

1^{er} Examen Parcial de Sistemas de Potencia II

Problema #1. El diagrama unificar mostrado abajo, representa un simple sistema de potencia de tres barras. Cada generador es representado por su FEM detrás de la reactancia transitoria. Todas la impedancias están expresadas en por unidad en una base común de 100 MVA. Suponga que todos los generadores operan a su voltaje y frecuencia nominal y sus FEM están en fase. Determine:

- 1.1. La matriz Impedancia de barra Z_{bus} , empleando el algoritmo de formación de matriz impedancia de barra [2 pts].
- 1.2. La corriente de falla cuando un cortocircuito trifásico ocurren en la Barra 2, considere una impedancia de falla de $Z_f = 0.16j$ p.u. [0.5 pts]
- 1.3. La corriente que entrega el generador G1 (I_{G1}), con la situación planteada en 1.1. [2 pt]
- 1.4. El voltaje en la barra 3, cuando ocurre un cortocircuito trifásico sólido en la barra 1. [2 pts]
- 1.5. Procesa a sacar de operación una de las líneas de transmisión entre las barras 1 y 2, y determine el nuevo valor de corriente de cortocircuito trifásico sólido en la barra 3. [2 pts]

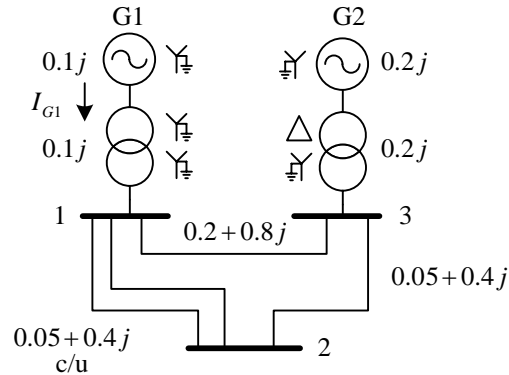
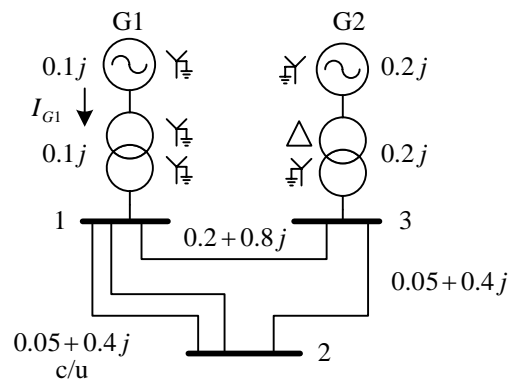


Figura del Problema 1

Resolución Pregunta # 1

Problema #1. El diagrama unificar mostrado abajo, representa un simple sistema de potencia de tres barras. Cada generador es representado por su FEM detrás de la reactancia transitoria. Todas la impedancias están expresadas en por unidad en una base común de 100 MVA. Suponga que todos los generadores operan a su voltaje y frecuencia nominal y sus FEM están en fase.



- 1.6. La matriz Impedancia de barra Z_{bus} , empleando el algoritmo de formación de matriz impedancia de barra [2 pts].

Inicialmente se observa que los generadores poseen asociados en serie un transformador elevador. Y entre ellos, no hay asociadas una barra, lo cual indica que para el estudio, no es de interés considerar en la representación matricial, este punto. En tal sentido, es perfectamente valido el cálculo de una impedancia equivalente a la serie de estos dispositivos:

$$\hat{Z}_{GT1} = \hat{Z}_{G1} + \hat{Z}_{T1} \qquad \hat{Z}_{GT1} = 0.2j$$

$$\hat{Z}_{GT2} = \hat{Z}_{G2} + \hat{Z}_{T2} \qquad \hat{Z}_{GT2} = 0.4j$$

Por simple comodidad, para la formación de la matriz, se ha intercambia por un momento la numeración de las barras 2 y 3.

Por otra parte, observando la topología de la red, se observa que hay dos líneas de transmisión en paralelo entre las barras 1 y 2. Al respecto hay dos modos de tratar esta situación: (1) emplear la teoría de circuitos directamente para el cálculo de la impedancia equivalente para el paralelo (2) considerar las dos líneas explícitamente en la construcción de la matriz impedancia de barra.

Barras = 3
Enlaces = 5

Caso 1:

Se procede a obtener la impedancia equivalente correspondiente a las dos líneas de transmisión en paralelo.

$$\hat{Z}_{12}^{EQ} = \hat{Z}_{12}^{L1} // \hat{Z}_{12}^{L2} \qquad \hat{Z}_{12}^{EQ} = \frac{\hat{Z}_{12}^{L1} \hat{Z}_{12}^{L2}}{\hat{Z}_{12}^{L2} + \hat{Z}_{12}^{L1}}$$

Sustituyendo los respectivos valores: $\hat{Z}_{12}^{L1} = \hat{Z}_{12}^{L2} = 0.05 + 0.4jp.u$, se tiene:

$$\hat{Z}_{12}^{EQ} = \hat{Z}_{12}^{L1} // \hat{Z}_{12}^{L2} = 0.025 + j0.2p.u$$

De tal modo, la lista de construcción asociada a la representación del sistema bajo estudio puede ser vista como:

Barra Inicio	Barra Final	R [p.u]	X [p.u]	Tipo de Operación
0	1	0.000	0.20	I
0	2	0.000	0.40	I
2	3	0.050	0.40	II
1	2	0.200	0.80	III+Kron
1	3	0.025	0.20	III+Kron

La construcción paso a paso de la matriz impedancia de barra es realizada.

```

Tabla de Construccion
-----
Elemento 0-1 Tipo 1
    0 + 0.2000i

-----
Elemento 0-2 Tipo 1
    0 + 0.2000i      0
    0                0 + 0.4000i

-----
Elemento 2-3 Tipo 2
    0 + 0.2000i      0                0
    0                0 + 0.4000i      0 + 0.4000i
    0                0 + 0.4000i      0.0500 + 0.8000i

-----
Elemento 1-2 Tipo 3 + Kron
Matriz Sin Kron

```

```

0 + 0.2000i      0      0      0 - 0.2000i
0      0 + 0.4000i    0 + 0.4000i    0 + 0.4000i
0      0 + 0.4000i    0.0500 + 0.8000i    0 + 0.4000i
0 - 0.2000i     0 + 0.4000i    0 + 0.4000i    0.2000 + 1.4000i

```

Matriz Luego del Kron

```

0.0040 + 0.1720i  -0.0080 + 0.0560i  -0.0080 + 0.0560i
-0.0080 + 0.0560i  0.0160 + 0.2880i  0.0160 + 0.2880i
-0.0080 + 0.0560i  0.0160 + 0.2880i  0.0660 + 0.6880i

```

Elemento 1-3 Tipo 3 + Kron

Matriz Sin Kron

```

0.0040 + 0.1720i  -0.0080 + 0.0560i  -0.0080 + 0.0560i  -0.0120 - 0.1160i
-0.0080 + 0.0560i  0.0160 + 0.2880i  0.0160 + 0.2880i  0.0240 + 0.2320i
-0.0080 + 0.0560i  0.0160 + 0.2880i  0.0660 + 0.6880i  0.0740 + 0.6320i
-0.0120 - 0.1160i  0.0240 + 0.2320i  0.0740 + 0.6320i  0.1110 + 0.9480i

