

# EXAMEN PARCIAL DE SISTEMAS DE POTENCIA II

## -Resolución-

Febrero 2005

**Problema 1:** El diagrama unifilar para un sistema de 4 barras es mostrado en la Fig. 1. Cada generador es representado por su reactancia subtransitoria detrás de la FEM. Todas las impedancias están expresadas en por unidad en una base común. Todas las capacitancias derivación son despreciadas. Los generadores operan en vacío a su voltaje y frecuencia nominal.

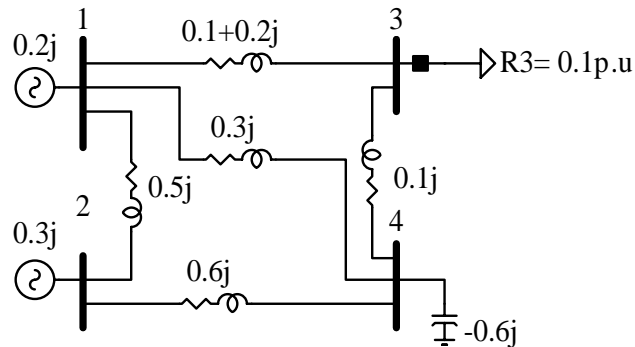
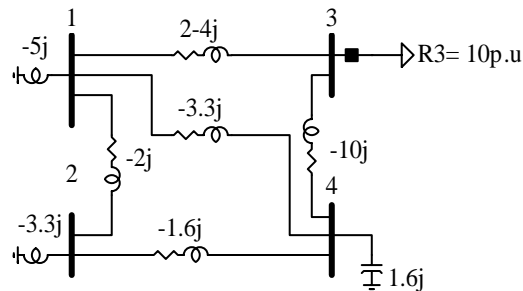


Fig. 1. Diagrama unifilar del Problema 1.

Se emplea la matriz admitancia de barra inicialmente.



Se calculan uno a uno los términos de la matriz:

Los términos de la diagonal resultan:

$$Y_{11} = -5j + (2 - 4j) - 3.3j - 2j$$

$$Y_{11} = 2 - 14.3j$$

$$Y_{22} = -3.3j - 1.6j - 2j$$

$$Y_{22} = -7j$$

$$Y_{33} = 2 - 4j - 10j$$

$$Y_{33} = 2 - 14j$$

$$Y_{44} = 1.6j - 1.6j - 10j - 3.3j$$

$$Y_{44} = -13.3j$$

Los términos fuera de la diagonal resultan simplemente  $Y_{ij} = -\hat{Y}_{ij}$ :

$$Y_{12} = 2j$$

$$Y_{13} = -2 + 4j$$

$$Y_{14} = 3.3j$$

$$Y_{23} = 0$$

$$Y_{24} = 1.6j$$

Finalmente se obtiene la matriz [Ybus]. La cual resulta:

Ybus =

```

2.0000 -14.3333i  0.0000 + 2.0000i -2.0000 + 4.0000i -0.0000 + 3.3333i
-0.0000 + 2.0000i -0.0000 - 7.0000i  0.0000 + 0.0000i -0.0000 + 1.6667i
-2.0000 + 4.0000i  0.0000 + 0.0000i  2.0000 -14.0000i  0.0000 +10.0000i
0.0000 + 3.3333i -0.0000 + 1.6667i -0.0000 +10.0000i -0.0000 -13.3333i

```

Se puede obtener la matriz impedancia de barra [Zbus] = [Ybus]<sup>-1</sup>. Obteniéndose:

Zbus =			
0.0009 + 0.2018i	0.0016 + 0.1126i	0.0072 + 0.2215i	0.0058 + 0.2307i
0.0016 + 0.1126i	0.0031 + 0.2149i	0.0138 + 0.1502i	0.0112 + 0.1676i
0.0072 + 0.2215i	0.0138 + 0.1502i	0.0610 + 0.3877i	0.0493 + 0.3649i
0.0058 + 0.2307i	0.0112 + 0.1676i	0.0493 + 0.3649i	0.0398 + 0.4273i

Ahora empleando el algoritmo de matriz impedancia de barra se procede a la construcción de [Zbus]. Se considera el siguiente árbol de construcción:

Numero de Elementos = 8

Barra	Z[p.u]
0-1	0.2j
0-2	0.3j
1-3	0.1+0.2j
0-4	-0.6j
1-2	0.5j
1-4	0.3j
3-4	0.1j
2-4	0.6j

Se emplea el programa Zbus.m, de MATLAB™.

