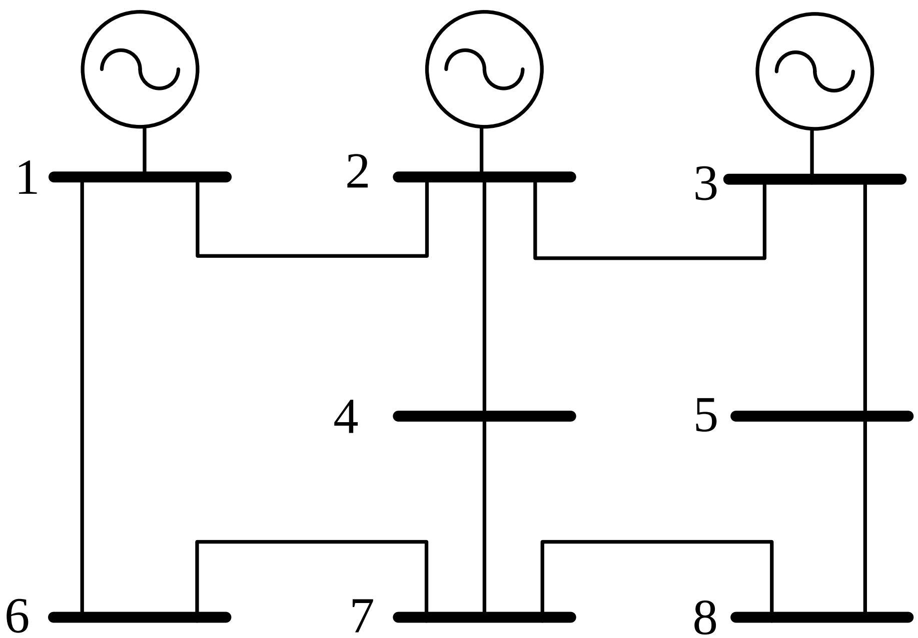
Anexo 1.1
Operación Matriciales y Matrices en Sistemas de Potencia

Prof. Francisco M. Gonzalez-Longatt
fglongatt@ieee.org
http://www.giaelec.org/fglongatt/SP2.htm

1. Ejemplo

- Considere la red mostrada en la Figura, y los siguientes datos.



Línea	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Ejemplo

- La matriz que caracteriza la red es formada por el ensamble de los elementos del sistema uno a la vez, y por la modificación de la matriz para reflejar el cambio en la impedancia equivalente de la red por la adición de la línea.
- La lista de líneas ha sido reordenada desde una lista aleatoria a una secuencia tal que es posible conectar cada línea al sistema cuando esta es seleccionada desde la lista de procesamiento.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Adición de la Primera línea

- La primera línea debe ser siempre una línea conectada a referencia.
- La línea 0-1 debe ser la primera línea procesada.

Línea	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Adición de la Primera línea

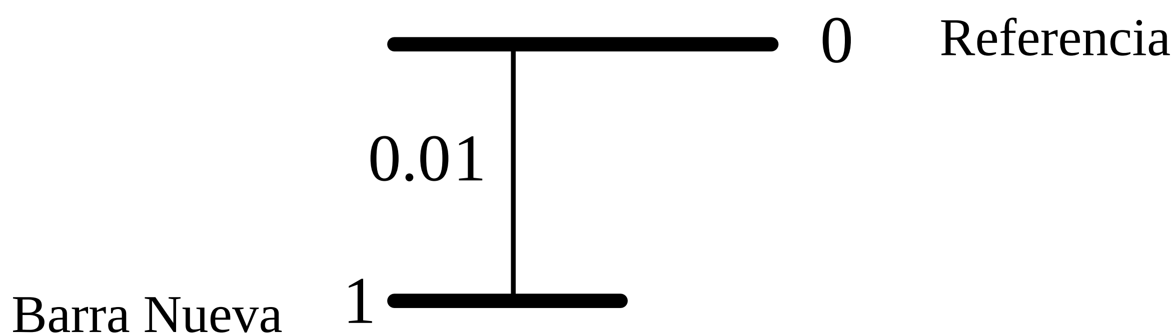
- En este punto, no hay red, no hay matriz, y no hay entrada en la lista de barras que describe el sistema.
- Las barras 0 y 1 son examinada y comparadas con la lista de barras del sistema para determinar el tipo de línea y el algoritmo a ser usado.

Línea	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Adición de la Primera línea

- La línea es del tipo de una línea *conectada desde referencia a la barra 1*.
- La barra 1 es comparada con las lista del sistema.
- En este punto no hay barras en el sistema.
- Esta línea de tal modo, es una degeneración del cado de la adición de una nueva barra.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Adición de la Primera línea

- Es imposible agregar una fila y columnas de ceros a la matriz debido a que no existe matriz en este punto.
- Los elementos de la diagonal del nuevo eje es la impedancia de la línea a ser agregada, $\hat{Z}_{01} = 0.01 jp.u$.
- La nueva barra es agregada a la lista de barra.
- Luego de agregar esta primera línea, se tiene:

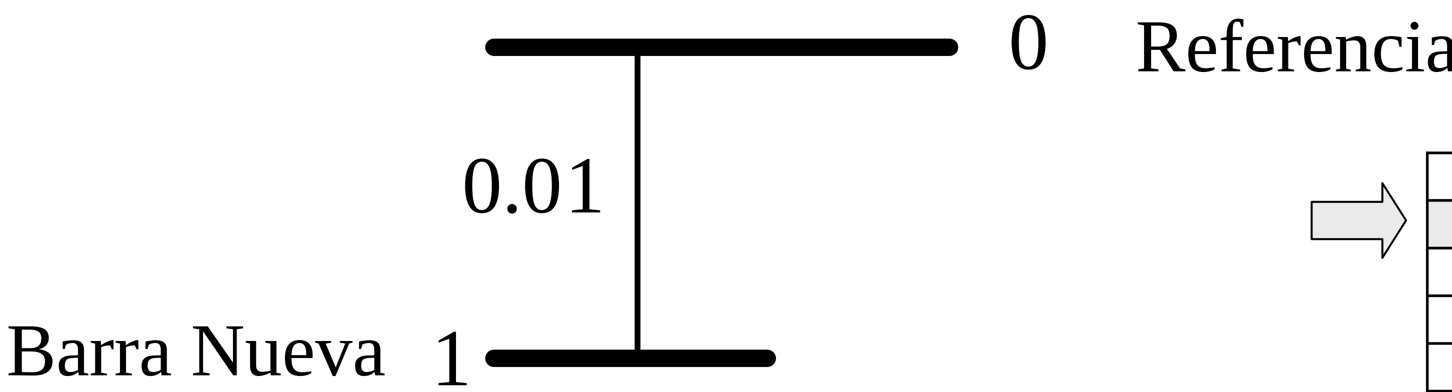
$$Z_{bus} = \left[0.01\right]$$

Lista de barras = 1

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Adición de la Primera línea

- El diagrama del sistema es mostrado abajo.



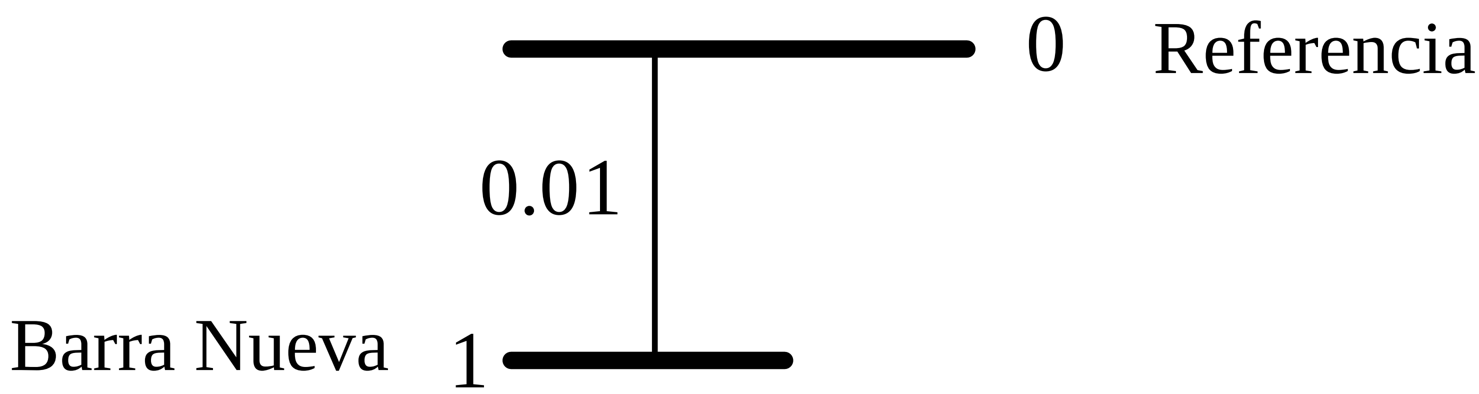
Línea	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

$$Z_{bus} = [0.01]$$

Lista de barras = 1

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

- La matriz dice que una corriente inyectada a la barra 1 podría causar un voltaje de 0.01 p.u, en la barra 1 cuando se mide con respecto a la barra de referencia.



$$Z_{bus} = \left[0.01\right]$$

Lista de barras = 1

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.2. Adición de la Segunda línea.

