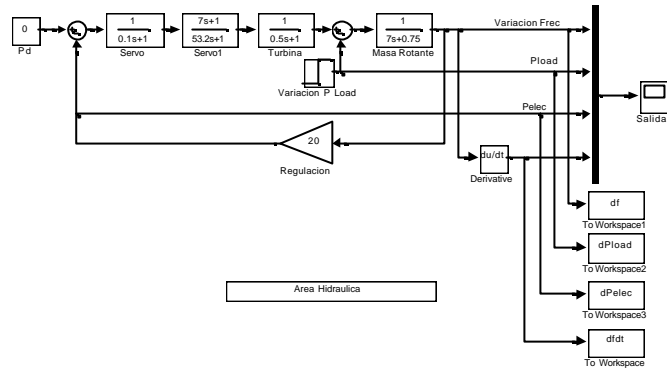
## Control Potencia Activa - Frecuencia

que finalmente la variación de frecuencia en régimen permanente alcanza  $\Delta f_{ss} \approx -0.0024 \text{ p.u.}$ , consistente con el valor teórico.

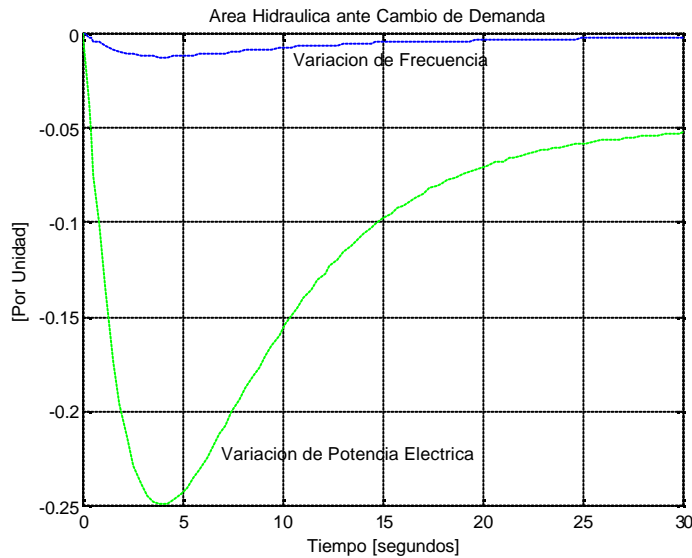
$$\Delta f_{ss} = \frac{-\Delta P_{load}}{D + \frac{1}{R}} = -\frac{0.05 \text{ p.u.}}{0.75 + \frac{1}{0.05}} = -0.00244 \text{ p.u.}$$

c). Area hidráulica ( $T_w = 3 \text{ seg.}$ ). Regulación proporcional  $R=5\%$ .

Para efectuar la simulación se emplea el siguiente modelo (caso\_I\_261c.mdl):



Se procede a simular un  $\Delta P_{load} = 5\%$ , es decir un incremento en la demanda con forma de un escalón en el área, el cual produce un desbalance generación-demanda, que tiende a hacer disminuir la frecuencia.



## Control Potencia Activa - Frecuencia

Al realizar la simulación se observa que el transitorio de la unidad hidráulica es mas lento que el de las unidades térmicas, de hecho la simulación se debió realizar con un tiempo final de estudio de 30 segundos.

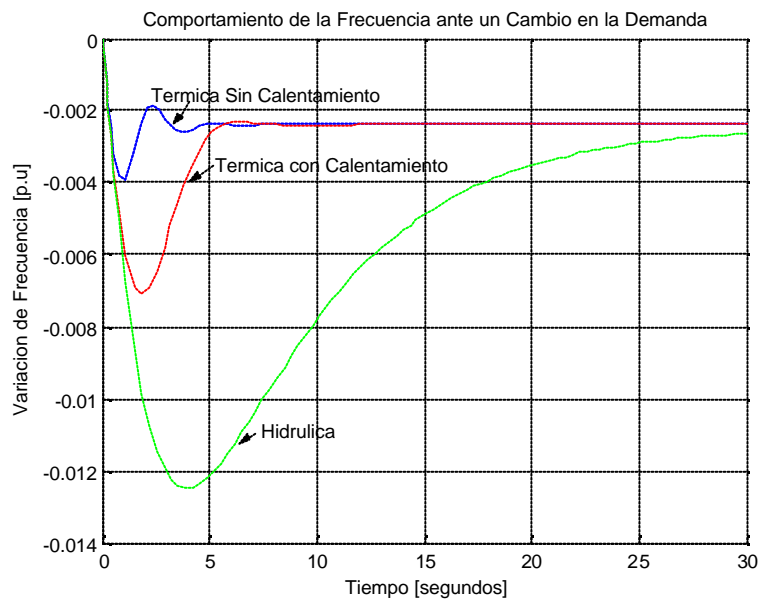
El comportamiento de la frecuencia se ve que sigue un comportamiento oscilatorio subamortiguado, hasta que se estabiliza a una disminución en la frecuencia  $\Delta f_{ss} \approx -0.0024$  p.u, y lo cual es un valor completamente acorde con el valor teórico calculado.

$$\Delta f_{ss} = \frac{-\Delta P_{load}}{D + \frac{1}{R}} = -\frac{0.05 \text{ p.u}}{0.75 + \frac{1}{0.05}} = -0.00244 \text{ p.u}$$

Por su parte el transitorio de la potencia eléctrica muestra un gran impulso que ronda los primeros 5 segundos, siendo la máxima disminución de la potencia eléctrica  $-0.25$  p.u, y en régimen permanente alcanza los  $-0.056$ pu.

### Comparación de los diferentes tipos de unidades de la variación de frecuencia

Si se efectúa la comparación del comportamiento de la variación de la frecuencia en los diferentes tipos de unidades de generación: térmica con recalentamiento, sin recalentamiento e hidráulica, ante una variación en la demanda de  $\Delta P_{load} = 0.05$  p.u, lógicamente produce una perdida en el desbalance de la potencia generada y la demanda, que lógicamente, produce una disminución de la frecuencia, cuya respuesta depende de los parámetros característicos de las maquinas y sus promotores.

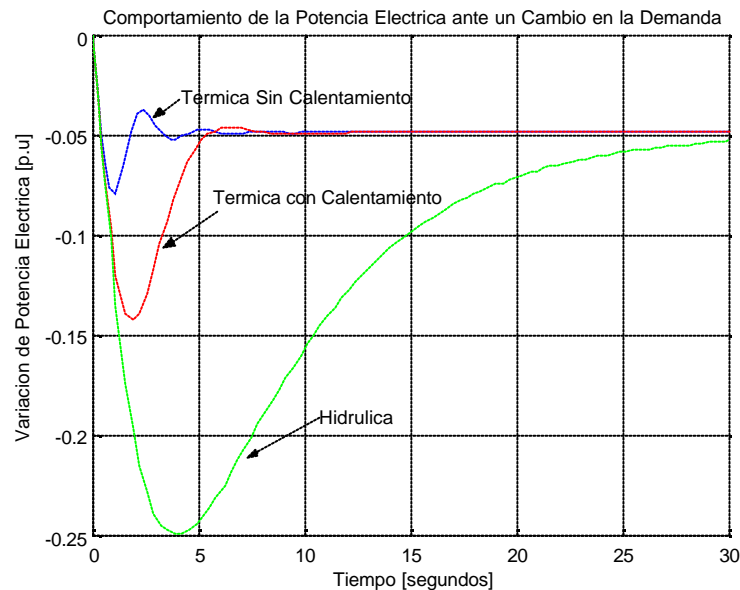


Ante el aumento de la demanda, todas las maquinas tienden a disminuir su frecuencia, y en régimen permanente alcanzarán el valor de  $\Delta f_{ss} = -0.0024$  p.u. como lo predice la teoría.