CONSTRUCCION DE LA MATRIZ IMPEDANCIA DE BARRA

Numero de Ramas: 8

Introduccion de elementos

Elemento 1

Barra Inicio :0  
Barra Final :1  
Zrama[0,1]=0.2\*i

Elemento 2

Barra Inicio :0  
Barra Final :2  
Zrama[0,2]=0.3\*i

Elemento 3

Barra Inicio :1  
Barra Final :3  
Zrama[1,3]=0.1+0.2\*i

Elemento 4

Barra Inicio :0  
Barra Final :4  
Zrama[0,4]=-0.6\*i

Elemento 5

Barra Inicio :1  
Barra Final :2  
Zrama[1,2]=0.5\*i

Elemento 6

Barra Inicio :1  
Barra Final :4  
Zrama[1,4]=0.3\*i

Elemento 7

Barra Inicio :3  
Barra Final :4  
Zrama[3,4]=0.1\*i

Elemento 8

Barra Inicio :2  
Barra Final :4  
Zrama[2,4]=0.6\*i

Se obtiene la construcción paso a paso

Tabla de Construcción

-----  
 Elemento 0-1 Tipo 1  
 $0 + 0.2000i$

-----  
 Elemento 0-2 Tipo 1  
 $0 + 0.2000i$      $0$   
 $0$              $0 + 0.3000i$

-----  
 Elemento 1-3 Tipo 2  
 $0 + 0.2000i$      $0$              $0 + 0.2000i$   
 $0$              $0 + 0.3000i$      $0$   
 $0 + 0.2000i$      $0$              $0.1000 + 0.4000i$

-----  
 Elemento 0-4 Tipo 1  
 $0 + 0.2000i$      $0$              $0 + 0.2000i$      $0$   
 $0$              $0 + 0.3000i$      $0$              $0$   
 $0 + 0.2000i$      $0$              $0.1000 + 0.4000i$      $0$   
 $0$              $0$              $0$              $0 - 0.6000i$

-----  
 Elemento 1-2 Tipo 3 + Kron  
 $0 + 0.2000i$      $0$              $0 + 0.2000i$      $0$              $0 - 0.2000i$   
 $0$              $0 + 0.3000i$      $0$              $0$              $0 + 0.3000i$   
 $0 + 0.2000i$      $0$              $0.1000 + 0.4000i$      $0$              $0 - 0.2000i$   
 $0$              $0$              $0$              $0 - 0.6000i$      $0$   
 $0 - 0.2000i$      $0 + 0.3000i$      $0 - 0.2000i$      $0$              $0 + 1.0000i$   
  
 $0 + 0.1600i$      $0 + 0.0600i$      $0 + 0.1600i$      $0$   
 $0 + 0.0600i$      $0 + 0.2100i$      $0 + 0.0600i$      $0$   
 $0 + 0.1600i$      $0 + 0.0600i$      $0.1000 + 0.3600i$      $0$   
 $0$              $0$              $0$              $0 - 0.6000i$

-----  
 Elemento 1-4 Tipo 3 + Kron  
 $0 + 0.1600i$      $0 + 0.0600i$      $0 + 0.1600i$      $0$              $0 - 0.1600i$   
 $0 + 0.0600i$      $0 + 0.2100i$      $0 + 0.0600i$      $0$              $0 - 0.0600i$   
 $0 + 0.1600i$      $0 + 0.0600i$      $0.1000 + 0.3600i$      $0$              $0 - 0.1600i$   
 $0$              $0$              $0$              $0 - 0.6000i$      $0 - 0.6000i$   
 $0 - 0.1600i$      $0 - 0.0600i$      $0 - 0.1600i$      $0 - 0.6000i$      $0 - 0.1400i$   
  