- La próxima línea (0-2) es seleccionada desde la lita de procesamiento.

Línea	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

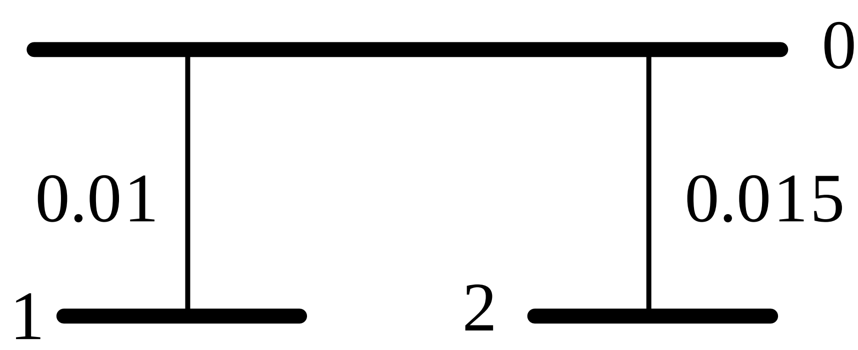
1.1.2. Adición de la Segunda línea.

- Examinando las barras de numero 0 y 2, y comparando con la lista de barras del sistema, se muestra que esta línea se encuentra conectada entre *referencia y una barra nueva*, la barra 2.
- Esta operación es también del tipo 1.
- Aumentando la matriz en una fila y una columna de ceros.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

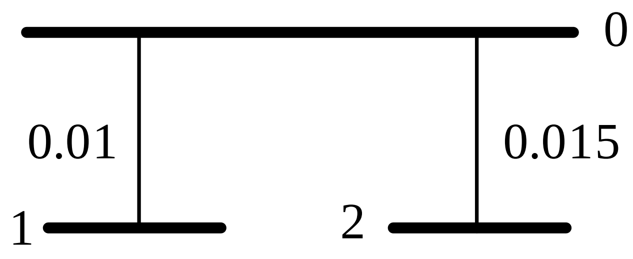
- El elemento de la diagonal de la nueva fila y columna es la impedancia de la nueva línea, $\hat{Z}_{02} = 0.015\,j p.u.$
- Agregando la barra 2 a la lista resulta:

$$Z_{bus} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array}\begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.015 \end{bmatrix} \qquad \text{Lista de barras} = 1,2$$



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

- La matriz muestra que una inyección de una corriente unitaria en la barra 1 y saliendo en referencia, causa un voltaje de 0.01 en la barra 1, y un voltaje cero aparezca en la barra 2.
- Y una inyección de corriente unitaria en la barra 2 producirá un voltaje de 0.015 *p.u*, en la barra 2 y un voltaje cero en la barra 1.



$$Z_{bus} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array}\begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.015 \end{bmatrix}$$

Lista de barras = 1,2

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.3. Adición de la Tercera línea.

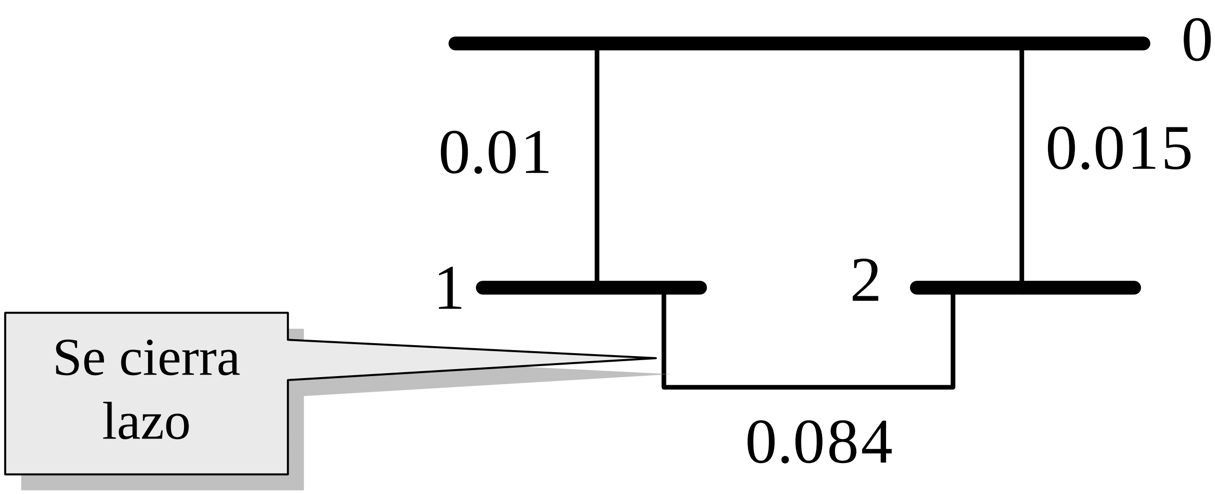
- La próxima línea (1-2) es seleccionada desde la lista de procesamiento.

Línea	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.3. Adición de la Tercera línea.

- Un examen en la lista de barras, muestra que esta *línea no posee una línea a referencia*.
- Comparando con los números de barra de la línea con las barras del sistema, se verifica que es una operación del tipo 3 (*cierre de un lazo, o agregar un elemento entre dos barras existentes*).



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.3. Adición de la Tercera línea.

- La matriz es aumentada por una fila y columna *lazo*, los cuales son matemáticamente obtenidos sus elementos por la diferencia de las columnas (o filas) correspondientes a las barras 1 y 2.

$$
Z_{bus} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ loop \end{array} \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0.01 \\ 0 & 0.015 & -0.015 \\ 0.01 & -0.015 & 0.109 \end{bmatrix}
$$

Lista de barras = 1,2, *loop*

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.3. Adición de la Tercera línea.

- El elemento de la diagonal es obtenido por la respectiva ecuación teórica de $Z_{lazo,lazo}$.

$$Z_{bus} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ loop \end{array} \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0.01 \\ 0 & 0.015 & -0.015 \\ 0.01 & -0.015 & \boxed{0.109} \end{bmatrix}$$

$$Z_{Lazo,Lazo} = Z_{pp} + Z_{qq} - 2Z_{pq} + \hat{Z}_{pq}$$

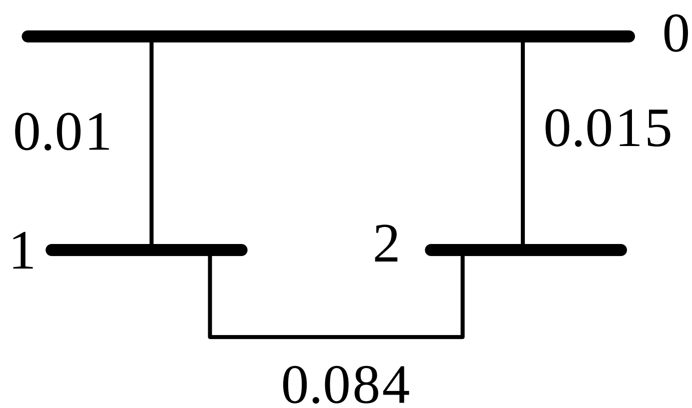
$$p = 1$$
$$q = 2$$

Lista de barras = 1,2, *loop*

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.3. Adición de la Tercera línea.

- El diagrama del sistema es mostrado en la siguiente figura.



Lista de barras = 1,2, *loop*

$$Z_{bus} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ loop \end{array} \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0.01 \\ 0 & 0.015 & -0.015 \\ 0.01 & -0.015 & 0.109 \end{bmatrix}$$

1.1.3. Adición de la Tercera línea.

- La matriz es reducida por la aplicación de la *reducción de Kron*.

$$\mathbf{Z_{bus}} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{Z_1} & \mathbf{Z_2} \\ \hline \mathbf{Z_3} & \mathbf{Z_4} \end{array}\right] \qquad \mathbf{Z_{bus}^{Nueva}} = \mathbf{Z_1} - \mathbf{Z_2}\mathbf{Z_4^{-1}}\mathbf{Z_3}$$

- Como se conoce de teoría, la reducción de Kron es importantemente reducida cuando un solo orden (una fila una columna) esta involucrada en la reducción.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.3. Adición de la Tercera línea.

$$\mathbf{Z}_{\mathbf{bus}}^{\mathbf{Nueva}} = \mathbf{Z}_{\mathbf{1}} - \mathbf{Z}_{\mathbf{2}}\mathbf{Z}_{\mathbf{4}}^{-\mathbf{1}}\mathbf{Z}_{\mathbf{3}}$$

- En este caso se transforma en $1/Z_4$, y no se requiere invertir una matriz (con todas las complicaciones asociadas).
- La modificación de los elementos que están fuera de la columna y fila lazo puede ser mas fácilmente llevada a cabo elemento a elemento, más que empleando la ecuación en su versión matricial.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.3. Adición de la Tercera línea.