$$\Delta f_{ss} = \frac{-\Delta P_{load}}{D + \frac{1}{R}} = -\frac{0.05 \text{ p.u.}}{0.75 + \frac{1}{0.05}} = -0.00244 \text{ p.u.}$$

La diferencia fundamental, es la forma del transitorio. Se observa que la unidad hidráulica posee asociado el transitorio con mayores constantes de tiempo, y presentando la mayor disminución de la frecuencia,  $-0.0125 \text{ p.u.}$  Por su parte la unidad térmica con calentamiento ante el aumento en la demanda en posee un transitorio menos pronunciado que el asociado a la unidad hidráulica, de hecho posee una disminución de la frecuencia de  $-0.071 \text{ p.u.}$ , lo cual es sensiblemente menor a la producida en la unidad hidráulica, pero esta última con un comportamiento sobreamortiguado comparado con el sobreamortiguado de la unidad térmica sin recalentamiento. Por último la unidad térmica sin recalentamiento posee un transitorio más rápido, con características oscilatorias subamortiguadas, que presenta la menor disminución de la frecuencia  $-0.039 \text{ p.u.}$  posee el comportamiento más oscilatorio de todos los tipos de unidades.

En conclusión la unidad térmica sin recalentamiento posee el transitorio más rápido, más oscilatorio y con la menor disminución de la frecuencia, mientras que la unidad hidráulica es la que posee el transitorio más lento con mayor disminución de frecuencia ante un aumento de la demanda en forma de escalón.

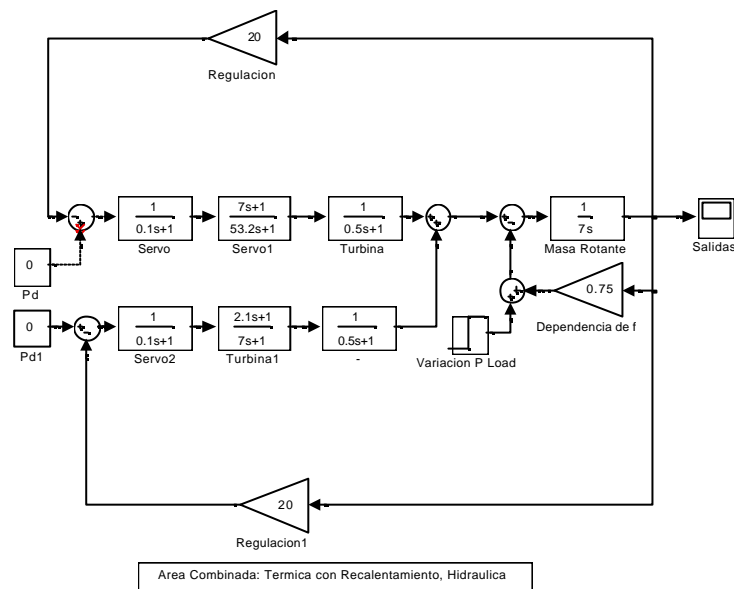


Lo anterior es extensible perfectamente al comportamiento de la demanda eléctrica es semejante al comportamiento de la frecuencia, ya que como lo afirma la teoría, la carga posee una dependencia lineal con la frecuencia.

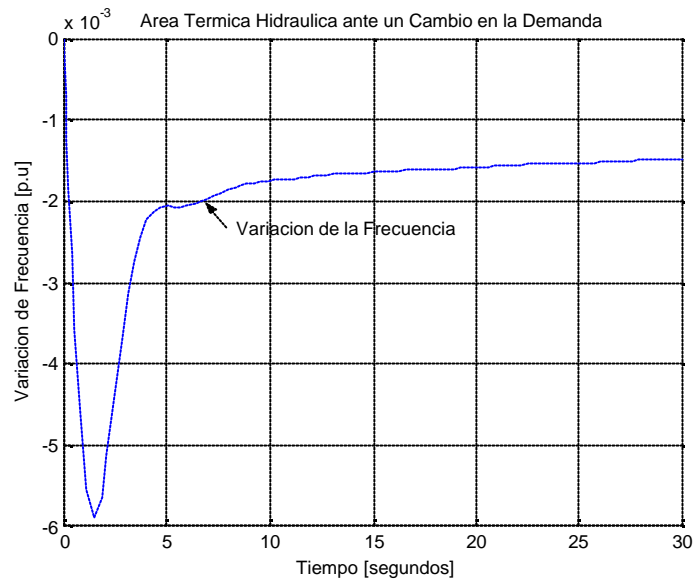
**I.2.6.2** Simular un área compuesta por dos grupos de máquinas de la misma potencia, uno hidráulico y otro térmico con recalentamiento (datos caso anterior), ante la misma perturbación del caso anterior (5% de un área).

## Control Potencia Activa - Frecuencia

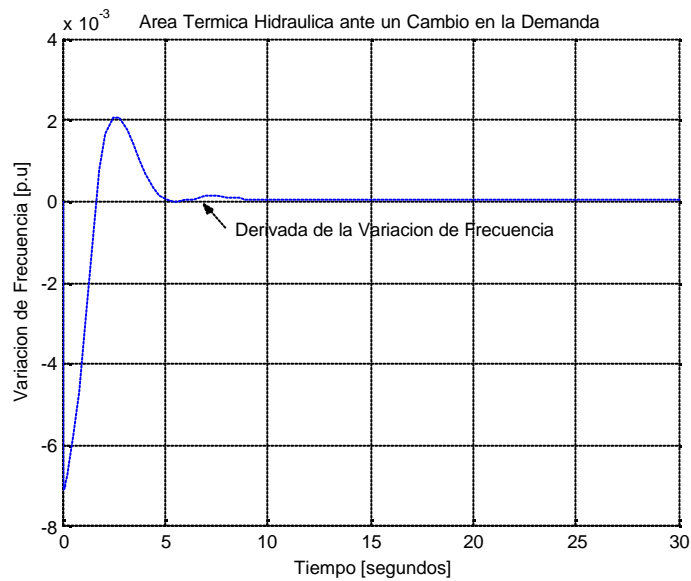
Se tiene un área compuesta por dos grupos de maquinas de la misma potencia, una de tipo hidráulico ( $T_w = 3$  segundos) y otro térmica con recalentamiento ( $T_c = 0.5$  segundos y  $T_R = 7$  segundos), en este caso se produce un una perturbación por un cambio de demanda de  $\Delta P_{load} = 0.05 p.u.$ , se procede a simular (caso\_I\_261d.mdl):