```

Matriz Luego del Kron

```

0.0027 + 0.1578i  -0.0054 + 0.0844i      0 + 0.1333i
-0.0054 + 0.0844i  0.0109 + 0.2312i      0 + 0.1333i
0 + 0.1333i        0 + 0.1333i      0.0167 + 0.2667i

```

Matriz Impedancia de Barra

Z =

```

0.0027 + 0.1578i  -0.0054 + 0.0844i      0 + 0.1333i
-0.0054 + 0.0844i  0.0109 + 0.2312i      0 + 0.1333i
0 + 0.1333i        0 + 0.1333i      0.0167 + 0.2667i

```

Orden de la matriz es :3x3

Z =

Columns 1 through 2

```

0.00272495266321 + 0.15780851238989i  -0.00544990532642 + 0.08438297522022i
-0.00544990532642 + 0.08438297522022i  0.01089981065284 + 0.23123404955956i
0 + 0.13333333333333i      0 + 0.13333333333333i

```

Column 3

```

0 + 0.13333333333333i
0 + 0.13333333333333i
0.016666666666667 + 0.266666666666667i

```

De tal modo que la matriz impedancia de barra que representa el sistema es:

$$Z_{bus} = \begin{bmatrix} 0.0027 + 0.1578j & -0.0054 + 0.0844j & 0 + 0.1333j \\ -0.0054 + 0.0844j & 0.0109 + 0.2312j & 0 + 0.1333j \\ 0 + 0.1333j & 0 + 0.1333j & 0.0167 + 0.2667j \end{bmatrix}$$

$$\det(Z_{bus}) = -0.0009 - 0.0039j \text{ p.u.}$$

Por su parte la matriz admitancia de barra calculada resulta:

Y =

Columns 1 through 2

0.90950226244344 -11.09954751131221i -0.29411764705882 + 1.17647058823530i
 -0.29411764705882 + 1.17647058823529i 0.60180995475113 - 6.13800904977376i
 -0.61538461538461 + 4.92307692307691i -0.30769230769231 + 2.46153846153846i

Column 3

-0.61538461538461 + 4.92307692307691i
 -0.30769230769231 + 2.46153846153846i
 0.92307692307692 - 7.38461538461537i

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 0.9095 - 11.0995j & -0.2941 + 1.1765j & -0.6154 + 4.9231j \\ -0.2941 + 1.1765j & 0.6018 - 6.1380j & -0.3077 + 2.4615j \\ -0.6154 + 4.9231j & 0 + 0.1333j & 0.9231 - 7.346j \end{bmatrix}$$

$$\det(Y_{bus}) = -5.8695e+001 + 2.4490e+002j \text{ p.u.}$$

Si se efectúa la construcción de la matriz admitancia de barra:

Barra Inicio	Barra Final	G [p.u]	B [p.u]
0	1	0	-5.0000
0	2	0	-2.5000
2	3	1.21951	-0.97561
1	2	0.29412	-1.17647
1	3	0.61538	-4.92308

Y =

0.9095 -11.0995i -0.2941 + 1.1765i -0.6154 + 4.9231i
 -0.2941 + 1.1765i 0.6018 - 6.1380i -0.3077 + 2.4615i
 -0.6154 + 4.9231i -0.3077 + 2.4615i 0.9231 - 7.3846i

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 0.9095 - 11.0995j & -0.2941 + 1.1765j & -0.6154 + 4.9231j \\ -0.2941 + 1.1765j & 0.6018 - 6.1380j & -0.3077 + 2.4615j \\ -0.6154 + 4.9231j & 0 + 0.1333j & 0.9231 - 7.346j \end{bmatrix}$$

Se invierte la matriz para el calculo de la matriz impedancia de barra:

Z =

0.0027 + 0.1578i -0.0054 + 0.0844i -0.0000 + 0.1333i
 -0.0054 + 0.0844i 0.0109 + 0.2312i 0 + 0.1333i
 -0.0000 + 0.1333i 0 + 0.1333i 0.0167 + 0.2667i

$$Z_{bus} = \begin{bmatrix} 0.0027 + 0.1578j & -0.0054 + 0.0844j & 0 + 0.1333j \\ -0.0054 + 0.0844j & 0.0109 + 0.2312j & 0 + 0.1333j \\ 0 + 0.1333j & 0 + 0.1333j & 0.0167 + 0.2667j \end{bmatrix}$$

Caso 2:

Se procede a obtener matriz impedancia de barra, considerando que se trata en forma explicita la presencia de las dos líneas de transmisión.

Barra Inicio	Barra Final	R [p.u]	X [p.u]	Tipo de Operación
0	1	0.000	0.20	I
0	2	0.000	0.40	I
2	3	0.050	0.40	II
1	2	0.200	0.80	III+Kron

1	3	0.050	0.40	<i>III+Kron</i>
1	3	0.050	0.40	<i>III+Kron</i>

```

-----
Elemento 1
-----
Barra Inicio :0
Barra Final  :1
Zrama [0,1]=0.20*i
-----
Elemento 2
-----
Barra Inicio :0
Barra Final  :2
Zrama [0,2]=0.40*i
-----
Elemento 3
-----
Barra Inicio :2
Barra Final  :3
Zrama [2,3]=0.05+0.4*i
-----
Elemento 4
-----
Barra Inicio :1
Barra Final  :2
Zrama [1,2]=0.20+0.80*i
-----
Elemento 5
-----
Barra Inicio :1
Barra Final  :3
Zrama [1,3]=0.05+0.4*i
-----
Elemento 6
-----
Barra Inicio :1
Barra Final  :3
Zrama [1,3]=0.05+0.4*i

```

La matriz de impedancia construida paso a paso, se tiene:

```

-----
Tabla de Construccion
-----
Elemento 0-1 Tipo 1
0 + 0.2000i
-----
Elemento 0-2 Tipo 1
0 + 0.2000i      0
0                0 + 0.4000i
-----
Elemento 2-3 Tipo 2
0 + 0.2000i      0                0
0                0 + 0.4000i      0 + 0.4000i
0                0 + 0.4000i      0.0500 + 0.8000i
-----
Elemento 1-2 Tipo 3 + Kron
0 + 0.2000i      0                0                0 - 0.2000i
0                0 + 0.4000i      0 + 0.4000i      0 + 0.4000i
0                0 + 0.4000i      0.0500 + 0.8000i      0 + 0.4000i
0 - 0.2000i      0 + 0.4000i      0 + 0.4000i      0.2000 + 1.4000i

0.0040 + 0.1720i  -0.0080 + 0.0560i  -0.0080 + 0.0560i
-0.0080 + 0.0560i  0.0160 + 0.2880i  0.0160 + 0.2880i
-0.0080 + 0.0560i  0.0160 + 0.2880i  0.0660 + 0.6880i
-----
Elemento 1-3 Tipo 3 + Kron
0.0040 + 0.1720i  -0.0080 + 0.0560i  -0.0080 + 0.0560i  -0.0120 - 0.1160i
-0.0080 + 0.0560i  0.0160 + 0.2880i  0.0160 + 0.2880i  0.0240 + 0.2320i
-0.0080 + 0.0560i  0.0160 + 0.2880i  0.0660 + 0.6880i  0.0740 + 0.6320i