- Se puede verificar fácilmente que la modificación para un elemento, Z_{ij} es simplemente:

$$Z'_{ij} = Z_{ij} - Z_{i-loop}\left(\frac{1}{Z_{loop,loop}}\right)Z_{loop-j}$$

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccc} \quad & j & \quad & loop \end{array} \\
\begin{array}{c} i \\ \\ loop \end{array} & \left[\begin{array}{cccc} - & Z_{ij} & \rightarrow & Z_{i-loop} \\ & \downarrow & & \\ & Z_{loop-j} & \rightarrow & Z_{loop-loop} \end{array}\right]
\end{array}
$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.3. Adición de la Tercera línea.

- Aplicando la ecuación antes definida, se procede a modificar todos los elementos que no pertenecen al orden del *loop*.
- En este caso, la fila y columna lazo son eliminados.

$$Z_{bus} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ loop \end{array} \left[\begin{array}{cc|c} 0.01 & 0 & 0.01 \\ 0 & 0.015 & -0.015 \\ \hline 0.01 & -0.015 & 0.109 \end{array} \right]$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.3. Adición de la Tercera línea.

- En este caso, la fila y columna lazo son eliminados.

$$Z'_{11} = Z_{11} - Z_{1-loop}\left(\frac{1}{Z_{loop-loop}}\right)Z_{loop-1}$$

$$Z'_{11} = 0.01 - \frac{0.01 \times 0.01}{0.109}$$

$$\boxed{Z'_{11} = 0.00908257\,p.u}$$

$$Z'_{12} = Z_{12} - Z_{1-loop}\left(\frac{1}{Z_{loop-loop}}\right)Z_{loop-2}$$

$$Z'_{12} = 0 - \frac{0 \times -0.015}{0.109}$$

$$\boxed{Z'_{12} = 0.00137615\,p.u}$$

1.1.3. Adición de la Tercera línea.

- En este caso, la fila y columna lazo son eliminados.

$$Z'_{22} = Z_{22} - Z_{2-loop}\left(\frac{1}{Z_{loop-loop}}\right)Z_{loop-2}$$

$$Z'_{22} = 0.015 - \frac{-0.015 \times -0.015}{0.109}$$

$$\boxed{Z'_{22} = 0.01293579\, p.u}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.3. Adición de la Tercera línea.

- La matriz modificada es:

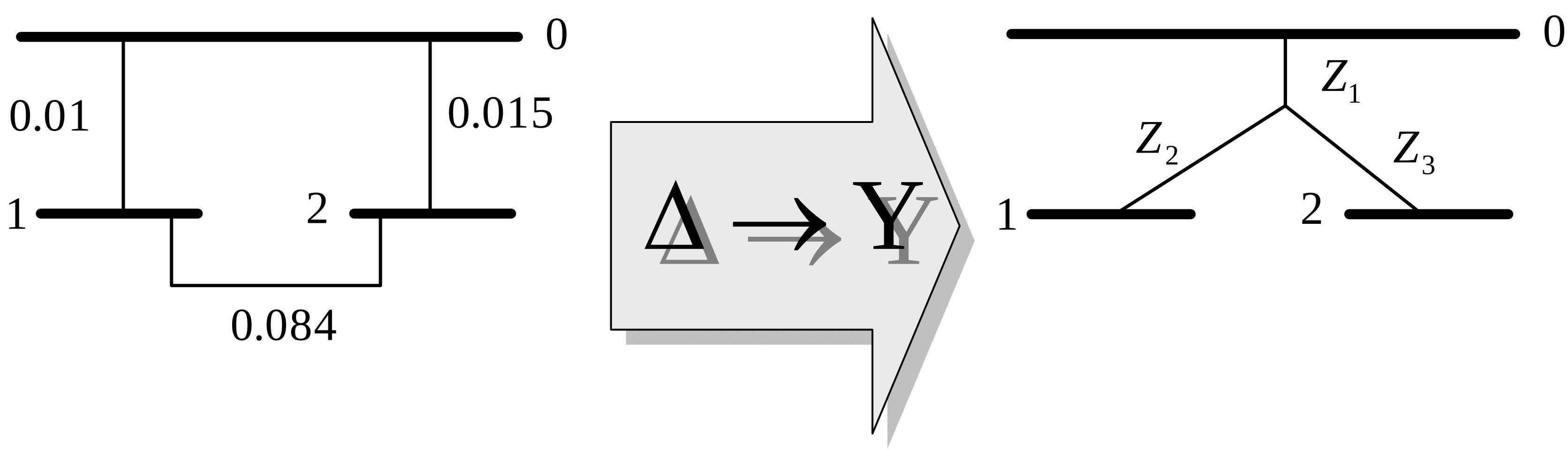
$$Z_{bus} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \begin{bmatrix} 0.00908257 & 0.00137615 \\ 0.00137615 & 0.01293579 \end{bmatrix}$$

Lista de barras = 1,2, *loop*

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.4. Reducción Matricial - Una conversión Delta-Estrella.

- La reducción matricial puede ser vista como una reducción delta-estrella de la red.
- Los tres enlaces en la operación anterior forma una delta cuyos vértices son referencia, barra 1 y barra 2, la cual puede ser transformada empleando la conversión estándar delta estrella



1.1.4. Reducción Matricial - Una conversión Delta-Estrella.

- La barra 1 y barra 2, la cual puede ser transformada empleando la conversión estándar delta estrella.

$$Z_1 = \frac{0.01 \times 0.015}{0.01 + 0.015 + 0.084}$$

$$\boxed{Z_1 = 0.00137615}$$

$$Z_2 = \frac{0.01 \times 0.084}{0.01 + 0.015 + 0.084}$$

$$\boxed{Z_2 = 0.00770642}$$

$$Z_3 = \frac{0.015 \times 0.084}{0.01 + 0.015 + 0.084}$$

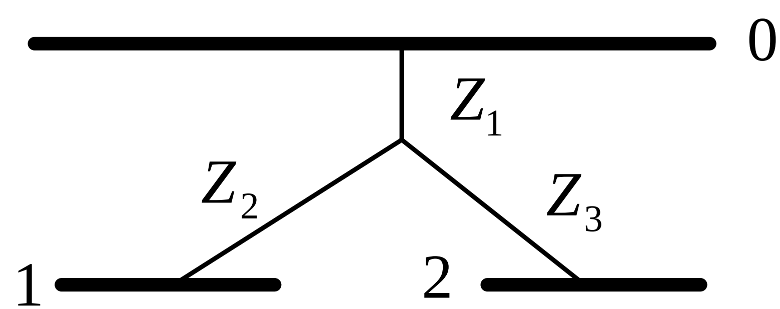
$$\boxed{Z_3 = 0.001155964}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.4. Reducción Matricial - Una conversión Delta-Estrella.

- Si la red de la siguiente figura, se le inyecta una corriente unitaria en la barra 1, la impedancia en el punto de inyección Z_{11}, es la suma de Z_1 y Z_2.

$$Z_{11} = 0.00137615 + 0.0077062 = 0.00908257$$



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.4. Reducción Matricial - Una conversión Delta-Estrella.

- El voltaje de la barra 2 es igual a la caída de voltaje en la impedancia Z_1 = 0.00137615.
- Esta es la impedancia de transferencia, Z_{12}.
- En el punto de inyección de la barra 2, se obtiene una impedancia por el drenado de una corriente de uno por unidad en la barra 2 de:

$$Z_{22} = Z_1 + Z_3 = 0.01293579$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.4. Reducción Matricial - Una conversión Delta-Estrella.

- Esos valores concuerdan con la matriz obtenida por la reducción de Kron.
- Entonces la reducción puede ser vista como una reducción de red o como una manipulación algebraica.

$$Z_{bus} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \left[\begin{array}{c:c} 0.00908257 & 0.00137615 \\ \hdashline 0.00137615 & 0.01293579 \end{array} \right]$$

$$Z_{11} = 0.00908257 \qquad Z_{22} = 0.01293579$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.5. Adición de la Cuarta Línea.