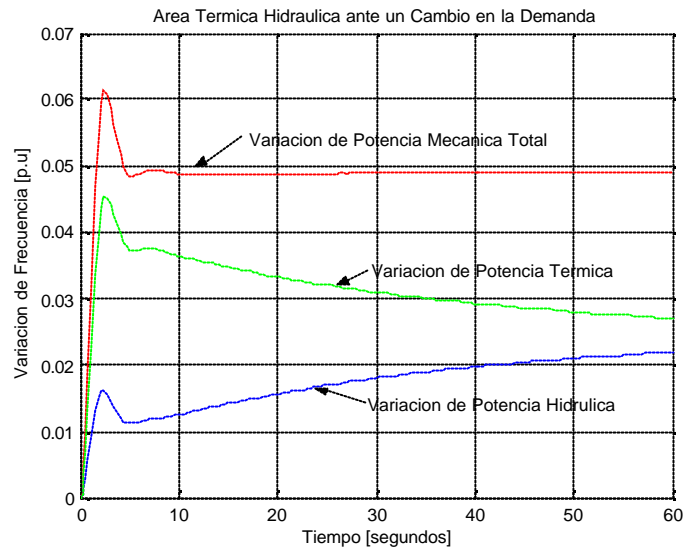
Al producirse la variación en la demanda,  $\Delta P_{load} = -0.05 p.u.$ , se produce un desbalance de la potencia-carga, que tiende a disminuir la frecuencia. Si se observa el comportamiento de la variación de frecuencia, se ve que inicialmente hay una disminución de  $-0.0059 p.u.$  que en régimen permanente tiende a  $-0.0012 p.u.$



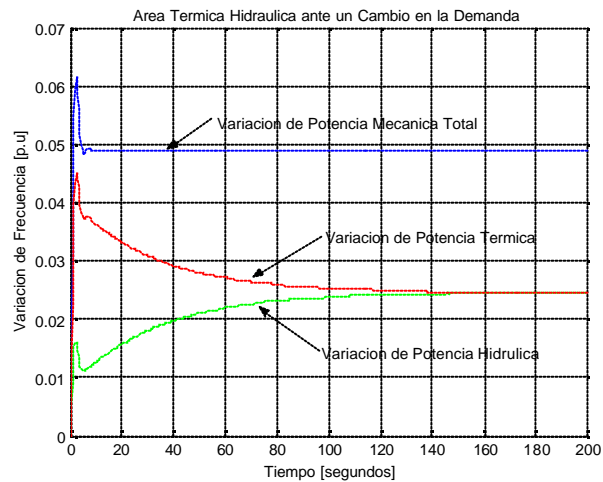
*La pendiente inicial de la curva de la variación de la frecuencia tiene un valor inicial de -0.0071 p.u. para luego tender a cero indicando el comportamiento de régimen permanente estable.*



*Al simular el comportamiento de la potencia mecánica, hidráulica, y total*

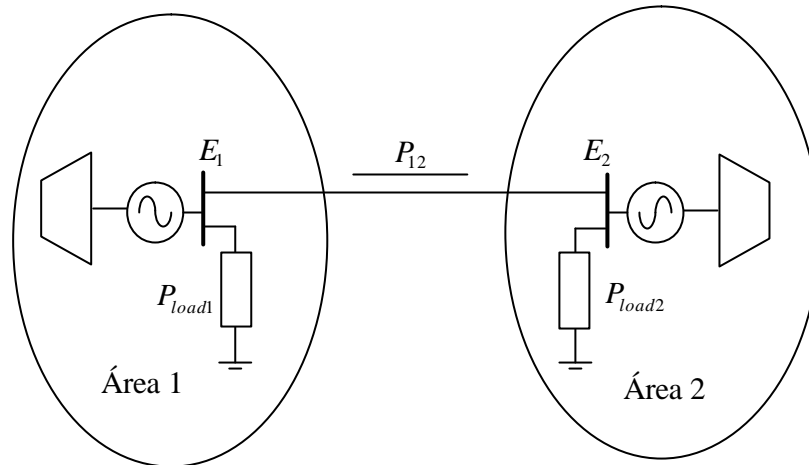


*En este caso se observa que el comportamiento transitorio de las unidades térmica sin recalentamiento e hidráulica es tal que colaboran para compensar en régimen permanente el cambio en la demanda, la unidad térmica tiene inicialmente a absorber más carga, para luego del máximo comienza a disminuir hasta que las unidades finalmente absorben la mitad de la variación de carga,*



*Es interesante acotar que la unidad térmica por sus constantes de tiempo más pequeñas comparada con la hidráulica tiende a absorber más rápido la variación de la carga, para luego disminuir este aporte y quedar ambas unidades equilibradas (esto porque ambas unidades son de igual característica).*

## II REPRESENTACION DE DOS AREAS INTERCONECTADAS



### Control de las Líneas de Interconexión

Cuando dos empresas proceden a interconectar sus sistemas, lo hacen por varias razones. Una de ellas es poder efectuar transacciones de compra y venta de potencia a los sistemas de potencia vecinos, de modo, de poder hacer las transacciones rentables. Mas aun, si no se está transmitiendo potencia por las líneas a los sistemas de potencia adyacentes, si en uno de estos sistemas se suscita una perdida repentina de una unidad de generación, las unidades a través de las interconexiones experimentarían un cambio de frecuencia y pueden ayudar a restaurar la frecuencia.

Las interconexiones representan un problema de control muy interesante con respecto a la generación para suplir la carga. Si se supone dos sistemas como los mostrados en la figura 9.19, donde se supone que ambos sistemas poseen iguales características de generación y carga ( $R_1 = R_2, D_1 = D_2$ ) y además supóngase que se está enviando una potencia  $P_{12}^0$  al sistema 2, obedeciendo a un intercambio contractual hecho entre los operadores de cada sistema. Ahora, suponga, que en el área 2, se produce un incremento de carga de  $\Delta P_2$ . Ya que ambas unidades tienen iguales características de generación, como de carga, se puede demostrar fácilmente, que ambas unidades experimentarían un incremento de  $\Delta P_2/2$ , y la línea de interconexión experimentará un incremento, pasando de  $P_{12}^0$  a  $P_{12}^0 + \Delta P_2/2$ . Por tanto, los  $\Delta P_2$  de incremento en el sistema 2 habrán sido satisfechos por un incremento de  $\Delta P_2/2$  en la generación del sistema 2, más un incremento de  $\Delta P_2/2$  en el flujo de interconexión hacia el sistema 2, esto sería suficiente, si no fuera por el hecho de que el sistema 1 contrato una venta de tan solo  $P_{12}^0$ , y no  $P_{12}^0 + \Delta P_2/2$ , y sus costo de generación han incrementado sin que nadie facture el costo extra también. Lo que se requiere bajo es escenario planteado anteriormente, es un esquema de control que reconozca el hecho de el incremento de carga de  $\Delta P_2$ , ocurrió en



## Control Potencia Activa - Frecuencia

el sistema 2, y por tanto, debería incrementar la generación en el sistema 2, en  $\Delta P_2$ , mientras se recupera la frecuencia al valor nominal. Debería también restaurarse la generación del sistema 1 a su salida antes que se produjera el incremento de carga. Tal sistema de control, debe usar dos partes de información: (1) la frecuencia del sistema y (2) la potencia neta fluyendo hacia o desde la línea de interconexión.