```

```

-0.0120 - 0.1160i    0.0240 + 0.2320i    0.0740 + 0.6320i    0.1360 + 1.1480i

  0.0030 + 0.1603i  -0.0059 + 0.0794i  -0.0015 + 0.1199i
-0.0059 + 0.0794i    0.0119 + 0.2411i    0.0030 + 0.1603i
-0.0015 + 0.1199i    0.0030 + 0.1603i    0.0257 + 0.3401i

```

```

-----
Elemento 1-3 Tipo 3 + Kron
  0.0030 + 0.1603i  -0.0059 + 0.0794i  -0.0015 + 0.1199i  -0.0044 - 0.0404i
-0.0059 + 0.0794i    0.0119 + 0.2411i    0.0030 + 0.1603i    0.0089 + 0.0808i
-0.0015 + 0.1199i    0.0030 + 0.1603i    0.0257 + 0.3401i    0.0272 + 0.2202i
-0.0044 - 0.0404i    0.0089 + 0.0808i    0.0272 + 0.2202i    0.0817 + 0.6606i

  0.0027 + 0.1578i  -0.0054 + 0.0844i    0.0000 + 0.1333i
-0.0054 + 0.0844i    0.0109 + 0.2312i  -0.0000 + 0.1333i
-0.0000 + 0.1333i    0.0000 + 0.1333i    0.0167 + 0.2667i

```

Matriz Impedancia de Barra

Z =

```

  0.0027 + 0.1578i  -0.0054 + 0.0844i    0.0000 + 0.1333i
-0.0054 + 0.0844i    0.0109 + 0.2312i  -0.0000 + 0.1333i
-0.0000 + 0.1333i    0.0000 + 0.1333i    0.0167 + 0.2667i

```

Orden de la matriz es :3x3

Z =

```

  0.0027 + 0.1578i  -0.0054 + 0.0844i    0.0000 + 0.1333i
-0.0054 + 0.0844i    0.0109 + 0.2312i  -0.0000 + 0.1333i
-0.0000 + 0.1333i    0.0000 + 0.1333i    0.0167 + 0.2667i

```

$$Z_{bus} = \begin{bmatrix} 0.0027 + 0.1578j & -0.0054 + 0.0844j & 0 + 0.1333j \\ -0.0054 + 0.0844j & 0.0109 + 0.2312j & 0 + 0.1333j \\ 0 + 0.1333j & 0 + 0.1333j & 0.0167 + 0.2667j \end{bmatrix}$$

Z =

```

Columns 1 through 2

  0.00272495266321 + 0.15780851238989i  -0.00544990532642 + 0.08438297522022i
-0.00544990532642 + 0.08438297522022i    0.01089981065284 + 0.23123404955956i
-0.00000000000000 + 0.13333333333333i    0.00000000000000 + 0.13333333333333i

Column 3

  0.00000000000000 + 0.13333333333333i
-0.00000000000000 + 0.13333333333333i
  0.01666666666667 + 0.26666666666667i

```

Por su parte la matriz admitancia de barra resulta:

Y =

```

Columns 1 through 2

  0.90950226244344 -11.09954751131222i  -0.29411764705882 + 1.17647058823529i
-0.29411764705882 + 1.17647058823530i    0.60180995475113 - 6.13800904977375i
-0.61538461538461 + 4.92307692307692i  -0.30769230769231 + 2.46153846153846i

Column 3

-0.61538461538462 + 4.92307692307692i
-0.30769230769231 + 2.46153846153846i
  0.92307692307692 - 7.38461538461538i

```

Conclusión

Se puede observar que las matrices admitancia de barra, e impedancia de barra que se calculan con ambos métodos resultan ser iguales, de modo que se puede concluir que el empleo de una impedancia equivalente para representar dos líneas en paralelo arroja los mismo resultados que emplear en forma explícita y exacta la matriz.

(1.1) Determine la matriz de impedancia de barra Z_{bus} , empleando el algoritmo de formación de matriz impedancia de barra.

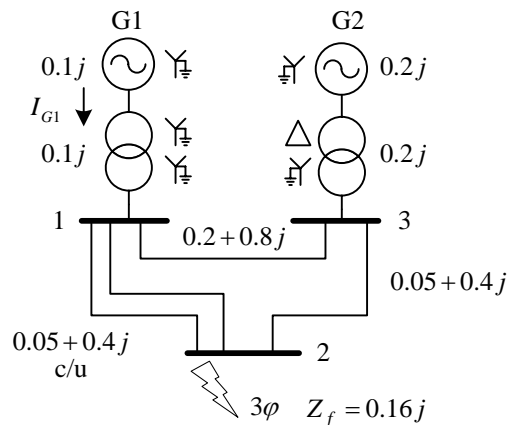
Respuesta.

$$Z_{bus} = \begin{bmatrix} \textcircled{1} & & \textcircled{3} & & \textcircled{2} \\ 0.0027 + 0.1578j & -0.0054 + 0.0844j & 0 + 0.1333j \\ -0.0054 + 0.0844j & 0.0109 + 0.2312j & 0 + 0.1333j \\ 0 + 0.1333j & 0 + 0.1333j & 0.0167 + 0.2667j \end{bmatrix} \quad (2 \text{ Puntos})$$

Reordenando para la presentación:

$$Z_{bus} = \begin{bmatrix} \textcircled{1} & & \textcircled{2} & & \textcircled{3} \\ 0.0027 + 0.1578j & 0 + 0.1333j & -0.0054 + 0.0844j \\ -0.0054 + 0.0844j & 0.0167 + 0.2667j & 0 + 0.1333j \\ -0.0054 + 0.0844j & 0 + 0.1333j & 0.0109 + 0.2312j \end{bmatrix}$$

(1.2) Determinar la corriente de falla cuando ocurre un cortocircuito trifásico en la Barra 2, considere la impedancia de falla $Z_f = 0.16j \text{ p.u.}$



Se conoce que el sistema se encuentra en vacío, y además las máquinas operan a voltaje y velocidad nominal, de modo que el voltaje previo a la falla en todas las barras es 1.0 por unidad.

$$V_{pfpf} = 1 \angle 0 \text{ p.u.}$$

De tal modo que la corriente de falla por cortocircuito trifásico en la barra 2, resulta:

$$\bar{I}_2 = \frac{V_{pfpf}}{Z_{22} + Z_f}$$

Siendo Z_{22} , el elemento propio de la barra 2 en la matriz impedancia de barra.

$$Z_{22} = 0.0167 + 0.2667j$$

Sustituyendo los respectivos valores:

$$\bar{I}_2 = 0.0914 - 2.3402i$$

$$\bar{I}_2 = 2.3420 \angle -87.7630 \text{ p.u}$$

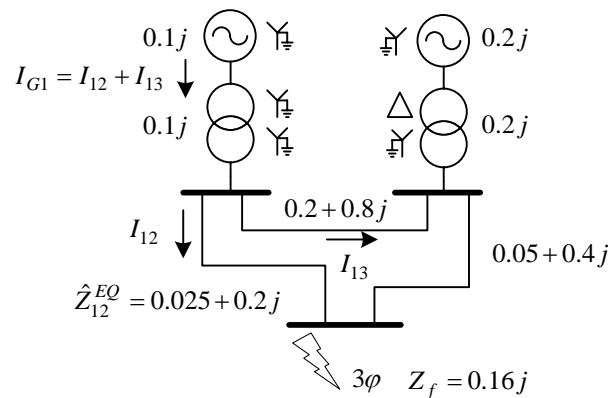
(1.2) Determinar la corriente de falla cuando ocurre un cortocircuito trifásico en la Barra 2, considere la impedancia de falla $Z_f = 0.16j \text{ p.u}$.