- Continuando con el algoritmo de construcción se procede a procesar la selección de la próxima línea, 0-3.

Línea	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.5. Adición de la Cuarta Línea.

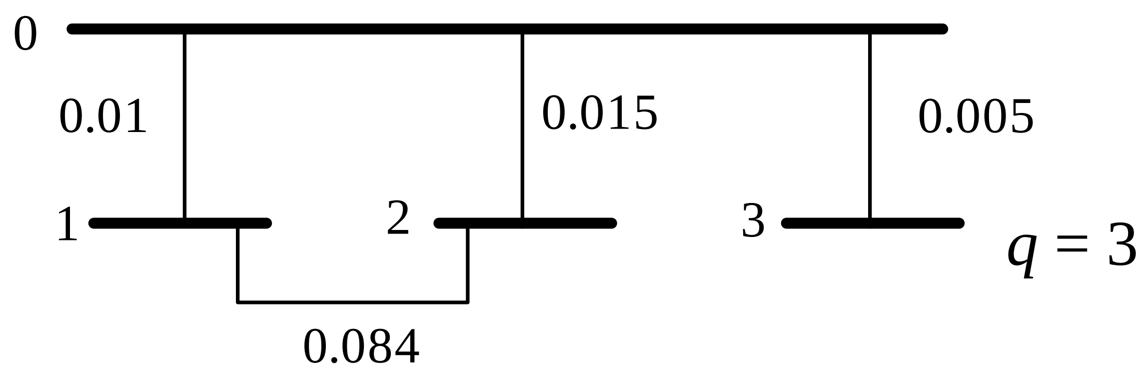
- Continuando con el algoritmo de construcción se procede a procesar la selección de la próxima línea, 0-3.
- Esta línea es identificada como una línea de tipo 1, es decir una línea entre referencia y una barra nueva, 3.
- La matriz es aumentada en una fila y una columna de ceros y la diagonal de esta, es el valor de la línea a agregar

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

- La matriz es aumentada en una fila y una columna de ceros y la diagonal de esta, es el valor de la línea a agregar $\hat{Z}_{03} = 0.005\, jp.u$
- La nueva barra es agregada a la lista de barras.

$$Z_{bus} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \begin{bmatrix} 0.00908257 & 0.00137615 & 0 \\ 0.00137615 & 0.01293579 & 0 \\ 0 & 0 & 0.005 \end{bmatrix}$$

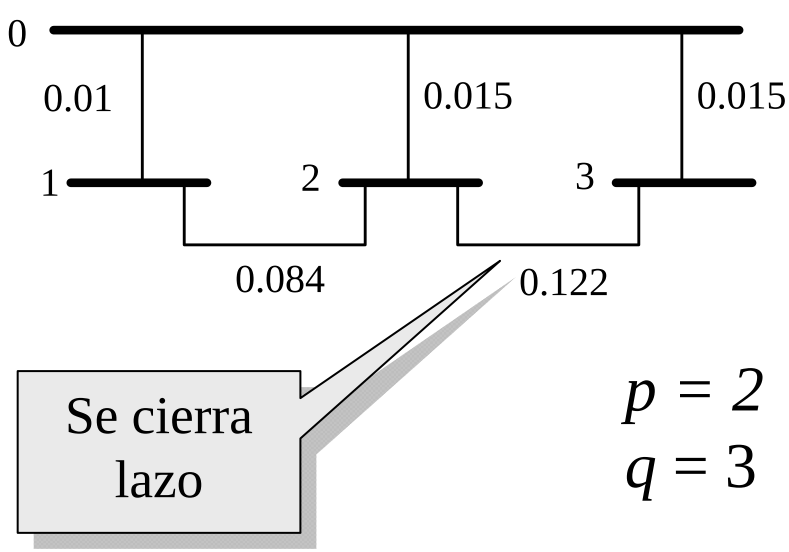
Lista de barras = 1,2,3



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.6. Adición de la Quinta Línea.

- La próxima línea en la lista de datos (2-3) es una línea que cierra lazo, debido a que ambas barras estan en la lista de barras del sistema.



$p = 2$
$q = 3$

Línea	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

1.1.6. Adición de la Quinta Línea.

- La fila y columna de lazo es la diferencia de las columnas correspondientes a las barras 2 y 3.
- El elemento de la diagonal es dado por:

$$Z_{loop-loop} = Z_{22} + Z_{33} - 2Z_{23} + \hat{Z}_{23}$$

$$Z_{loop-loop} = 0.01293578 + 0.005 - 2\times 0 + 0.122$$

$$\boxed{Z_{loop-loop} = 0.13993578}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.6. Adición de la Quinta Línea.

- La matriz aumentada es:

$$Z_{bus} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ loop \end{array} \begin{bmatrix} 0.00908257 & 0.00137615 & 0 & 0.00137615 \\ 0.00137615 & 0.01293579 & 0 & 0.01293579 \\ & & 0.005 & -0.005 \\ & & & 0.13935579 \end{bmatrix}$$

Lista de barras = 1,2,3, *loop*

- Se debe aplicar reduccion de Kron.

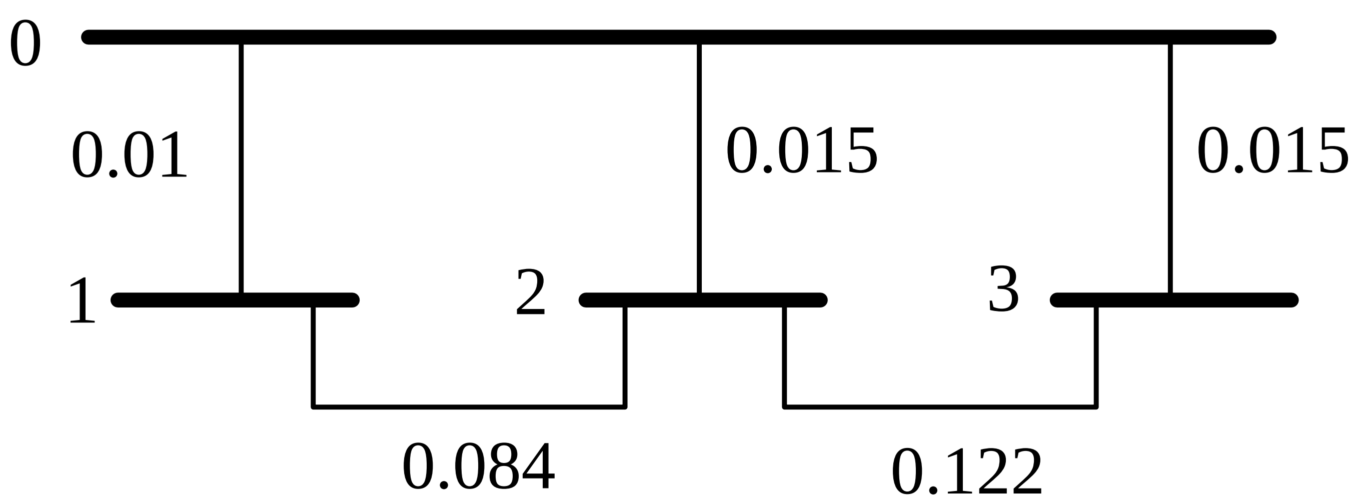
Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.6. Adición de la Quinta Línea.

- Aplicando la reducción de Kron:

$$Z_{bus} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \begin{bmatrix} 0.00906904 & 0.00124893 & 0.00004917 \\ 0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 \\ 0.00004917 & 0.00046220 & 0.00482135 \end{bmatrix}$$

Lista de barras = 1,2,3

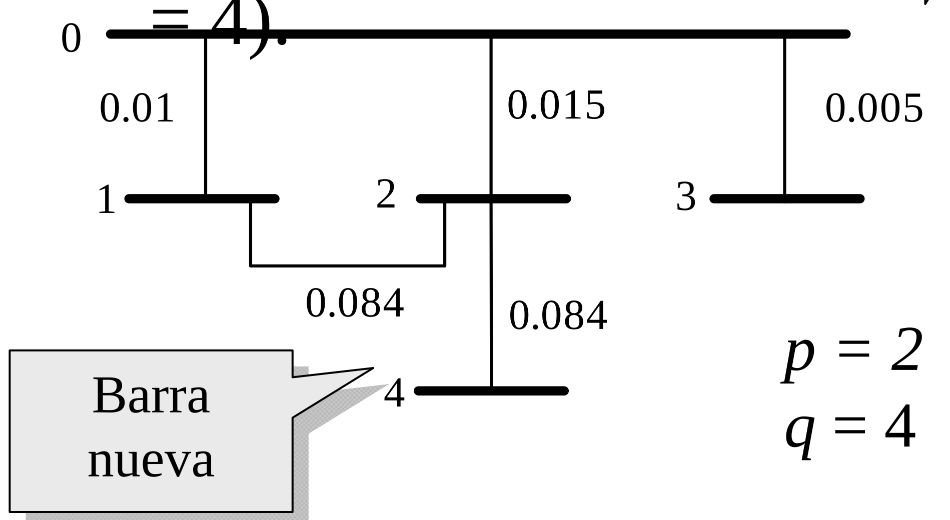


Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.7. Adición de la Sexta Línea.