El esquema de control mencionado, se evidencia por:

1. Si decrece la frecuencia y se incrementa el intercambio de potencia neta saliendo del sistema, ha ocurrido un incremento de carga fuera del sistema.
2. Si decrece la frecuencia y decrece el intercambio de potencia neta saliendo del sistema, ha ocurrido un incremento de carga en el sistema.

Esto puede ser extendido a casos donde se incrementa la frecuencia. Empléese la siguiente nomenclatura:

$\Delta P_{12,neto}$ : Intercambio neto total actual (positivo para potencia saliendo del sistema, y negativo para potencia entrando).

$\Delta P_{12,neto,prog}$ : Intercambio programado o valor deseado.

$$\Delta P_{12,neto} = P_{12,neto} - P_{12,neto,prog}$$

El sistema de control de frecuencia-flujo de línea de interconexión puede ser resumido en la figura 9.20.

Se define un área de control como una parte de un sistema interconectado dentro del cual la carga y la generación serán controladas por las reglas de la figura 9.20. El límite del área de control es simplemente los puntos de interconexión en donde es medido el flujo de potencia. Todas las líneas de interconexión que crucen el límite deben tener medición tal que puede ser calculado el intercambio neto de potencia del área de control.

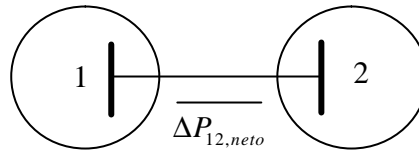
Cambio de Carga	Cambio de Frecuencia	Cambio de Intercambio
$\Delta P_{L1}$	$\Delta w = \frac{-\Delta P_{L1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + D_1 + D_2}$	$\Delta P_{12,neto} = \frac{-\Delta P_{L1} \left( \frac{1}{R_2} + D_2 \right)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + D_1 + D_2}$

$\Delta w$	$\Delta P_{12,neto}$	Cambio de Carga	Acción de control resultante
-	-	$\Delta P_{L1} > 0$ $\Delta P_{L2} = 0$	Incrementar $P_{g1}$ en el sistema 1
+	+	$\Delta P_{L1} < 0$ $\Delta P_{L2} = 0$	Disminuir $P_{g1}$ en el sistema 1

## Control Potencia Activa - Frecuencia

-	+	$\Delta P_{L1} = 0$ $\Delta P_{L2} > 0$	Incrementar $P_{g2}$ en el sistema 2
+	-	$\Delta P_{L1} = 0$ $\Delta P_{L2} < 0$	Disminuir $P_{g2}$ en el sistema 2

Figura 17. Acciones de control de frecuencia por intercambios para un sistema de dos áreas



$\Delta P_{L1}$ : Cambio de Carga en el área 1

$\Delta P_{L2}$ : Cambio de Carga en el área 2

Esto corresponde a la primera fila de la tabla, pudiéndose afirmar que:

$$P_{g1} = P_{L1}$$

$$P_{g2} = 0$$

El cambio requerido en generación, históricamente llamado *control de error de área* o ACE, representa la desviación que se requiere en la generación para restaurar la frecuencia y el intercambio neto a sus valores deseados. La ecuación del ACE de cada área es:

$$ACE_1 = -\Delta P_{12,neto1} - B_1 \Delta w$$

$$ACE_2 = -\Delta P_{12,neto2} - B_2 \Delta w$$

Donde  $B_1$  y  $B_2$  son llamados *factores de desviación de frecuencia*. Por simple inspección de la ecuación (9.34) se tiene que el ajuste de los factores de desviación como:

$$B_1 = \frac{1}{R_1} + D_1$$

$$B_2 = \frac{1}{R_2} + D_2$$

Resulta entonces que el control de error de área es:

$$ACE_1 = \frac{-\Delta P_{L1} \left( \frac{1}{R_2} + D_2 \right)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + D_1 + D_2} - \left( \frac{1}{R_1} + D_1 \right) \frac{-\Delta P_{L1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + D_1 + D_2} = \Delta P_{L1}$$

$$ACE_2 = \frac{-\Delta P_{L1} \left( \frac{1}{R_1} + D_1 \right)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + D_1 + D_2} - \left( \frac{1}{R_2} + D_2 \right) \frac{-\Delta P_{L1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + D_1 + D_2} = 0$$

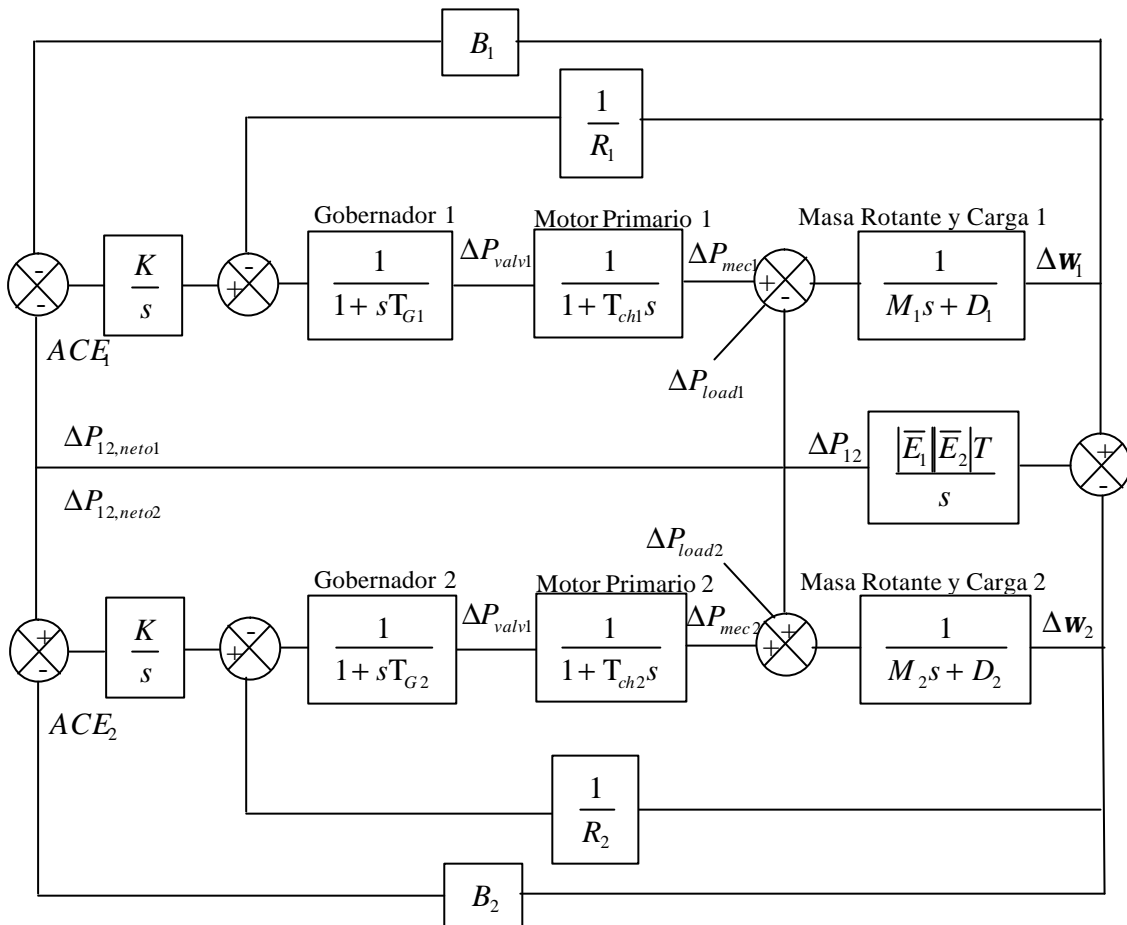


Figura 18. Control suplementario por desviación de intercambios de interconexión para dos áreas