 $0 + 0.3429i$      $0 + 0.1286i$      $0 + 0.3429i$      $0 + 0.6857i$   
 $0 + 0.1286i$      $0 + 0.2357i$      $0 + 0.1286i$      $0 + 0.2571i$   
 $0 + 0.3429i$      $0 + 0.1286i$      $0.1000 + 0.5429i$      $0 + 0.6857i$   
 $0 + 0.6857i$      $0 + 0.2571i$      $0 + 0.6857i$      $0 + 1.9714i$

-----  
 Elemento 3-4 Tipo 3 + Kron  
 $0 + 0.3429i$      $0 + 0.1286i$      $0 + 0.3429i$      $0 + 0.6857i$      $0 + 0.3429i$   
 $0 + 0.1286i$      $0 + 0.2357i$      $0 + 0.1286i$      $0 + 0.2571i$      $0 + 0.1286i$   
 $0 + 0.3429i$      $0 + 0.1286i$      $0.1000 + 0.5429i$      $0 + 0.6857i$      $-0.1000 + 0.1429i$   
 $0 + 0.6857i$      $0 + 0.2571i$      $0 + 0.6857i$      $0 + 1.9714i$      $0 + 1.2857i$   
 $0 + 0.3429i$      $0 + 0.1286i$      $-0.1000 + 0.1429i$      $0 + 1.2857i$      $0.1000 + 1.2429i$

$0.0076 + 0.2489i$      $0.0028 + 0.0933i$      $0.0306 + 0.3059i$      $0.0284 + 0.3333i$

0.0028 + 0.0933i 0.0011 + 0.2225i 0.0115 + 0.1147i 0.0106 + 0.1250i  
 0.0306 + 0.3059i 0.0115 + 0.1147i 0.1235 + 0.5364i 0.1146 + 0.5472i  
 0.0284 + 0.3333i 0.0106 + 0.1250i 0.1146 + 0.5472i 0.1063 + 0.6499i

-----  
 Elemento 2-4 Tipo 3 + Kron

0.0076 + 0.2489i 0.0028 + 0.0933i 0.0306 + 0.3059i 0.0284 + 0.3333i 0.0255 + 0.2400i  
 0.0028 + 0.0933i 0.0011 + 0.2225i 0.0115 + 0.1147i 0.0106 + 0.1250i 0.0096 - 0.0975i  
 0.0306 + 0.3059i 0.0115 + 0.1147i 0.1235 + 0.5364i 0.1146 + 0.5472i 0.1031 + 0.4324i  
 0.0284 + 0.3333i 0.0106 + 0.1250i 0.1146 + 0.5472i 0.1063 + 0.6499i 0.0957 + 0.5249i  
 0.0255 + 0.2400i 0.0096 - 0.0975i 0.1031 + 0.4324i 0.0957 + 0.5249i 0.0861 + 1.2224i

0.0009 + 0.2018i 0.0016 + 0.1126i 0.0072 + 0.2215i 0.0058 + 0.2307i  
 0.0016 + 0.1126i 0.0031 + 0.2149i 0.0138 + 0.1502i 0.0112 + 0.1676i  
 0.0072 + 0.2215i 0.0138 + 0.1502i 0.0610 + 0.3877i 0.0493 + 0.3649i  
 0.0058 + 0.2307i 0.0112 + 0.1676i 0.0493 + 0.3649i 0.0398 + 0.4273i

-----  
 Matriz Impedancia de Barra

Z =

0.0009 + 0.2018i 0.0016 + 0.1126i 0.0072 + 0.2215i 0.0058 + 0.2307i  
 0.0016 + 0.1126i 0.0031 + 0.2149i 0.0138 + 0.1502i 0.0112 + 0.1676i  
 0.0072 + 0.2215i 0.0138 + 0.1502i 0.0610 + 0.3877i 0.0493 + 0.3649i  
 0.0058 + 0.2307i 0.0112 + 0.1676i 0.0493 + 0.3649i 0.0398 + 0.4273i