- La línea 2-4, es identificado como una línea del tipo 2, es decir, una línea entre una barra existente (p = 2) y una barra nueva (q = 4).

Línea	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140



p = 2
q = 4

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.7. Adición de la Sexta Línea.

- Una nueva fila y columna deben ser agregadas la matriz.
- El elemento de la diagonal es dado por:

$$Z_{44} = Z_{22} + \hat{Z}_{24} = 0.011739999 + 0.084 = 0.095739999$$

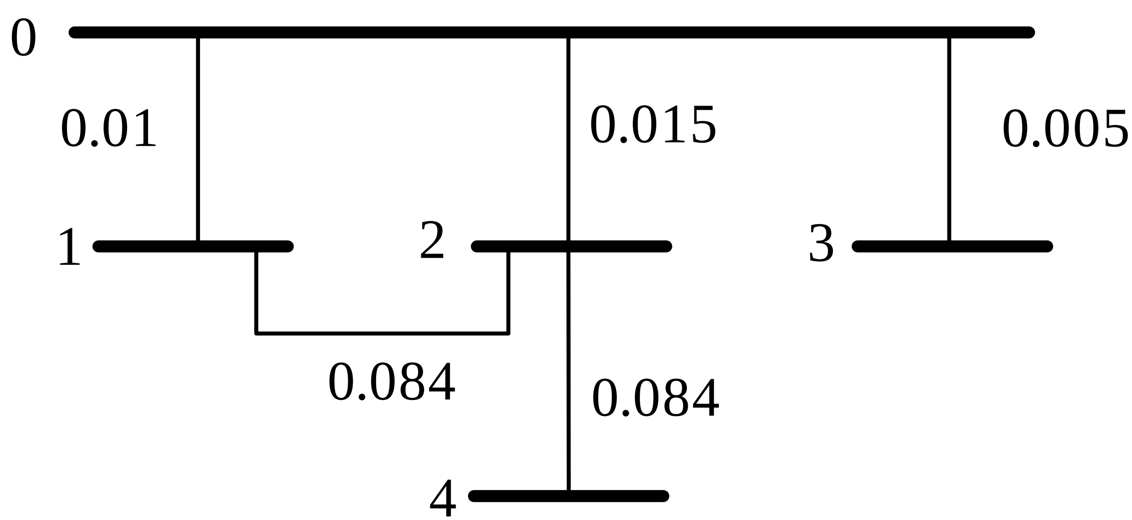
- Los elementos fuera de la diagonal son obtenidos de maneta muy sencilla.
- La columna correspondiente a la barra 4 es idéntica a la columna de la barra 2.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.7. Adición de la Sexta Línea.

$$
Z_{bus} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{bmatrix} 0.00906904 & 0.00124893 & 0.00004917 & 0.00124893 \\ 0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.01178999 \\ 0.00004917 & 0.00046220 & 0.00482135 & 0.00046220 \\ 0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.09573999 \end{bmatrix}
$$

Lista de barras = 1,2,3,4



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.7. Adición de la Sexta Línea.

- La columna correspondiente a la barra 4 es idéntica a la columna de la barra 2.

$$Z_{bus} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{bmatrix} 0.00906904 & 0.00124893 & 0.00004917 & 0.00124893 \\ 0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.01178999 \\ 0.00004917 & 0.00046220 & 0.00482135 & 0.00046220 \\ 0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.09573999 \end{bmatrix}$$

Lista de barras = 1,2,3,4

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.8. Adición de la Línea Siete.

- La adición de la línea 3-5, es una línea de tipo 2, es decir entre una barra existente (p =3) y una barra nueva (q = 5).

Línea	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

- El elemento de la diagonal resulta:

$$Z_{55} = Z_{33} + \hat{Z}_{35} = 0.00482135 + 0.037 = 0.04182135$$

- La columna 5 es el duplicado de la columna 5, resultando:

$$Z_{bus} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 0.00906904 & 0.00124893 & 0.00004917 & 0.00124893 & 0.00004917 \\ 0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.01178999 & 0.00046220 \\ 0.00004917 & 0.00046220 & 0.00482135 & 0.00046220 & 0.00482135 \\ 0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.09573999 & 0.00046220 \\ 0.00004917 & 0.00046220 & 0.00482135 & 0.00046220 & 0.04182135 \end{bmatrix}$$

Lista de barras = 1,2,3,4,5

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

- Finalmente se tiene:

$$
Z_{bus} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 0.00906904 & 0.00124893 & 0.00004917 & 0.00124893 & 0.00004917 \\ 0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.01178999 & 0.00046220 \\ 0.00004917 & 0.00046220 & 0.00482135 & 0.00046220 & 0.00482135 \\ 0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.09573999 & 0.00046220 \\ 0.00004917 & 0.00046220 & 0.00482135 & 0.00046220 & 0.04182135 \end{bmatrix}
$$

Lista de barras = 1,2,3,4,5

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.9. Adición de la Línea Ocho.

- La adición al sistema de la línea 1-6 la cual es desde la barra existente $p = 1$ a la nueva barra $q = 6$, y es llevado a cabo como se indico en la línea 3-5 (línea tipo 2).

Línea	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.10. Adición de la Línea Nueve.

- La línea 6-7, es también del tipo 2, en la cual la línea esta entre una barra existente la p =6 y una barra nueva la q = 7.
- El proceso ya ha sido ilustrado en detalles en pasos anteriores.

Línea	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.10. Adición de la Línea Nueve.

- Luego de estos dos pasos, la matriz debe incluir las dos líneas ya descritas, siendo la matriz definitiva en estos pasos:

$$
Z_{bus} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array}
\begin{pmatrix}
0.00906904 & 0.00124893 & 0.00004917 & 0.00124893 & 0.00004917 & 0.00906904 & 0.00906904 \\
0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.00906904 & 0.00906904 \\
0.00004917 & 0.00046220 & 0.00482135 & 0.00046220 & 0.00482135 & 0.00004917 & 0.00004917 \\
0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.09573999 & 0.00046220 & 0.00124893 & 0.00124893 \\
0.00004917 & 0.00046220 & 0.00482135 & 0.00046220 & 0.04182135 & 0.00004917 & 0.00004917 \\
0.00906904 & 0.00124893 & 0.00004917 & 0.00124893 & 0.00004917 & 0.13506904 & 0.13506904 \\
0.00906904 & 0.00124893 & 0.00004917 & 0.00124893 & 0.00004917 & 0.13506904 & 0.30306904
\end{pmatrix}
$$

Lista de barras = 1,2,3,4,5,6,7

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.11. Adición de la Línea Diez.

- La línea 4-7 es una línea que cierra lazo, debido a que ambas barras ya están dentro del sistema.

$$p = 4$$

$$q = 7$$

- Elemento de unión entre dos barras existentes.

Línea	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.11. Adición de la Línea Diez.

- La columna lazo son obtenida tomando la diferencia entre la columnas 4 y 7.
- El elemento de la diagonal, queda dado por:

$$Z_{loop-loop} = Z_{44} + Z_{77} - 2Z_{47} + \hat{Z}_{47}$$

$$Z_{loop-loop} = 0.09573999 + 0.30306904 - 2 \times 0.00124893 + 0.084$$

- La fila y columna lazo se luego eliminada por el uso de la reducción de Kron, lo cual ya fue ilustrado, en pasos anteriores.

1.1.12. Adición de la Línea Onceava.

- La línea 5-8 es del tipo 2, es decir que una línea entre una barra existente (p = 5) y una barra nueva (q = 8), cuyo procedimiento ya ha sido ilustrado.

Línea	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.13. Adición de la Última Línea.

- La última línea 7-8, es una línea que cierra lazo.

$$p = 7 \text{ y } q = 8.$$

- El método ha sido ilustrado.

Línea	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.13. Adición de la Última Línea.

- La última línea 7-8, es una línea que cierra lazo.
- El método ha sido ilustrado.
- Puede ser visto fácilmente que sin importar la complejidad de la red, esta puede ser ensamblada por este simple medio, de agregar un elemento a la vez.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.13. Adición de la Última Línea.