Este control puede llevarse a cabo usando el esquema expuesto en la figura anterior. Es importante destacar que los valores de los factores de desviación de la frecuencia  $B_1$  y  $B_2$  deben ser calculados cada vez que una unidad de generación sea arrancada o parada a fin de tener el valor exacto. Actualmente, la acción integral o de reseteo del controlador suplementario garantiza un reseteo a cero de ACE, aun cuando  $B_1$  y  $B_2$  sean errados.

### Ubicación de Generación

Si cada área de control en un sistema de potencia interconectado tuviese una sola unidad de generación, el sistema de control de la figura 18 sería suficiente para proveer una frecuencia estable y un intercambio por la interconexión. Sin embargo, los sistemas de potencia consisten en área de control de una cantidad apreciable de unidades de generación con salidas que deben ser ajustadas de acuerdo con la economía. Esto es, se debe acoplar un cálculo de despacho económico al mecanismo de control tal que conozcan cuanta generación de cada área se requiere de cada unidad individual.

## **Control Potencia Activa - Frecuencia**

---

Es importante mencionar, que un valor dado de generación total no existirá por mucho tiempo ya que la carga en un sistema de potencia varía continuamente en la misma forma que las personas y las industrias emplean las cargas eléctricas individualmente. En tal sentido, es imposible especificar simplemente una generación total, calcular el despacho económico para cada unidad, y dar al mecanismo de control los valores de potencia (MW) de salida de cada unidad (la única manera, es que tales cálculos sean efectuados en forma muy rápida).

En los primeros sistemas de potencia, fue práctica común construir mecanismos de control usando computadores digitales, en la actualidad el uso de computadores digitales, ha hecho este control mucho mas eficiente y rápido. Se debe aclarar, que aun hay muchos computadores analógicos en operación en algunos despachos, generalmente no son propuestos para instalaciones de nuevos centros de control.

El empleo de computadores digitales, es deseable ya que son capaces de llevar a cabo el despacho económicos en sistemas de dimensiones considerables en un tiempo muy pequeño, la salida del calculo del despacho económico es alimentada a un computador analógico (por ejemplo, un sistema de control “digitalmente dirigido por un analógico”) o a otro programa en el computador que ejecuta las funciones de control (por ejemplo, un sistema de control “digital directo”). Ya sea el control analógico o digital, la ubicación de la generación debe ser hecha a cada instante cuando cambien los requerimientos de generación total del área. Ya que el despacho económico es ejecutado cada poco minutos, debe darse significado a la indicación de cómo la generación esta siendo ubicada para valores de generación total diferentes a los usados en el calculo del despacho económico.

### **Control Automático de Generación (AGC)**

Los esquemas modernos de implementación del control automático de generación usualmente consisten de una localización central donde es teledada la información perteneciente al sistema. Las acciones de control son determinadas en una computadora digital y transmitidas a las unidades de generación vía los mismos canales de telemetría. Para implementar un sistema AGC, se requiere la siguiente información del centro de control:

1. La salida de potencia (MW) de la unidad para cada unidad en servicio.
2. Potencia (MW) que fluyen por cada línea de interconexión hacia los sistemas de potencia vecinos.
3. Frecuencia de operación del sistema.

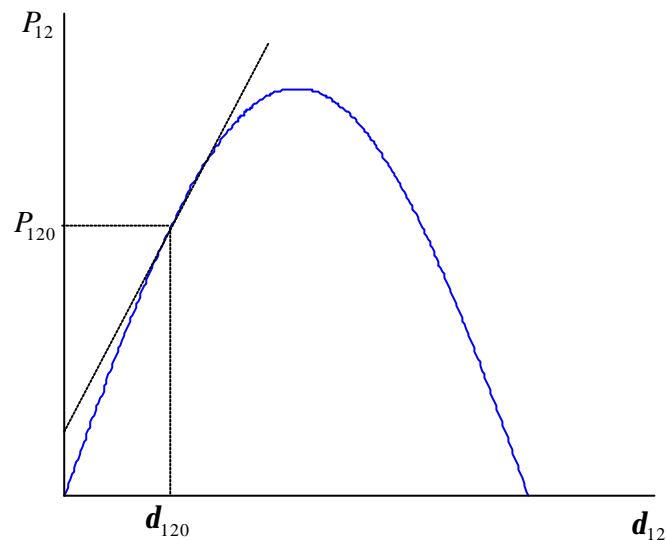
La salida de una ejecución de un programa AGC debe ser transmitida a cada una de las unidades de generación. La practica actual es la transmisión a la unidad de generación pulsos de subida o bajada de diferentes longitudes.

## Áreas Interconectadas

Consideremos ahora el caso que interesa estudiar, dos áreas, una hidráulica remota, francamente exportadora, y otra térmica, importadora, vinculadas por un sistema de transmisión.

Como se ha visto en el TPI, que cada configuración del sistema de transmisión puede asociarse a una "característica senoidal", sobre la cual se ubicarán los puntos de operación estables alrededor de los cuales efectuaremos nuestro análisis.

En particular, se ha dicho que dada una configuración, un punto de operación determinado puede calificarse en base a un factor de rigidez eléctrica ( $T_{12}$ ) que describe la fortaleza del vínculo entre los generadores de las áreas interconectadas.



$$P_{12} = \frac{|\bar{E}_1||\bar{E}_2|}{X_{12}} \text{sen} d_{12}$$

$$\Delta P_{12} = \left( \frac{|\bar{E}_1||\bar{E}_2|}{X_{12}} \cos d_{120} \right) \Delta d_{12} = T_{12} \Delta d_{12}$$

Los cambios en el ángulo de transmisión  $\Delta d_{12}$  los obtenemos por integración de los cambios de velocidad relativos entre las masas rotantes de ambas áreas:

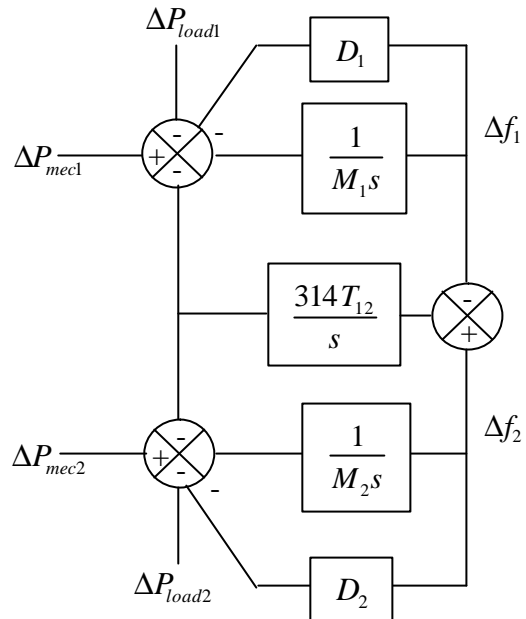
$$\Delta d_{12} = 314 \frac{(\Delta f_1 - \Delta f_2)}{s}$$

$$\Delta P_{12} = \frac{314 T_{12}}{(\Delta f_1 - \Delta f_2)}$$

## Control Potencia Activa - Frecuencia

---

Para introducir el efecto del sistema de transmisión en nuestro modelo, consideramos que  $\Delta P_{12}$  actúa como una carga para el área 1 y como generación para el área 2:



El presente diagrama de bloques permite describir las variaciones de frecuencia e intercambios de potencia entre dos máquinas o dos grupos de máquinas a través de un sistema de transmisión.