Respuesta.

$$\bar{I}_2 = 2.3420 \angle -87.7630 \text{ p.u} \quad (2 \text{ Puntos})$$

(1.3) Determine la corriente que entrega el generador G1 (I_{G1}), con la situación planteada en 1.1. [2 pt]

Considerando el sistema fallado en la barra 2, hay varias vias para calcular la corriente que aporta el generador G1.



Un mecanismo, es indirecto, aplicando la ley de corrientes de Kirchoff en la barra 1.

$$I_{G1} = I_{12} + I_{13}$$

Donde I_{12} e I_{13} , son calculados, como las corrientes:

$$I_{12} = \frac{V_1 - V_2}{\hat{Z}_{12}^{EQ}}$$

$$I_{13} = \frac{V_1 - V_3}{\hat{Z}_{13}^{EQ}}$$

Donde los voltajes quedan dados por:

$$\Delta V_1 = Z_{12} I_2$$

$$\Delta V_2 = Z_{22} I_2$$

$$\Delta V_3 = Z_{23} I_2$$

Efectuando las respectivas sustituciones se obtiene:

G1

DeltaV1 = 0.312158 < 2.24127
DeltaV2 = 0.625774 < -1.34175
DeltaV3 = 0.312158 < 2.24127

Ahora bien los voltajes reales son dados por:

$$V_1 = V_{pfpf} - \Delta V_1$$

$$V_2 = V_{pfpf} - \Delta V_2$$

$$V_3 = V_{pfpf} - \Delta V_3$$

Efectuando las respectivas sustituciones se obtiene:

V1 = 0.688189 < -1.01642
V2 = 0.374684 < 2.24127
V3 = 0.688189 < -1.01642

Nótese que el voltaje de la barra fallada resulta ser diferente de cero, y eso es lógico que ocurra, debido a que la falla no es sólida, sino que posee una impedancia asociada. De hecho, el valor del voltaje de la barra fallada queda definido, por el voltaje sobre la impedancia de falla:

$$V_2 = Z_f I_2$$

$$V_2 = 0.374684 < 2.24127$$

$$V_2 = 0.3744 + 0.0147i$$

Finalmente las corrientes quedan dadas por:

I12 = 1.562 < -87.7693
I13 = 0 < 0
I23 = 0.781 < 92.2307

Las corrientes que entran los generadores es:

IG1 = 1.562 < -87.7693
I23 = 0.781 < -87.7693

Es fácil demostrar se cumple:

$$I_2 = -(-I_{12} + I_{23})$$

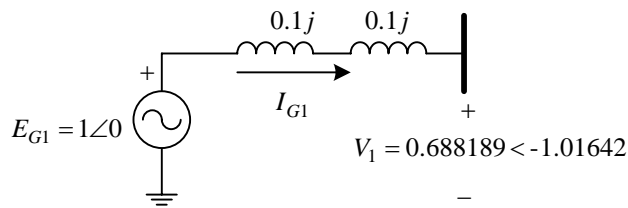
Ifalla = 2.343 < -87.7693
I2 = 2.34177 < -87.7587

(1.3) Determine la corriente que entrega el generador G1 (I_{G1}), con la situación planteada en 1.1.

Respuesta.

$$\begin{aligned} \bar{I}_{G1} &= 1.562 \angle -87.7693 p.u \\ I_{G2} &= 0.781 \angle -87.7693 p.u \end{aligned} \quad (2 \text{ Puntos})$$

Había una forma mas simple, es determinar el voltaje de la barra 1, V_1 durante la condición planteada, y luego efectuar una simple sumatoria de voltajes.



De tal modo que es simple:

$$I_{G1} = \frac{E_{G1} - V_1}{0.2j}$$

Sustituyendo resulta:

$$I_{G1} = 1.562\angle -87.7693$$

Conclusión, por ambos caminos da el mismo resultado, la diferencia esta en la cantidad de trabajo.

1.4. El voltaje en la barra 3, cuando ocurre un cortocircuito trifásico sólido en la barra 1. [2 pts]

Al ocurrir una falla en la barra 1, se tiene que la corriente de falla es fácilmente calculada como:

$$\bar{I}_1 = \frac{V_{pff}}{Z_{11}} \quad \bar{I}_1 = \frac{1 + 0j}{0.00272495266321 + 0.15780851238989j}$$

Sustituyendo valores se obtiene:

$$I_1 = 6.33621\angle -89.0197$$

$$\bar{I}_1 = 6.33621\angle -89.0197 \text{ p.u.}$$

Se procede a calcular el voltaje de la barra 3:

$$\Delta V_3 = Z_{13} I_1 \quad \text{donde } Z_{13} = 0.133333333333333j$$

$$\Delta V_3 = 0.535869\angle 4.6411$$

$$\Delta V_3 = 0.535869\angle 4.6411$$

Finalmente

$$V_3 = 0.467901\angle -5.3171$$

$$V_3 = 0.467901\angle -5.3171$$

(1.4) Determinar el voltaje en la barra 3, cuando ocurre un cortocircuito trifásico sólido en la barra 1.
Respuesta.

$$V_3 = 0.467901\angle -5.3171 \quad (2 \text{ Puntos})$$

1.5. Procesa a sacar de operación una de las líneas de transmisión entre las barras 1 y 2, y determine el nuevo valor de corriente de cortocircuito trifásico sólido en la barra 3. [2 pts]

Al sacar de operación la línea, hay dos formas de tratar esto. Una forma es la construcción de la matriz sin considerando solamente una de las dos líneas entre las barras 1 y 2.

Ybus =

$$\begin{bmatrix} 1.5136 - 7.1521i & -0.2941 + 1.1765i & -1.2195 + 0.9756i \\ -0.2941 + 1.1765i & 0.6018 - 6.1380i & -0.3077 + 2.4615i \\ -0.3077 + 2.4615i & -0.3077 + 2.4615i & 0.6154 - 4.9231i \end{bmatrix}$$

Finalmente se tiene la matriz impedancia.