-----  
 Orden de la matriz es :4x4

### 1.1. Suponga un cortocircuito trifásico sólido ocurre en a barra 4. Calcule la corriente de falla [1pt.]

Se procede al calculo de la corriente de cortocircuito trifásica, sólida a tierra en la barra 4, considerando el sistema en vacío a condiciones nominales, tal que la tensión previa a la falla en el punto de falla es  $V_{pff} = 1.0$  p.u. Aplicando el modelo de la red tenedor se tiene:

$$I_3^{cc} = \frac{V_{pff}}{Z_{33}} = \frac{1.0 \angle 0^\circ \text{ p.u.}}{0.0398 + 0.4273j \text{ p.u.}}$$

$$I_3^{cc} = 2.33019 \angle -84.67865 \text{ p.u.}$$

Empleando el programa Zbus.m se tiene:

#### CALCULO DE CORRIENTES DE CORTOCIRCUITO

-----  
 Barras del Sistema 4  
 [1] Todas las Barras  
 [2] Solo una Barra

-----  
 Opcion : 1

Introduzca la tensión previa a la falla [por unidad] : 1.0

#### CORRIENTES DE FALLA [EN P.U.]

-----  
 Barra 1: I1= 0.02103-4.9545i p.u., = 4.9546 < -89.7568  
 Barra 2: I2= 0.067568-4.6514i p.u., = 4.6519 < -89.1678

Barra 3:  $I_3 = 0.39612 - 2.517i$  p.u., = 2.548 < -81.0562  
**Barra 4:  $I_4 = 0.21622 - 2.32i$  p.u., = 2.3301 < -84.6756**

Presione <ENTER>

### 1.2. Para la condición impuesta en 1.1. Calcule el voltaje de las barra 3.[3 Pts.]

Para esto se emplea del modelo de la red tenedor, donde se conoce  $V_3 = V_{pf} + \Delta V_3$  siendo:

$$\Delta V_3 = V_{pf} \frac{Z_{34}}{Z_{33}}$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$\Delta V_3 = 1.0 \angle 0^\circ \frac{0.0493 + 0.3649j}{0.0398 + 0.4273j} = 0.85296 \angle 2^\circ.37037 \text{ p.u.}$$

Y finalmente:

$$V_3 = V_{pf} + \Delta V_3 = 1 \angle 0^\circ + 0.85296 \angle 2^\circ.37 = 0.14707 \angle 13^\circ.977 \text{ p.u.}$$

$$V_3 = 0.14707 \angle 13^\circ.977 \text{ p.u.}$$

Empleando el programa Zbus.m se tiene:

PERFIL DE VOLTAJES

Introduzca el numero de la Barra Fallada : 4

Introduzca la tension previa a la falla [por unidad] : 1.0

TENSIONES EN LAS BARRAS [EN P.U.]

Barra 1:  $E(1) = 0.46357 - 0.036325i$  p.u., = 0.46499 < -4.4804  
 Barra 2:  $E(2) = 0.60864 - 0.010378i$  p.u., = 0.60873 < -0.97691  
**Barra 3:  $E(3) = 0.1427 + 0.03546i$  p.u., = 0.14704 < 13.9545**  
 Barra 4:  $E(4) = 0$  p.u., = 0 < 0