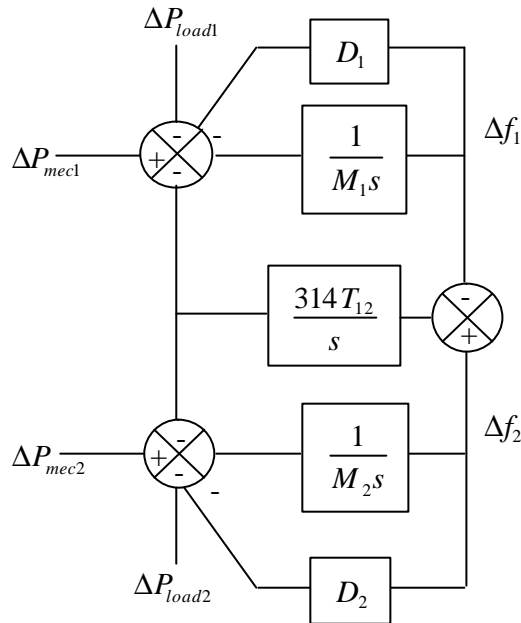
## II.1 Análisis sin regulación de frecuencia ( $\Delta P_{mec} = 0$ )

### II.1.1 El caso de dos áreas iguales.

En un sistema de dos áreas de generación interconectadas, como el que se presentó en I.1.2, suponer que  $M_1 = M_2 = M$  y  $D_1 = D_2 = D$

a). Expresar, ante una perturbación  $\Delta P_{load1}$  en el área 1: que incidencia tiene la presencia del área 2?

Inicialmente se tiene dos áreas interconectadas como se muestra:



Las ecuaciones generales que describen el comportamiento del sistema de dos áreas es:

$$\begin{cases} -\Delta P_{12} - \Delta P_{load1} + \Delta P_{mec1} = \Delta f_1 D_1 + \Delta f_1 M_1 s \\ +\Delta P_{12} + \Delta P_{mec2} - \Delta P_{load2} = \Delta f_2 D_2 + \Delta f_2 M_2 s \\ \Delta P_{12} = \frac{314 T_{12}}{s} (\Delta f_1 - \Delta f_2) \end{cases} \quad (\mathbf{b}_0)$$

Ahora bien el conjunto  $(\mathbf{b}_0)$ , debe ser ajustado a las condiciones de que súbitamente se impone un cambio de carga en el área 1,  $\Delta P_{load1}$ , y el otra área permanece sin cambio de carga ( $\Delta P_{load2} = 0$ ). Se supone que ambas áreas no poseen regulación de frecuencia por lo que se cumple:

$$\Delta P_{mec1} = \Delta P_{mec2} = 0 \quad (\mathbf{b}_2)$$

De modo que resulta:

$$\begin{cases} -\Delta P_{12} - \Delta P_{load1} = \Delta f_1 (D_1 + M_1 s) \\ +\Delta P_{12} = \Delta f_2 (D_2 + M_2 s) \\ \Delta P_{12} = \frac{314 T_{12}}{s} (\Delta f_1 - \Delta f_2) \end{cases} \quad (\mathbf{b}'_0)$$

Ahora se toma de  $(\mathbf{b}'_0)$  la ecuación segunda y se sustituye en la primera:

$$\begin{cases} -\Delta P_{12} - \Delta P_{load1} = \Delta f_1 (D_1 + M_1 s) \\ +\Delta P_{12} = \Delta f_2 (D_2 + M_2 s) \\ \Delta P_{12} = \frac{314 T_{12}}{s} (\Delta f_1 - \Delta f_2) \end{cases} \quad (\mathbf{b}'_0)$$

De la última ecuación del conjunto  $(\mathbf{b}'_0)$  se despeja  $\Delta f_2$  resultando:

$$\Delta f_2 = \Delta f_1 - \frac{s \Delta P_{12}}{314 T_{12}}$$

Y esta se sustituye en la penúltima de  $(\mathbf{b}'_0)$ :

$$\Delta P_{12} = \left( \Delta f_1 - \frac{s \Delta P_{12}}{314 T_{12}} \right) (D_2 + M_2 s)$$

Se despeja la variación  $\Delta P_{12}$ :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P_{12}}{(D_2 + M_2 s)} + \frac{s \Delta P_{12}}{314 T_{12}} &= \Delta f_1 \\ \Delta P_{12} \left( \frac{1}{(D_2 + M_2 s)} + \frac{s}{314 T_{12}} \right) &= \Delta f_1 \\ \Delta P_{12} &= \frac{\Delta f_1}{\left( \frac{1}{(D_2 + M_2 s)} + \frac{s}{314 T_{12}} \right)} \end{aligned}$$

Finalmente se sustituye esta expresión en la primera ecuación de  $(\mathbf{b}'_0)$ :

$$-\frac{\Delta f_1}{\left( \frac{1}{(D_2 + M_2 s)} + \frac{s}{314 T_{12}} \right)} - \Delta P_{load1} = \Delta f_1 (D_1 + M_1 s)$$

Se agrupa con respecto a  $\Delta f_1$ :

$$-\Delta P_{load1} = \Delta f_1 \left( (D_1 + M_1 s) + \frac{1}{\left( \frac{1}{(D_2 + M_2 s)} + \frac{s}{314 T_{12}} \right)} \right)$$



$$\begin{aligned}
 -\Delta P_{load1} &= \Delta f_1 \left( (D_1 + M_1 s) + \frac{1}{\left( \frac{314T_{12} + s(D_2 + M_2 s)}{314T_{12}(D_2 + M_2 s)} \right)} \right) \\
 -\Delta P_{load1} &= \Delta f_1 \left( (D_1 + M_1 s) + \frac{314T_{12}(D_2 + M_2 s)}{314T_{12} + s(D_2 + M_2 s)} \right) \\
 -\Delta P_{load1} &= \Delta f_1 \left( \frac{(D_1 + M_1 s)[314T_{12} + s(D_2 + M_2 s)] + 314T_{12}(D_2 + M_2 s)}{314T_{12} + s(D_2 + M_2 s)} \right) \\
 \frac{\Delta f_1}{\Delta P_{load1}} &= - \frac{314T_{12} + s(D_2 + M_2 s)}{M_1 M_2 s^3 + (D_1 M_2 + D_2 M_1) s^2 + (D_1 D_2 + 314T_{12}(M_1 + M_2)) s + 314T_{12}(D_1 + D_2)} \quad (\mathbf{b}_3)
 \end{aligned}$$