Zbus =

$$\begin{bmatrix} 0.0109 + 0.1693i & -0.0219 + 0.0614i & -0.0456 + 0.0713i \\ -0.0024 + 0.0843i & 0.0048 + 0.2315i & -0.0166 + 0.1342i \\ 0.0043 + 0.1268i & -0.0085 + 0.1465i & -0.0061 + 0.3028i \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_{\text{bus}} = \begin{bmatrix} \textcircled{1} & & \\ & \textcircled{3} & \\ & & \textcircled{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.0109 + 0.1693j & -0.0219 + 0.0614j & -0.0456 + 0.0713j \\ -0.0024 + 0.0843j & 0.0048 + 0.2315j & -0.0166 + 0.1342j \\ 0.0043 + 0.1268j & -0.0085 + 0.1465j & -0.0061 + 0.3028j \end{bmatrix}$$

Esta metodología tiene un problema, requiere la construcción a partir de cero, y lo cual involucra tiempo.

Otra forma es tomar la matriz impedancia de barra ya formada y aplicar una operación para eliminar una de las líneas 1-2.

$$\mathbf{Z}_{\text{bus}} = \begin{bmatrix} \textcircled{1} & & \\ & \textcircled{3} & \\ & & \textcircled{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.0027 + 0.1578j & -0.0054 + 0.0844j & 0 + 0.1333j \\ -0.0054 + 0.0844j & 0.0109 + 0.2312j & 0 + 0.1333j \\ 0 + 0.1333j & 0 + 0.1333j & 0.0167 + 0.2667j \end{bmatrix}$$

Es decir, tomar la matriz 3x3 anterior y agregar el negativo del valor a eliminar. $Z_{12}^{\text{Neg}} = -0.05 - 0.4j$.

SACAR UNA LÍNEA DE SERVICIO

Barra de Inicio : 1

Barra Final: 3

Matriz Impedancia de Barra

Zbus =

$$\begin{bmatrix} 0.0109 + 0.1693i & -0.0219 + 0.0614i & -0.0456 + 0.0713i \\ -0.0024 + 0.0843i & 0.0048 + 0.2315i & -0.0166 + 0.1342i \\ 0.0043 + 0.1268i & -0.0085 + 0.1465i & -0.0061 + 0.3028i \end{bmatrix}$$

Orden de la matriz es :3x3

Se puede observar que ambos métodos arrojan los mismos resultados.

Al ocurrir una falla en la barra 3, se tiene que la corriente de falla es fácilmente calculada como:

$$\bar{I}_3 = \frac{V_{pff}}{Z_{33}}$$

Sustituyendo valores se obtiene:

$$\begin{aligned} I_3 &= 0.0895 - 4.3182i \\ I_3 &= 3.3022 \angle -91.1605 \end{aligned}$$

$$\bar{I}_3 = 3.3022 \angle -91.1605 p.u$$

(1.6) Procesa a sacar de operación una de las líneas de transmisión entre las barras 1 y 2, y determine el nuevo valor de corriente de cortocircuito trifásico sólido en la barra 3. [2 pts]

Respuesta.

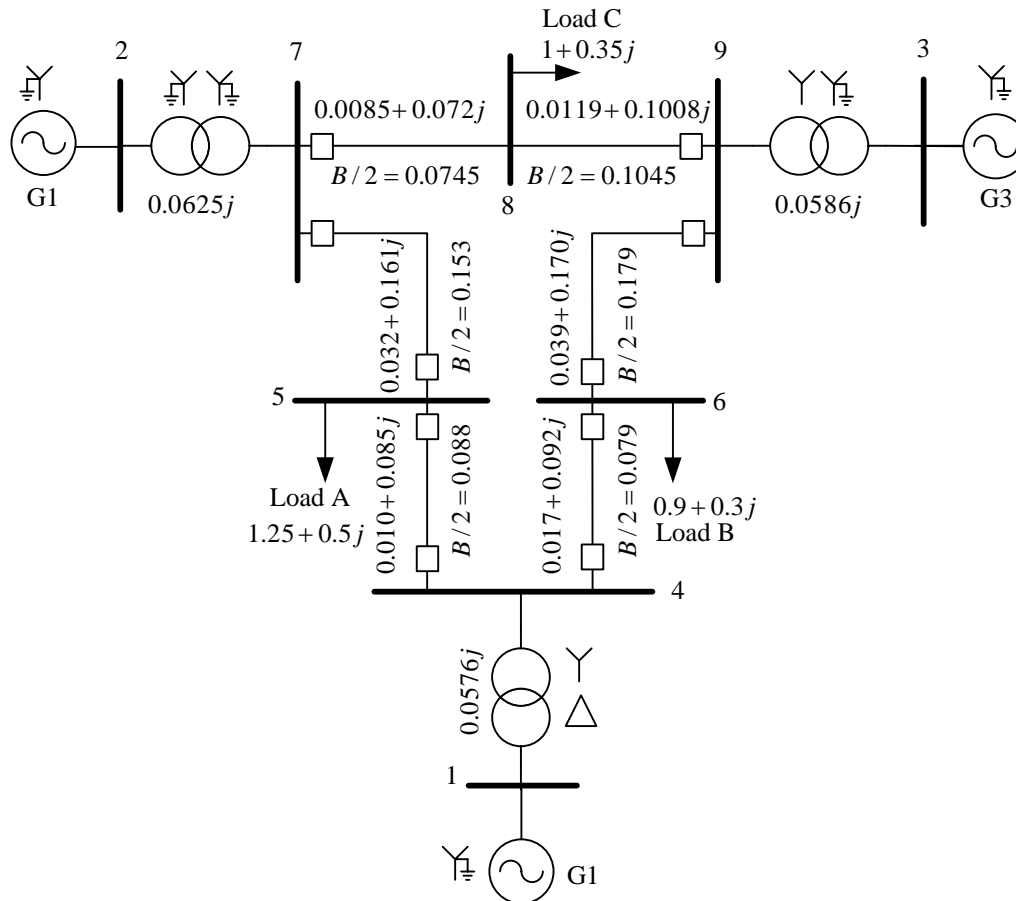
$$\bar{I}_3 = 3.3022 \angle -91.1605 p.u \quad (2 \text{ Puntos})$$

Problema #2. Dado el sistema de potencia de nueve barras mostrado en la Figura. Todas las impedancias están expresadas en por unidad en una base común de 100 MVA. Suponga que todos los generadores operan a su voltaje y frecuencia nominal y sus FEM están en fase.

- 2.1. Construir la matriz admitancia de barra del sistema Y_{bus} . Considere el sistema esta en vacío, y considere las susceptancias capacitivas de las líneas [2 pts].
- 2.2. Determinar la corriente de falla por cortocircuito trifásico sólido en la barra 2 [2 pts].
- 2.3. Determine la admitancia que representa cada carga (A, B, C) a voltaje nominal [0.5 pts].
- 2.4. A la matriz admitancia de barra obtenida en 2.1, agregar las admitancias correspondientes a las cargas A, B y C [1 pt]
- 2.5. Determinar el porcentaje de variación en la magnitud de la corriente de falla en la barra 2, respecto a la calculada en 2.2 [2pts]
- 2.2. Empleando reducción matricial, proceda a determinar la matriz admitancia de barra equivalente, para representar solo hasta las barras 1, 2 y 3 (aplicar reducción matricial para eliminar las barras 4 a la 9) [2 pts]

Resolución Pregunta # 2

Problema #2. Dado el sistema de potencia de nueve barras mostrado en la Figura. Todas las impedancias están expresadas en por unidad en una base común de 100 MVA. Suponga que todos los generadores operan a su voltaje y frecuencia nominal y sus FEM están en fase.