Presione <ENTER>

### 1.3. Para la condición impuesta en 1.1. Calcule la corriente que circula por la línea 1-4. [3 Pts]

Empleando el modelo de la red tenedor se tiene:

$$I_{14} = \frac{V_1 - V_4}{\hat{Z}_{14}}$$

Se conoce que la barra 4 es el punto de falla, por lo que se cumple:  $V_4 = 0$  p.u. de modo que resulta:

$$V_1 = V_{pf} + \Delta V_1 = V_{pf} - V_{pf} \frac{Z_{14}}{Z_{44}}$$

$$V_1 = 0.4649156 \angle -4^\circ.49033 \text{ p.u.}$$

Finalmente:

$$I_{14} = \frac{0.4649156 \angle -4^\circ.49033 \text{ p.u.}}{0.3j}$$

$$I_{14} = 1.54971869 \angle -94^\circ.490335 \text{ p.u.}$$

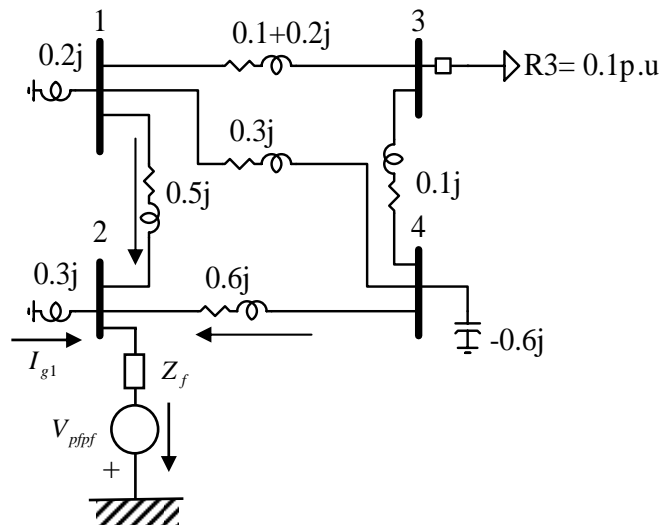
**1.4. Suponga una falla por cortocircuito trifásico en la barra 2, con impedancia de falla de  $Z_f = 0.0225j$  p.u. Determina la corriente de falla. [1 Pt.]**

Suponiendo que en el punto de falla es  $V_{pfpf} = 1.0$  p.u. Aplicando el modelo de la red tenedor se tiene:

$$I_2^{cc} = \frac{V_{pfpf}}{Z_{22} + Z_f} = \frac{1.0 \angle 0^\circ \text{ p.u.}}{0.0031 + 0.2149j + 0.0225j} = \frac{1 + 0j}{0.0031 + 0.21715j}$$

$$I_2^{cc} = 4.211940 \angle -89^\circ.25186 \text{ p.u.}$$

**1.5. Para la condición impuesta en 1.4. Calcule la contribución de corriente que aporta el generador 2. [4 Pts]**



Se conoce por circuitos:

$$V_{pfpf} + 0.3jI_{g1} + Z_f I_2^{cc} = 0$$

$$I_{g1} = \frac{V_{pfpf} - Z_f I_2^{cc}}{0.3j}$$

$$I_{g1} = \frac{1.0 \angle 0^\circ - 0.0225j(4.211940 \angle -89^\circ.25186)}{0.3j}$$

$$I_{g1} = 3.01746752 \angle -90^\circ.0783 \text{ p.u.}$$

**1.6. Suponga que se coloca se cierra el interruptor de R3, determine el voltaje de la barra 2. [4 Pts]**

Al cerrar R3, de la barra 3, se deriva una corriente a tierra cuyo valor es:

$$I_3 = \frac{V_{pfpf}}{Z_{33} + R_3} = \frac{1.0 \angle 0^\circ \text{ p.u.}}{(0.0610 + 0.3877j) + 0.1}$$

$$I_3 = 2.382085 \angle -67^\circ.4483 \text{ p.u.}$$

El voltaje de la barra 2 resulta:

$$V_2 = V_{pfpf} + \Delta V_2 = V_{pfpf} - Z_{23} I_3$$

$$V_2 = 1 \angle 0^\circ - (0.0138 + 0.1502j) I_3$$

$$V_2 = 0.665643 \angle -9^\circ.23672 \text{ p.u.}$$

**Problema 2:** La matriz impedancia de barra de la red mostrada en la Fig. 2, esta dada por:

$$Z_{bus} = j \begin{bmatrix} 0.300 & 0.200 & 0.275 \\ 0.200 & 0.400 & 0.250 \\ 0.275 & 0.250 & 0.41875 \end{bmatrix}$$