Ahora bien si se conoce que el cambio de carga en el área 1 es de la forma de un escalon,  $\Delta P_{load1}(t) = \Delta P_{load1} u(t)$ , donde se cumple:

$$\begin{cases} u(t) = 0 & \text{para } t < 0 \text{ seg} \\ u(t) = 1 & \text{para } t \geq 0 \text{ seg} \end{cases}$$

si se aplica la transformada de Laplace a la entrada:

$$\Delta P_{load1}(s) = L\{\Delta P_{load1}(t)\} = \frac{\Delta P_{load1}}{s}$$

de tal forma que la variación de frecuencia  $\Delta f_1$  en transformada de Laplace puede ser obtenida por:

$$\Delta f_1 = - \frac{M_2 s^2 + D_2 s + 314T_{12}}{M_1 M_2 s^3 + (D_1 M_2 + D_2 M_1) s^2 + (D_1 D_2 + 314T_{12}(M_1 + M_2)) s + 314T_{12}(D_1 + D_2)} \left( \frac{\Delta P_{load1}}{s} \right) \quad (\mathbf{b}_4)$$

Para encontrar la variación de la frecuencia en el tiempo se procede a determinar la transformada de Laplace inversa:

$$\Delta f_1(t) = L^{-1}\{\Delta f_1(s)\}$$

La transformada inversa de Laplace no es trivial, de hecho, el denominador posee un polinomio de 3<sup>er</sup> grado y en el numerador de 2<sup>do</sup> grado.

Si se cumple :  $M_1 = M_2 = M = 3.5 p.u$  y  $D_1 = D_2 = D = 0.75 p.u$ , y se considera que  $\Delta P_{load1} = 0.05 p.u$  entonces:

$$\begin{aligned}
 \Delta f_1 &= - \frac{0.175s^2 + 0.0735s + 15.7}{s[12.25s^3 + 5.25s^2 + 2198.56s + 471]} \\
 \Delta f_1 &= - \frac{0.175s^2 + 0.0735s + 15.7}{s(s + 0.21429)(s + 0.1089 + 13.44j)(s + 0.1089 - 13.44j)}
 \end{aligned}$$

Efectuando una descomposición en fracciones parciales de la forma:

$$\Delta f_1 = -\frac{A}{s} - \frac{B}{(s + \mathbf{a})} - \frac{C}{(s + I_1)} - \frac{D}{(s + I_2)}$$

donde:  $I_1 = -0.1089 + 13.44j$  y  $I_2 = -0.1089 - 13.44j$  y  $\mathbf{a} = -0.2143$

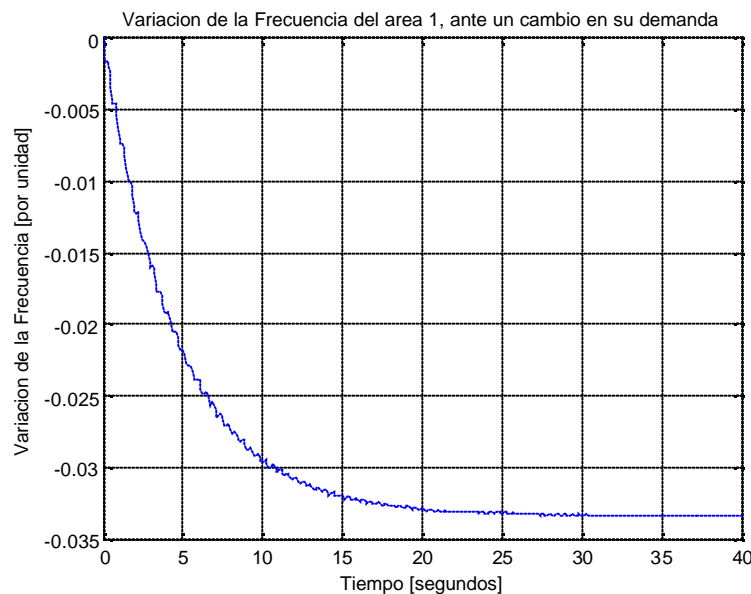
$A = 0.0333$ ,  $B = -0.0333$ ,  $C = 0.003i$ ,  $D = -0.003i$ ,

Finalmente aplicando transformada inversa de Laplace no es tan simple, por ello se procede a determinar la respuesta ante un escalón de  $\Delta P_{load} = 0.05$  pu.

$$\Delta f_1(t) = -0.0333 + 0.0333 e^{-0.2143t} + 0.0003 e^{-0.1089t} [\cos(13.44t) + \text{sen}(13.44t)] \quad (\mathbf{b}_5)$$

El efecto de agregar el área 2, es la presencia de unas oscilaciones armónicas de frecuencia natural no amortiguada  $\omega_d = 13.44$  que son decrecientes con un amortiguamiento de  $t = 0.1089$ , además de una componente altamente dominante exponencial con constante de tiempo  $t = 0.2143$ .

La respuesta de la variación de la frecuencia en el área 1 es:



La grafica anterior muestra claramente el componente oscilatorio adjunto en el exponencial decreciente dominante.

Comparar con el resultado en área aislada.

Para el área aislada se tiene que el valor de la frecuencia de régimen permanente es queda dado por:

$$\Delta f_{ss} = -\frac{\Delta P_{load}}{D} \quad (\mathbf{a}_0)$$

De modo que evaluando para una variación de la demanda de  $\Delta P_{load} = 0.05$  pu resulta:

$$\Delta f_{ss} = -\frac{\Delta P_{load}}{D} = -\frac{0.05}{0.75} = -0.0666 \text{ pu}$$

En el caso de las dos áreas interconectadas resulta muy simple. Se conoce que el sistema ante una perturbación en forma de escalón de carga,  $\Delta P_{load} = 0.05 p.u$ , experimentara una serie de oscilaciones hasta que alcance el valor de régimen permanente, situación en la cual la frecuencia de ambos sistemas debe ser la misma cumpliéndose:

$$\Delta f_1 = \Delta f_2 = \Delta f_{ss}$$

y

$$\frac{d(\Delta f_1)}{dt} = \frac{d(\Delta f_2)}{dt} = 0$$

y

$$\begin{cases} -\Delta P_{12} - \Delta P_{load1} = \Delta f_1 D_1 \\ +\Delta P_{12} = \Delta f_2 D_2 \end{cases}$$

Si en el área 1, se produce un cambio de carga  $\Delta P_{load1}$ , entonces la variación de frecuencia queda dada por:

$$\Delta f_{ss} = -\frac{\Delta P_{load1}}{D_1 + D_2} \quad (\mathbf{b}_4)$$

Sustituyendo los respectivos valores:

$$\Delta f_{ss} = -\frac{\Delta P_{load1}}{D_1 + D_2} = \frac{0.05 p.u}{0.75 + 0.75 p.u} = -0.03333 p.u$$