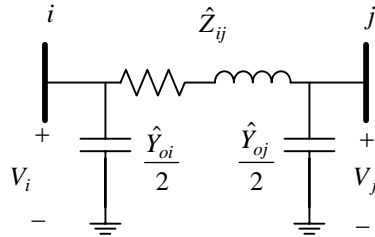


2.1. Construir la matriz admitancia de barra del sistema Y_{bus} . Considere el sistema esta en vacío, y considere las susceptancias capacitivas de las líneas [2 pts].

Barra de Inicio	Barra Final	Resistencia Serie [p.u]	Reactancia Serie [p.u]	Susceptancia Capacitiva [p.u]
1	4	0.00000	0.05760	0.00000
2	7	0.00000	0.06250	0.00000
3	9	0.00000	0.05860	0.00000

4	5	0.01000	0.08500	0.17600
4	6	0.01700	0.09200	0.15800
5	7	0.03200	0.16100	0.30600
6	9	0.03900	0.17000	0.35800
7	8	0.00850	0.07200	0.14900
8	9	0.01190	0.10080	0.20900

Se conoce que las susceptancia capacitiva, provee un cambio a tierra, que puede ser fácilmente visto en el modelo de la línea media:



Ybus =

Columns 1 through 5

0	-17.3611i	0	0	+17.3611i	0		
0	0	-16.0000i	0	0	0		
0	0	0	-17.0648i	0	0		
0	+17.3611i	0	0	3.3074	-39.3089i	-1.3652	+11.6041i
0	0	0	0	-1.3652	+11.6041i	2.5528	-17.3382i
0	0	0	0	-1.9422	+10.5107i	0	0
0	0	+16.0000i	0	0	0	-1.1876	+ 5.9751i
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	+17.0648i	0	0	0	0

Columns 6 through 9

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	+16.0000i	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	+17.0648i	0	0
-1.9422	+10.5107i	0	0	0	0	0	0
0	0	-1.1876	+ 5.9751i	0	0	0	0
3.2242	-15.8409i	0	0	-1.2820	+ 5.5882i	0	0
0	0	2.8047	-35.4456i	-1.6171	+13.6980i	0	0
0	0	-1.6171	+13.6980i	2.7722	-23.3032i	-1.1551	+ 9.7843i
-1.2820	+ 5.5882i	0	0	-1.1551	+ 9.7843i	2.4371	-32.1539i

$$\det(Y_{bus}) = -1.7480e+009 + 1.7068e+009i$$

$$\text{abs}(\det(Y_{bus})) = 2.4431e+009$$

(2.1) Se obtiene la matriz impedancia de barra: [2pts]

Zbus =

Columns 1 through 5

0.0103	- 0.6225i	-0.0046	- 0.7614i	-0.0061	- 0.7644i	0.0103	- 0.6801i	0.0053	- 0.7178i
-0.0046	- 0.7614i	0.0089	- 0.6194i	0.0001	- 0.7484i	-0.0046	- 0.7614i	-0.0029	- 0.7439i
-0.0061	- 0.7644i	0.0001	- 0.7484i	0.0096	- 0.6249i	-0.0061	- 0.7644i	-0.0058	- 0.7691i
0.0103	- 0.6801i	-0.0046	- 0.7614i	-0.0061	- 0.7644i	0.0103	- 0.6801i	0.0053	- 0.7178i
0.0053	- 0.7178i	-0.0029	- 0.7439i	-0.0058	- 0.7691i	0.0053	- 0.7178i	0.0099	- 0.6803i
0.0032	- 0.7208i	-0.0056	- 0.7686i	-0.0037	- 0.7475i	0.0032	- 0.7208i	-0.0004	- 0.7474i
-0.0046	- 0.7614i	0.0089	- 0.6819i	0.0001	- 0.7484i	-0.0046	- 0.7614i	-0.0029	- 0.7439i
-0.0060	- 0.7684i	0.0047	- 0.7150i	0.0035	- 0.7268i	-0.0060	- 0.7684i	-0.0048	- 0.7601i
-0.0061	- 0.7644i	0.0001	- 0.7484i	0.0096	- 0.6835i	-0.0061	- 0.7644i	-0.0058	- 0.7691i

Columns 6 through 9

0.0032	- 0.7208i	-0.0046	- 0.7614i	-0.0060	- 0.7684i	-0.0061	- 0.7644i
-0.0056	- 0.7686i	0.0089	- 0.6819i	0.0047	- 0.7150i	0.0001	- 0.7484i
-0.0037	- 0.7475i	0.0001	- 0.7484i	0.0035	- 0.7268i	0.0096	- 0.6835i
0.0032	- 0.7208i	-0.0046	- 0.7614i	-0.0060	- 0.7684i	-0.0061	- 0.7644i
-0.0004	- 0.7474i	-0.0029	- 0.7439i	-0.0048	- 0.7601i	-0.0058	- 0.7691i
0.0111	- 0.6810i	-0.0056	- 0.7686i	-0.0055	- 0.7656i	-0.0037	- 0.7475i
-0.0056	- 0.7686i	0.0089	- 0.6819i	0.0047	- 0.7150i	0.0001	- 0.7484i
-0.0055	- 0.7656i	0.0047	- 0.7150i	0.0086	- 0.6831i	0.0035	- 0.7268i
-0.0037	- 0.7475i	0.0001	- 0.7484i	0.0035	- 0.7268i	0.0096	- 0.6835i

$$\det(Z_{bus}) = -2.9286e-010 - 2.8595e-010i$$

$$\text{abs}(\det(Z_{bus})) = 4.0931e-010$$

2.2. Determinar la corriente de falla por cortocircuito trifásico sólido en la barra 2.

Al ocurrir una falla en la barra 2, se tiene que la corriente de falla es fácilmente calculada como:

$$\bar{I}_2 = \frac{V_{pff}}{Z_{22}}$$

Sustituyendo valores se obtiene:

$$\begin{aligned} I_2 &= 0.0233 + 1.6142i \\ I_2 &= 1.6144 \angle 89.1732 \end{aligned}$$

(2.2) La corriente de falla por cortocircuito trifásico sólido en la barra 2 [2 pts].

$$\bar{I}_2 = 1.6144 \angle 89.1732 p.u$$

En forma general se calcula la corriente de falla de todas las barras:

Corriente de Cortocircuito en Barras

$$\begin{aligned} I_1 &= 1.60623 \angle 89.051 \\ \mathbf{I_2} &= \mathbf{1.61438 \angle 89.1732} \\ I_3 &= 1.60015 \angle 89.118 \\ I_4 &= 1.47022 \angle 89.1313 \\ I_5 &= 1.46969 \angle 89.1695 \\ I_6 &= 1.46824 \angle 89.0666 \\ I_7 &= 1.46643 \angle 89.249 \\ I_8 &= 1.46391 \angle 89.2802 \\ I_9 &= 1.46298 \angle 89.1936 \end{aligned}$$