- La matriz completa del ejemplo dado para propósitos de referencia queda dada por:

$$
Z_{bus} = \begin{array}{c} 1\\ 2\\ 3\\ 4\\ 5\\ 6\\ 7\\ 8 \end{array}
\begin{pmatrix}
0.00889104 & 0.00132842 & 0.0011167 & 0.00204268 & 0.00056903 & 0.0062615 & 0.00275695 & 0.00102639 \\
0.00132842 & 0.01134623 & 0.00055371 & 0.00833387 & 0.00137805 & 0.00303974 & 0.00532152 & 0.00220239 \\
0.0011167 & 0.00055371 & 0.00475959 & 0.00120070 & 0.00425613 & 0.00085568 & 0.00184769 & 0.00375267 \\
0.00204268 & 0.00833387 & 0.00120070 & 0.06620613 & 0.00792254 & 0.01834370 & 0.04007839 & 0.01464439 \\
0.00056903 & 0.00137805 & 0.00425613 & 0.00792254 & 0.03662437 & 0.00652532 & 0.01446703 & 0.03199261 \\
0.00626215 & 0.00303974 & 0.00085568 & 0.01834370 & 0.00652532 & 0.08999879 & 0.03364765 & 0.01219496 \\
0.00275695 & 0.00532152 & 0.00184769 & 0.04007839 & 0.01446703 & 0.03364765 & 0.07483526 & 0.02708638 \\
0.00102639 & 0.00220239 & 0.0375267 & 0.01464439 & 0.03199261 & 0.01219496 & 0.02708638 & 0.06023255
\end{pmatrix}
$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

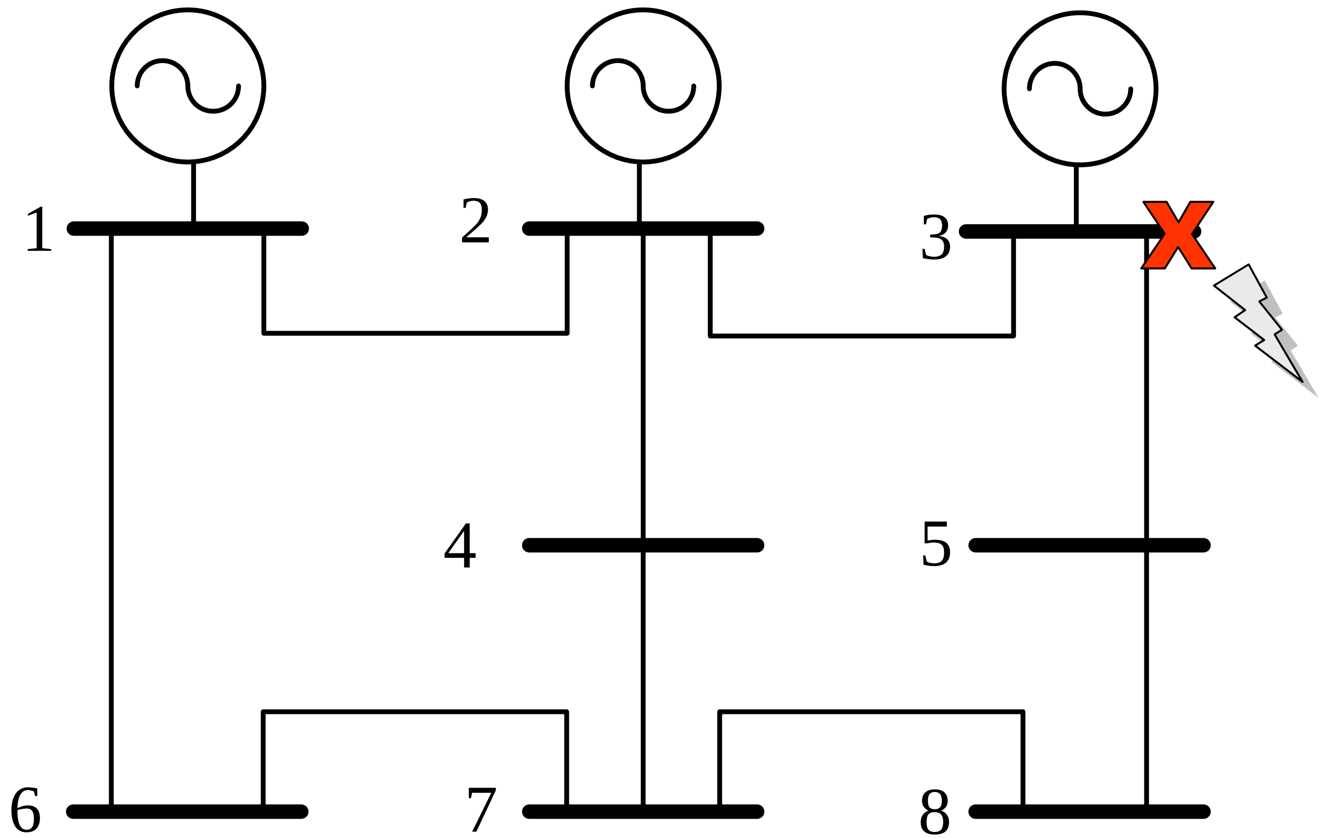
1.1.14. Análisis de Falla

- Un completo análisis de falla del sistema es posible una vez que la matriz impedancia de barra $\mathbf{Z_{bus}}$ del sistema esta completa.
- Usando los valores que están dentro de la matriz de la red.
- Para propósitos ilustrativos, considere el nodo j = 3, el cual esta en condiciones de falla.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.14. Análisis de Falla

- Para propósitos ilustrativos, considere el nodo $j = 3$, el cual esta en condiciones de falla.



1.1.14. Análisis de Falla

- El elemento de la matriz, Z_{33} = 0.00475959, significa que, si un voltaje de ese valor es aplicado entre la barra 3 y referencia, una corriente toral de 1.0 por unidad fluirá a través de la red.

$$Z_{33} = 0.00475959 \text{ p.u}$$

- El voltaje completo del generador causará una corriente que puede ser determinado considerando.

$$\frac{I'}{I} = \frac{E'}{E}$$

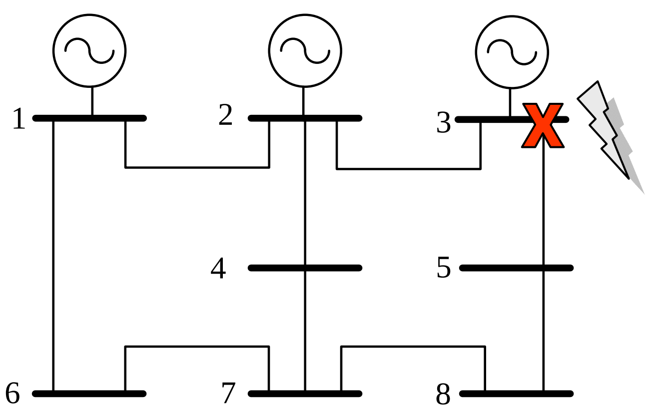
Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.14. Análisis de Falla

- En donde I = 1.0 cuando E = 0.00475959.
- Se desea conocer el valor de I' cuando E' = 1.0 p.u.

$$I' = \frac{1.0}{0.00475959} = 210.10\,p.u$$

$$\boxed{I' = 210.10\,p.u}$$



$$I' = 210.10\,p.u$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.14. Análisis de Falla

- En forma más general, para cualquier valor de voltaje de barra resulta:

$$I' = \frac{E'}{Z_{33}}$$

- La corriente de falla total puede ser obtenida ya sea en p.u, o MVA dividiendo los amperes base, pu, o la base de MVAR de los datos de línea por el correspondiente elemento de la diagonal.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.14. Análisis de Falla

- La contribución a la falla por una línea es calculada muy simplemente.
- La contribución desde la barra 2 a la falla en la barra 3 viene dada por:

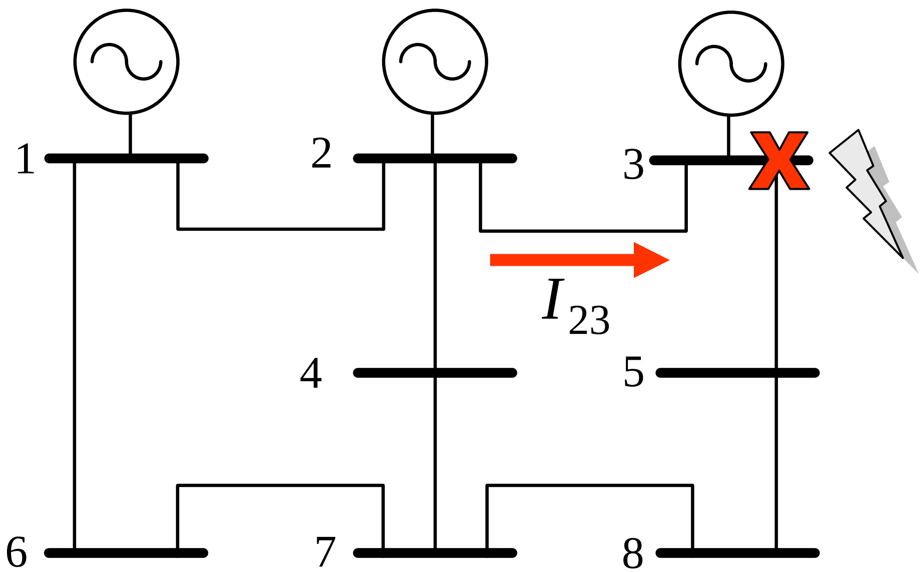
$$I_{23} = \frac{Z_{23} - Z_{32}}{\hat{Z}_{23}} \frac{E'}{Z_{33}}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.14. Análisis de Falla