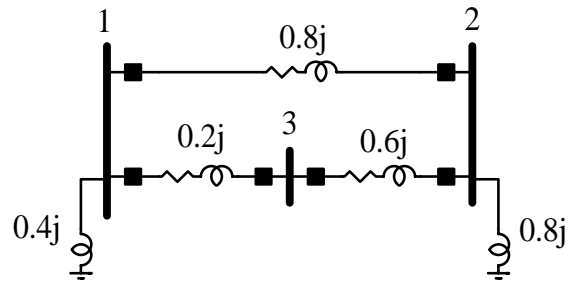
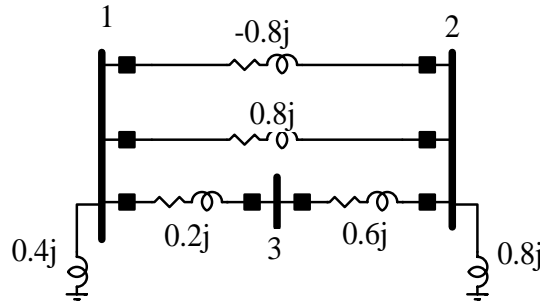


Fig. 2. Diagrama unifilar del Problema 2.

En este sistema la línea entre las barras 1 y 2 es puesta fuera de operación. Usando el método del algoritmo de construcción para la matriz impedancia de barra. Determine la nueva matriz impedancia de barra. [4 pts.]

Para eliminar el elemento entre la barra 1 y 2, se procede a insertar entre la barra 1 y 2 un elemento cuya impedancia sea igual a:  $\hat{Z}_{12} = -0.8jp.u.$



Esto puede ser hecho tomando la matriz impedancia del sistema 3x3, y agregando un lazo como el elemento nuevo y luego aplicando Kron.

Elemento 1-2 Tipo 3 + Kron

$0 + 0.3000i$	$0 + 0.2000i$	$0 + 0.2750i$	$0 - 0.1000i$
$0 + 0.2000i$	$0 + 0.4000i$	$0 + 0.2500i$	$0 + 0.2000i$
$0 + 0.2750i$	$0 + 0.2500i$	$0 + 0.4188i$	$0 - 0.0250i$
$0 - 0.1000i$	$0 + 0.2000i$	$0 - 0.0250i$	$0 - 0.5000i$
$0 + 0.3200i$	$0 + 0.1600i$	$0 + 0.2800i$	
$0 + 0.1600i$	$0 + 0.4800i$	$0 + 0.2400i$	
$0 + 0.2800i$	$0 + 0.2400i$	$0 + 0.4200i$	

-----  
-----  
Matriz Impedancia de Barra

**Z =**

<b><math>0 + 0.3200i</math></b>	<b><math>0 + 0.1600i</math></b>	<b><math>0 + 0.2800i</math></b>
<b><math>0 + 0.1600i</math></b>	<b><math>0 + 0.4800i</math></b>	<b><math>0 + 0.2400i</math></b>
<b><math>0 + 0.2800i</math></b>	<b><math>0 + 0.2400i</math></b>	<b><math>0 + 0.4200i</math></b>

-----  
Orden de la matriz es :3x3

De modo que la matriz [Zbus] resultante es:

$Z_{bus} =$			
	0.3200i	0.1600i	0.2800i
	0.1600i	0.4800i	0.2400i
	0.2800i	0.2400i	0.4200i

Se puede verificar que la matriz admitancia de barra resultante es:

$Y_{bus} =$

$0 - 7.5000i$	$0 - 0.0000i$	$0 + 5.0000i$
$0 + 0.0000i$	$0 - 2.9167i$	$0 + 1.6667i$
$0 + 5.0000i$	$0 + 1.6667i$	$0 - 6.6667i$