2.3. Determine la admitancia que representa cada carga (A, B, C) a voltaje nominal [0.5 pts].

Se conoce por teoría, que la impedancia que caracteriza una carga en modelo serie puede ser escrita como:

$$Z_{load} = \frac{|V_{load}|^2}{S_{load}^*}$$

Al sustituir los respectivos valores se tiene:

$$\begin{aligned} Z_a &= 0.6897 + 0.2759i \\ Z_b &= 1.0000 + 0.3333i \\ Z_c &= 0.8909 + 0.3118i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_a &= 0.742781 \angle 21.8014 \\ Z_b &= 1.05409 \angle 18.4349 \\ Z_c &= 0.943858 \angle 19.29 \end{aligned}$$

(2.3) La llevarlo a admitancia se logra la admitancia que representa cada carga (A, B, C) a voltaje nominal [0.5 pts].

$$\begin{aligned} Y_a &= 1.2500 - 0.5000i \\ Y_b &= 0.9000 - 0.3000i \\ Y_c &= 1.0000 - 0.3500i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_a &= 1.34629 \angle -21.8014 \\ Y_b &= 0.948683 \angle -18.4349 \\ Y_c &= 1.05948 \angle -19.29 \end{aligned}$$

2.4. A la matriz admitancia de barra obtenida en 2.1, agregar las admitancias correspondientes a las cargas A, B y C [1 pt].

Al agregar los elementos asociados a las cargas, se trata de admitancias conectadas a la barra desde referencia, de tal modo que agregar estas cargas solo modifica los terminos asociados a las admitancias propias de las barras.

```

Ybus_load =
Columns 1 through 5
    0 -17.3611i    0    0    0 +17.3611i    0
    0    0 -16.0000i    0    0    0
    0    0    0 -17.0648i    0    0
    0 +17.3611i    0    0    3.3074 -39.3089i -1.3652 +11.6041i
    0    0    0    0 -1.3652 +11.6041i 2.5528 -17.3382i
    0    0    0    0 -1.9422 +10.5107i    0
    0    0 +16.0000i    0    0    0 -1.1876 + 5.9751i
    0    0    0 +17.0648i    0    0

Columns 6 through 9
    0    0    0    0
    0    0 +16.0000i    0    0
    0    0    0    0 +17.0648i
-1.9422 +10.5107i    0    0    0
    0 -1.1876 + 5.9751i    0    0
3.2242 -15.8409i    0    0 -1.2820 + 5.5882i
    0    2.8047 -35.4456i -1.6171 +13.6980i    0
    0 -1.6171 +13.6980i 2.7722 -23.3032i -1.1551 + 9.7843i
-1.2820 + 5.5882i    0 -1.1551 + 9.7843i    2.4371 -32.1539i

det(Ybus_load) = 3.2821e+009 +5.2182e+009i (1 punto)
abs(det(Ybus_load))= 6.1646e+009

```

2.5. Determinar el porcentaje de variación en la magnitud de la corriente de falla en la barra 2, respecto a la calculada en 2.2 [2pts]

A partir de la nueva matriz admitancia se barra se calcula la matriz impedancia de barra:

```

Zbus =
Columns 1 through 5
    0.0103 - 0.62225i -0.0046 - 0.7614i -0.0061 - 0.7644i 0.0103 - 0.6801i 0.0053 - 0.7178i
-0.0046 - 0.7614i 0.0089 - 0.6194i 0.0001 - 0.7484i -0.0046 - 0.7614i -0.0029 - 0.7439i
-0.0061 - 0.7644i 0.0001 - 0.7484i 0.0096 - 0.6249i -0.0061 - 0.7644i -0.0058 - 0.7691i
0.0103 - 0.6801i -0.0046 - 0.7614i -0.0061 - 0.7644i 0.0103 - 0.6801i 0.0053 - 0.7178i
0.0053 - 0.7178i -0.0029 - 0.7439i -0.0058 - 0.7691i 0.0053 - 0.7178i 0.0099 - 0.6803i
0.0032 - 0.7208i -0.0056 - 0.7686i -0.0037 - 0.7475i 0.0032 - 0.7208i -0.0004 - 0.7474i
-0.0046 - 0.7614i 0.0089 - 0.6819i 0.0001 - 0.7484i -0.0046 - 0.7614i -0.0029 - 0.7439i
-0.0061 - 0.7684i 0.0047 - 0.7150i 0.0035 - 0.7268i -0.0060 - 0.7684i -0.0048 - 0.7601i
-0.0061 - 0.7644i 0.0001 - 0.7484i 0.0096 - 0.6835i -0.0061 - 0.7644i -0.0058 - 0.7691i

Columns 6 through 9
    0.0032 - 0.7208i -0.0046 - 0.7614i -0.0060 - 0.7684i -0.0061 - 0.7644i
-0.0056 - 0.7686i 0.0089 - 0.6819i 0.0047 - 0.7150i 0.0001 - 0.7484i
-0.0037 - 0.7475i 0.0001 - 0.7484i 0.0035 - 0.7268i 0.0096 - 0.6835i
0.0032 - 0.7208i -0.0046 - 0.7614i -0.0060 - 0.7684i -0.0061 - 0.7644i
-0.0004 - 0.7474i -0.0029 - 0.7439i -0.0048 - 0.7601i -0.0058 - 0.7691i
0.0111 - 0.6810i -0.0056 - 0.7686i -0.0055 - 0.7656i -0.0037 - 0.7475i
-0.0056 - 0.7686i 0.0089 - 0.6819i 0.0047 - 0.7150i 0.0001 - 0.7484i
-0.0055 - 0.7656i 0.0047 - 0.7150i 0.0086 - 0.6831i 0.0035 - 0.7268i
-0.0037 - 0.7475i 0.0001 - 0.7484i 0.0035 - 0.7268i 0.0096 - 0.6835i

det(Zbus) = -2.9286e-010 -2.8595e-010i
abs(det(Zbus^-1)) = 4.0931e-010

```

Al ocurrir una falla en la barra 2, se tiene que la corriente de falla es fácilmente calculada como:

$$\bar{I}_2 = \frac{V_{pff}}{Z_{22}}$$

Sustituyendo valores se obtiene:

$$I_2 = 2.6887 - 0.8496i$$

$$I_2 = 2.81975 \angle -17.5354$$

En forma general se calcula la corriente de falla de todas las barras:

Corriente de Cortocircuito en Barras

$$I_1 = 2.92959 \angle -15.8058$$

$$I_2 = 2.81975 \angle -17.5354$$

$$I_3 = 2.7236 \angle -18.3115$$

$$I_4 = 3.0272 \angle -6.14741$$

$$I_5 = 3.14496 \angle -2.90283$$

$$I_6 = 2.99963 \angle -5.30772$$

$$I_7 = 2.93205 \angle -7.47196$$

$$I_8 = 2.96228 \angle -5.38982$$

$$I_9 = 2.83159 \angle -9.24801$$

(2.5) Determinar el porcentaje de variación en la magnitud de la corriente de falla en la barra 2, respecto a la calculada en 2.2 [2pts]