- La contribución desde la barra 2 a la falla en la barra 3 viene dada por:

$$I_{23} = \frac{Z_{23} - Z_{32}}{\hat{Z}_{23}} \frac{E'}{Z_{33}}$$



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.14. Análisis de Falla

- La contribución desde la barra 2 a la falla en la barra 3 viene dada por:

$$I_{23} = \frac{Z_{23} - Z_{32}}{\hat{Z}_{23}} \frac{E'}{Z_{33}}$$

- Sustituyendo los respectivos valores, se obtiene:

$$I_{23} = \frac{Z_{23} - Z_{32}}{\hat{Z}_{23}} \frac{E'}{Z_{33}} = \frac{0.00475959 - 0.00055371}{0.122 \times 0.00475959}$$

$$\boxed{I_{23} = 7.2\, p.u}$$

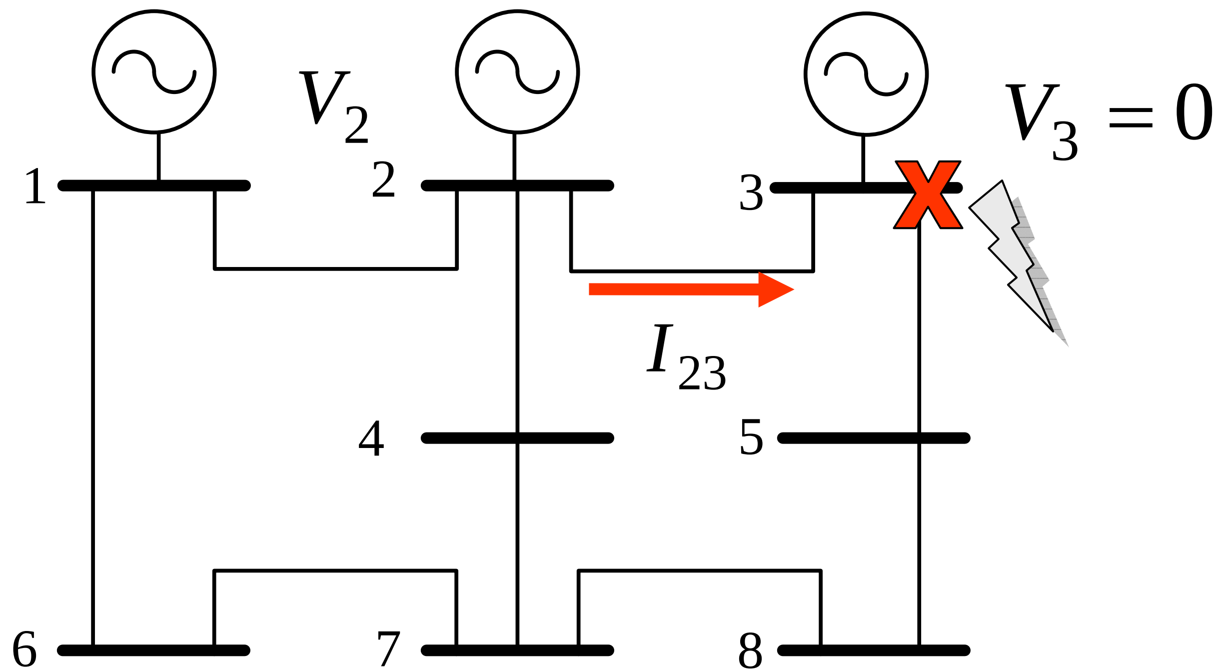
- *Nota:* La base aquí fue 1.0 y el flujo están en por unidad. La base en amperes o MVA también se pudo haber empleado.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.15. Voltajes en Barra Durante la Condición de Falla

- El voltaje en la barra 2, cuando una corriente unitaria es eyectada en la barra 3, es

$$Z_{23} = 0.00055371.$$



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.15. Voltajes en Barra Durante la Condición de Falla

- El voltaje en la barra 2, cuando una corriente unitaria es eyectada en la barra 3, es

$$Z_{23} = 0.00055371.$$

- El voltaje en la barra 3 en ese momento es

$$V_3 = 0.00475959.$$

- La diferencia en el voltaje es: $V_3 - V_2$

$$Z_{33} - Z_{32} = 0.00475959 - 0.00055371 = 0.00420588.$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.15. Voltajes en Barra Durante la Condición de Falla

- La diferencia ocurre si una corriente es de I = 1.0 pero la corriente de falla fue determinada por $1/Z_{33}$.
- La diferencia de voltaje entre las barras 2 y 3 es entonces:

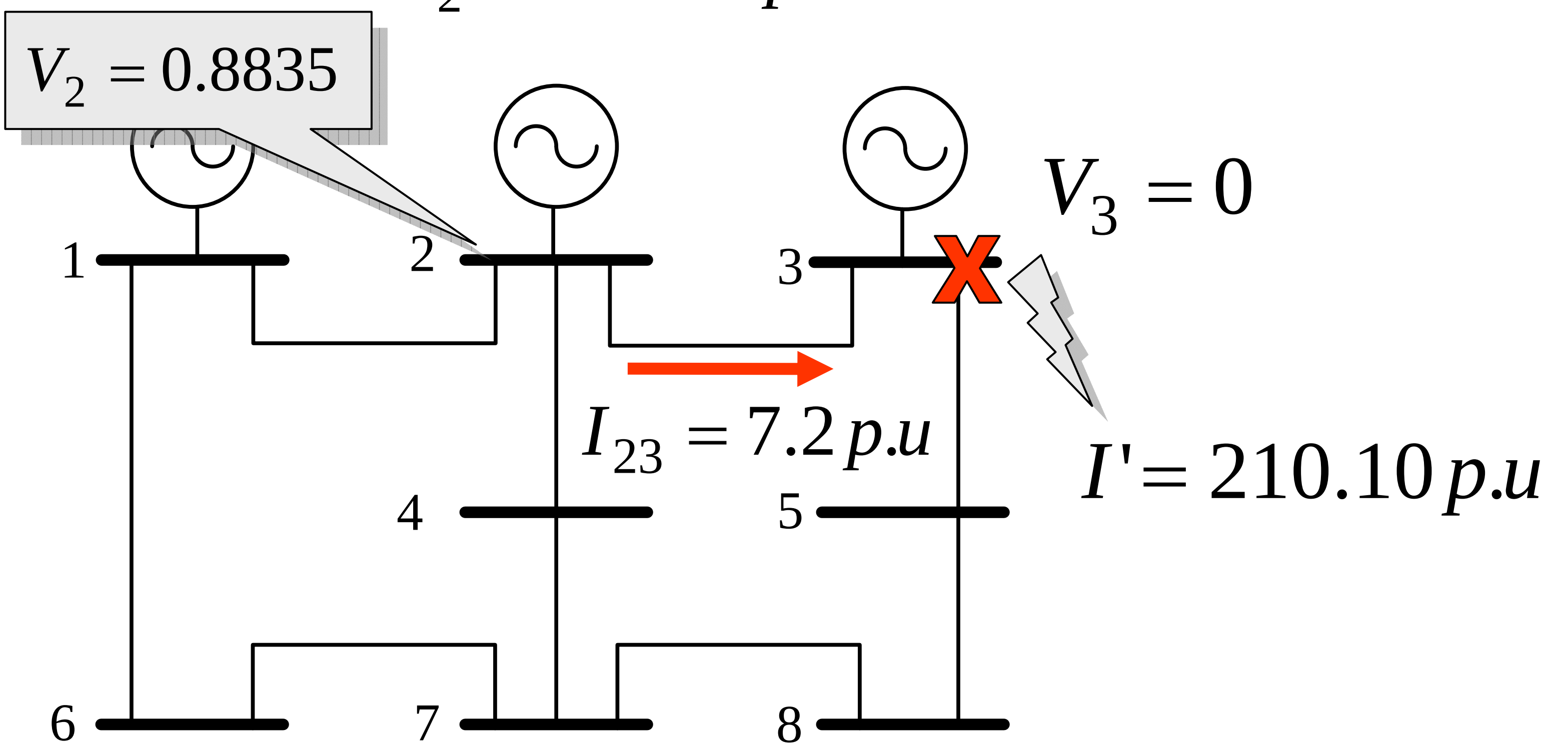
$$\frac{Z_{33}-Z_{32}}{Z_{33}}=\frac{0.00420588}{0.00475959}=0.8835\,p.u$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.14. Análisis de Falla