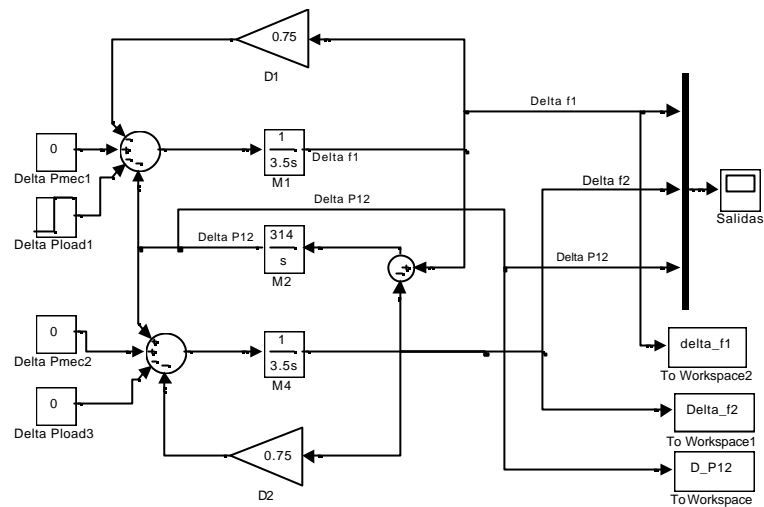
Este valor puede ser fácilmente obtenido al evaluar la variación de la frecuencia del área 1 ( $\mathbf{b}_5$ ), para un tiempo muy grande ( $t \rightarrow \infty$ ), es decir:

$$\Delta f_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} [\Delta f_1(t)]$$

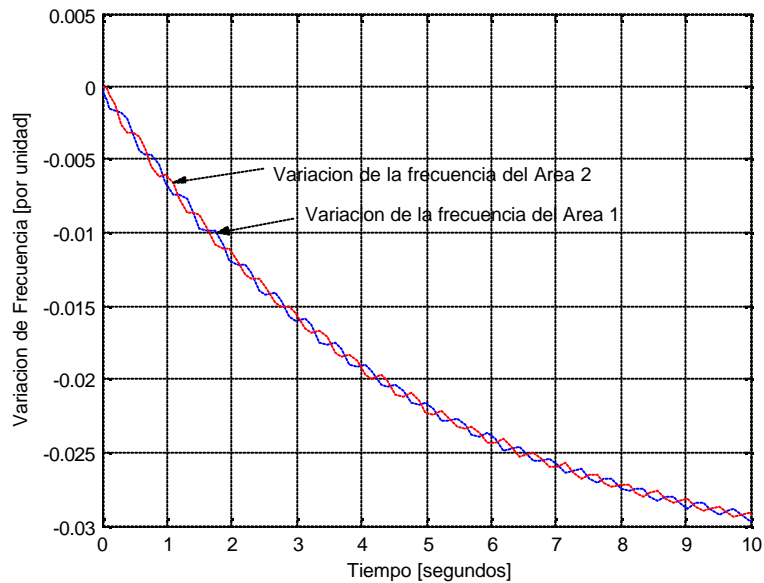
$$\lim_{t \rightarrow \infty} \{-0.0333 + 0.0333 e^{-0.2143t} + 0.0003 e^{-0.1089t} [\cos(13.44t) + \text{sen}(13.44t)]\} = -0.0333 p.u$$

$$\Delta f_{ss} = -0.03333 p.u$$

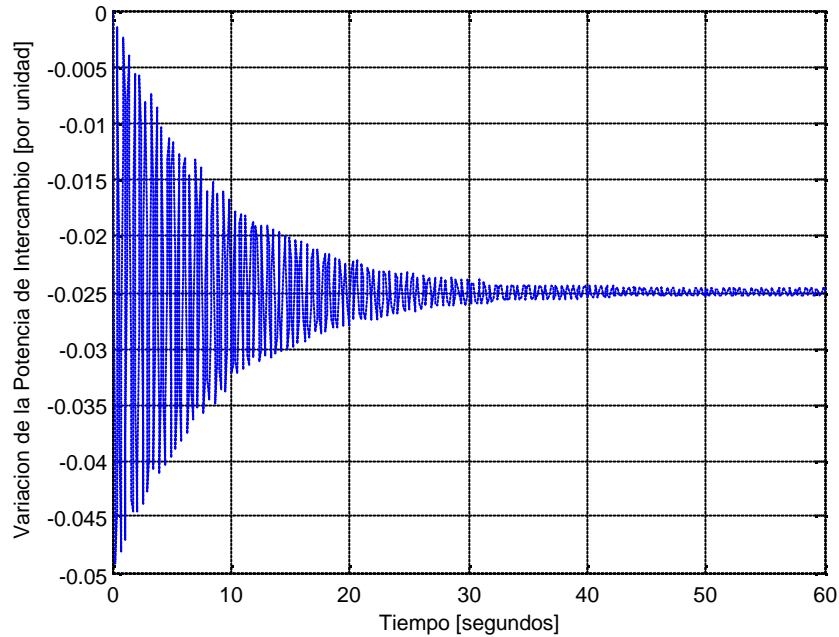
Para efectuar la simulación del comportamiento de la frecuencia del sistema ante el cambio de carga  $\Delta P_{load1} = 0.05 p.u$  se emplea el siguiente diagrama de bloque (caso\_II\_11a.mdl).



Para observar el comportamiento de las variaciones de frecuencia de las áreas al ocurrir una perturbación en el área1, se procede a simular.



Ambas frecuencia poseen un componente armónico de alta frecuencia y amplitud muy pequeña, que va en disminuyendo exponencialmente con una constante de tiempo bastante grande comparado con el exponencial dominante. En definitiva la frecuencia tiende a estabilizarse para tener un valor de régimen permanente común e igual a  $\Delta f_{ss} = -0.0333 \text{ p.u.}$



Al observar la variación de la potencia de intercambio se ve el comportamiento oscilatorio con una envolvente exponencialmente decreciente inducido por el transitorio de las oscilaciones de frecuencia entre las áreas.

Resulta muy simple demostrar que el cambio en la demanda en el área 1,  $\Delta P_{load1} = 0.05 p.u$  se debe cumplir en régimen permanente:

$$\begin{cases} -\Delta P_{12} - \Delta P_{load1} = \Delta f_1 D_1 \\ +\Delta P_{12} = \Delta f_2 D_2 \end{cases}$$

pero:

$$\Delta f_{ss} = \Delta f_1 = \Delta f_2 = -\frac{\Delta P_{load1}}{D_1 + D_2}$$

de modo que:

$$\Delta P_{12ss} = \frac{-\Delta P_{load1} D_2}{D_1 + D_2}$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$\Delta P_{12ss} = \frac{-\Delta P_{load1} D_2}{D_1 + D_2} = -\frac{0.05 \times 0.75}{0.75 + 0.75} = -0.025 p.u$$

$$\Delta P_{12ss} = -0.025 p.u$$

De modo se ve que en régimen permanente, el intercambio queda fijado en  $\Delta P_{12ss} = -0.025 p.u$ , donde el flujo va del área 1 a la 2, este valor es coincidente con la tendencia mostrada en la simulación.