Barra	Diferencia en Magnitud [p.u]	Diferencia en Angulo de fase [Grados]
1	-1.3234	104.8568
2	-1.2054	106.7085
3	-1.1235	107.4295
4	-1.5570	95.2787
5	-1.6753	92.0723
6	-1.5314	94.3743
7	-1.4656	96.7209
8	-1.4984	94.6700
9	-1.3686	98.4416

2.6. Empleando reducción matricial, proceda a determinar la matriz admitancia de barra equivalente, para representar solo hasta las barras 1, 2 y 3 (aplicar reducción matricial para eliminar las barras 4 a la 9) [2 pts]

Para efectuar esto, solo hay que aplicar reducción de Kron, dividiendo la matriz en cuatro submatrices:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_A & Y_B \\ Y_D & Y_C \end{bmatrix} \text{ y se aplica: } Y_{bus}^{red} = Y_A - Y_B Y_D^{-1} Y_C$$

Para el caso de la matriz, sin incluir las cargas resulta:

Y_A =

$$\begin{bmatrix} 0 & -17.3611i & 0 \\ 0 & 0 & -16.0000i \\ 0 & 0 & 0 & -17.0648i \end{bmatrix}$$

Y_B =

Columns 1 through 5

$$\begin{bmatrix} 0 & +17.3611i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & +16.0000i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Column 6

```

0
0
0 +17.0648i

YC =
0 +17.3611i      0      0
0      0      0
0      0      0
0      0 +16.0000i  0
0      0      0
0      0      0 +17.0648i

YD =
Columns 1 through 5
3.3074 -39.3089i -1.3652 +11.6041i -1.9422 +10.5107i      0      0
-1.3652 +11.6041i  2.5528 -17.3382i      0      -1.1876 + 5.9751i      0
-1.9422 +10.5107i      0      3.2242 -15.8409i      0      0
0      -1.1876 + 5.9751i      0      2.8047 -35.4456i -1.6171 +13.6980i
0      0      0      -1.6171 +13.6980i  2.7722 -23.3032i
0      0      -1.2820 + 5.5882i      0      -1.1551 + 9.7843i

Column 6
0
0
-1.2820 + 5.5882i
0
-1.1551 + 9.7843i
2.4371 -32.1539i

YD^-1 =
Columns 1 through 5
3.3074 -39.3089i -1.3652 +11.6041i -1.9422 +10.5107i      0      0
-1.3652 +11.6041i  2.5528 -17.3382i      0      -1.1876 + 5.9751i      0
-1.9422 +10.5107i      0      3.2242 -15.8409i      0      0
0      -1.1876 + 5.9751i      0      2.8047 -35.4456i -1.6171 +13.6980i
0      0      0      -1.6171 +13.6980i  2.7722 -23.3032i
0      0      -1.2820 + 5.5882i      0      -1.1551 + 9.7843i

Column 6
0
0
-1.2820 + 5.5882i
0
-1.1551 + 9.7843i
2.4371 -32.1539i

Ybus =
0.5377 - 4.3456i -0.2357 + 2.4286i -0.2956 + 2.4171i
-0.2357 + 2.4286i  0.3866 - 4.9455i -0.1537 + 2.9524i
-0.2956 + 2.4171i -0.1537 + 2.9524i  0.4474 - 4.9023i

```

Quando se han incluido las cargas en la matriz admitencia de barra resulta:

```

YA =
0 -17.3611i      0      0
0      0 -16.0000i  0
0      0      0 -17.0648i

YB =
Columns 1 through 5
0 +17.3611i      0      0      0      0
0      0      0      0 +16.0000i  0
0      0      0      0      0

Column 6
0
0
0 +17.0648i

YC =
0 +17.3611i      0      0
0      0      0
0      0 +16.0000i  0
0      0      0
0      0      0 +17.0648i

YD =
Columns 1 through 5
3.3074 -39.3089i -1.3652 +11.6041i -1.9422 +10.5107i      0      0
-1.3652 +11.6041i  3.8028 -17.8382i      0      -1.1876 + 5.9751i      0

```

```

-1.9422 +10.5107i      0      4.1242 -16.1409i      0      0
0      -1.1876 + 5.9751i      0      2.8047 -35.4456i      -1.6171 +13.6980i
0      0      0      -1.6171 +13.6980i      3.7722 -23.6532i
0      0      -1.2820 + 5.5882i      0      -1.1551 + 9.7843i

```

Column 6

```

0
0
-1.2820 + 5.5882i
0
-1.1551 + 9.7843i
2.4371 -32.1539i

```

YD⁻¹ =

Columns 1 through 5

```

3.3074 -39.3089i      -1.3652 +11.6041i      -1.9422 +10.5107i      0      0
-1.3652 +11.6041i      3.8028 -17.8382i      0      -1.1876 + 5.9751i      0
-1.9422 +10.5107i      0      4.1242 -16.1409i      0      0
0      -1.1876 + 5.9751i      0      2.8047 -35.4456i      -1.6171 +13.6980i
0      0      0      -1.6171 +13.6980i      3.7722 -23.6532i
0      0      -1.2820 + 5.5882i      0      -1.1551 + 9.7843i

```

Column 6

```

0
0
-1.2820 + 5.5882i
0
-1.1551 + 9.7843i
2.4371 -32.1539i

```

Ybus =

```

1.1084 - 4.6975i      0.0982 + 2.2563i      0.0088 + 2.2724i
0.0982 + 2.2563i      0.7409 - 5.1175i      0.1287 + 2.8224i
0.0088 + 2.2724i      0.1287 + 2.8224i      0.7278 - 5.0267i

```

(2.6) Finalmente se presentan las dos matrices reducidas del sistema:

Sin incluir la carga

Ybus =

```

0.5377 - 4.3456i      -0.2357 + 2.4286i      -0.2956 + 2.4171i
-0.2357 + 2.4286i      0.3866 - 4.9455i      -0.1537 + 2.9524i
-0.2956 + 2.4171i      -0.1537 + 2.9524i      0.4474 - 4.9023i
det(Ybus) = 4.7302 -24.7835i
abs(det(Ybus)) = 25.2309

```

Incluyendo la carga

Ybus =

```

1.1084 - 4.6975i      0.0982 + 2.2563i      0.0088 + 2.2724i
0.0982 + 2.2563i      0.7409 - 5.1175i      0.1287 + 2.8224i
0.0088 + 2.2724i      0.1287 + 2.8224i      0.7278 - 5.0267i
det(Ybus) = -55.1077 - 9.2921i
abs(det(Ybus)) = 55.8856

```

Problema #3 [2Pts]. Suponga que un sistema de potencia como el mostrado en la figura. Construir paso a paso la matriz impedancia de barra siguiendo la siguiente Lista de Construcción: Paso 1: Agregar el Elemento 0-1, \hat{Z}_{01} , Paso 2: Agregar el Elemento 1-2, \hat{Z}_{12} , Paso 3: Agregar el Elemento 0-2, \hat{Z}_{03} . Demostrar todas las ecuaciones necesarias en el Paso 3.