- Pero el voltaje en la barra 3 durante la falla es cero.
- De tal modo que el voltaje en la barra 2 es

$$V_2 = 0.8835\ p.u.$$



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

Cambio de Topología de la Red

Sacar de Servicio una Linea

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

Abriendo una Línea Durante un Estudio

- Una línea de un sistema puede ser abierta o removida *agregando una línea en paralelo con la línea existente*.
- La *impedancia de la nueva línea a ser agregada es el negativo de la línea original*.
- En este caso se esta agregando una línea entre dos barras ya existentes de modo, que las ecuaciones empleadas para cerrar un lazo y la reducción de kron deben ser empleadas.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

Abriendo una Línea Durante un Estudio

- En el curso de una estudio de falla completo es frecuentemente deseable *abrir cada línea conectada a la barra fallada*, una a la vez para obtener la nueva falla total y al contribución de las líneas remanentes.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

Abriendo una Línea Durante un Estudio

- Es deseable *modificar la matriz del sistema total debido a que el gran objetivo de calculo no debe ser hecho en elementos innecesarios que no son requeridos en el análisis*.
- Es indeseable (debido al redondeo), *remover una línea, y regresarla, luego remover otra, y volver a agregarla, y así sucesivamente*.
- *Errores pueden acumularse* en los elementos de la matriz impedancia de barra debido a las repetitivas modificaciones de la matriz.

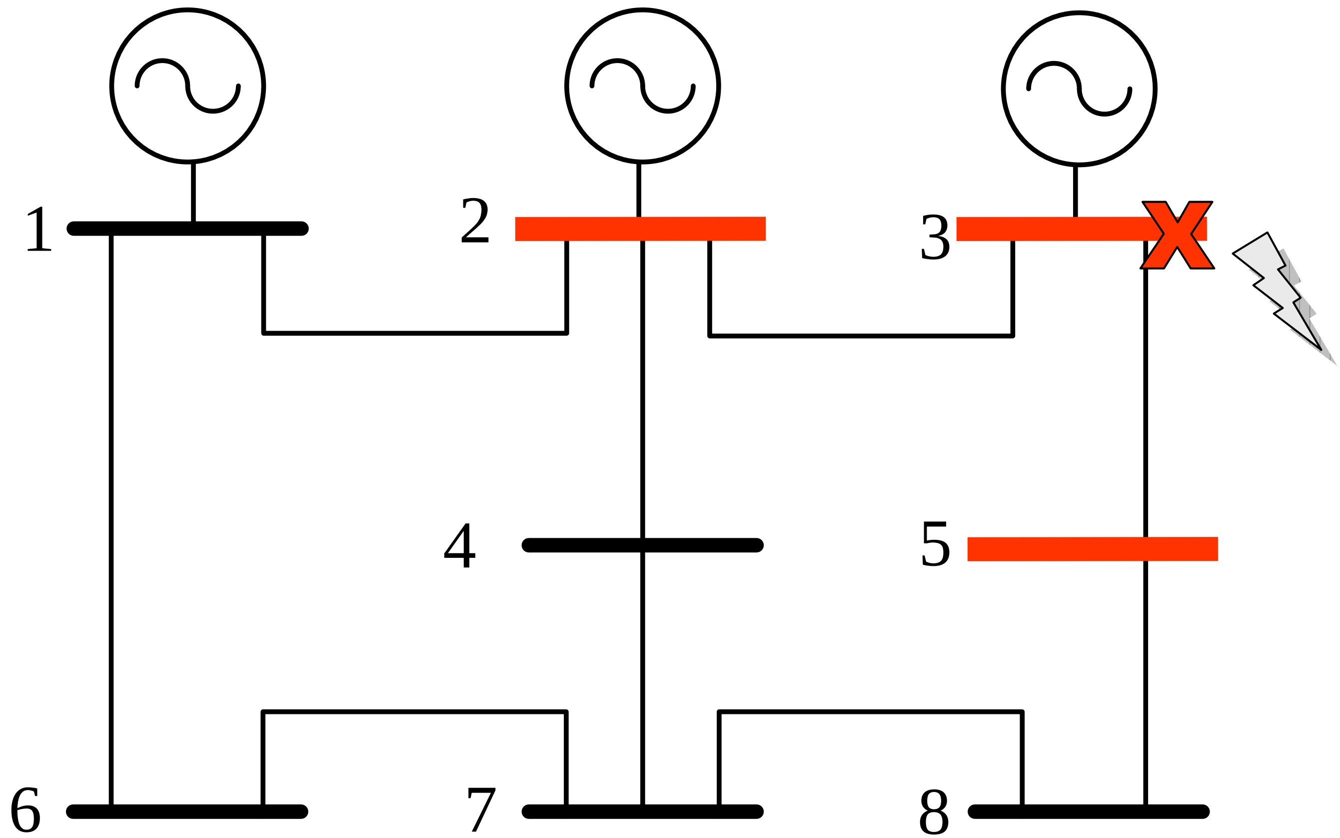
Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

- El mejor método es *extraer una pequeña matriz, de la matriz total*, que incluye el punto de interés y las impedancias de transferencia a la barra a ser fallada, y sus barras inmediatamente vecinas.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

Ejemplo

- Por ejemplo, si la barra 3 se considera fallada, se extrae la pequeña matriz

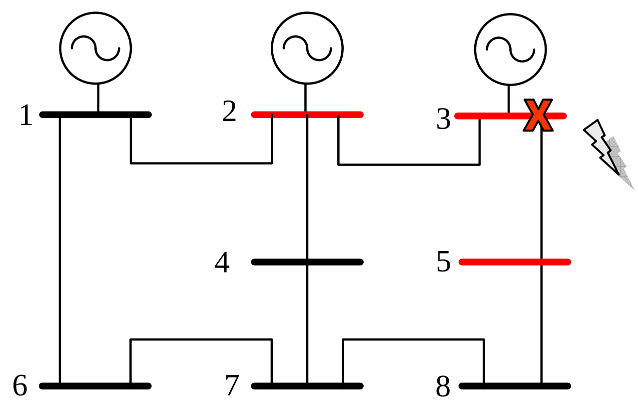


Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

Ejemplo

- Por ejemplo, si la barra 3 se considera fallada, se extrae la pequeña matriz

$$
Z_{bus} = \begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccccccc} & 2 & 3 & & 5 & & & \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{array} &
\begin{pmatrix}
0.00889104 & \boxed{0.00132842} & 0.0011167 & 0.00204268 & 0.00056903 & 0.0062615 & 0.00275695 & 0.00102639 \\
0.00132842 & \boxed{0.01134623} & \boxed{0.00055371} & 0.00833387 & \boxed{0.00137805} & 0.00303974 & 0.00532152 & 0.00220239 \\
0.0011167 & \boxed{0.00055371} & 0.00475959 & 0.00120070 & \boxed{0.00425613} & 0.00085568 & 0.00184769 & 0.00375267 \\
0.00204268 & 0.00833387 & 0.00120070 & 0.06620613 & 0.00792254 & 0.01834370 & 0.04007839 & 0.01464439 \\
0.00056903 & 0.00137805 & 0.00425613 & 0.00792254 & 0.03662437 & 0.00652532 & 0.01446703 & 0.03199261 \\
0.00626215 & 0.00303974 & 0.00085568 & 0.01834370 & 0.00652532 & 0.08999879 & 0.03364765 & 0.01219496 \\
0.00275695 & 0.00532152 & 0.00184769 & 0.04007839 & 0.01446703 & 0.03364765 & 0.07483526 & 0.02708638 \\
0.00102639 & 0.00220239 & 0.0375267 & 0.01464439 & 0.03199261 & 0.01219496 & 0.02708638 & 0.06023255
\end{pmatrix}
\end{array}
$$



Ejemplo

- Por ejemplo, si la barra 3 se considera fallada, se extrae la pequeña matriz

$$Z_{bus} = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccccc} & 2 & 3 & & 5 & & & \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{array} & \begin{pmatrix} 0.00889104 & \boxed{0.00132842} & 0.0011167 & 0.00204268 & 0.00056903 & 0.0062615 & 0.00275695 & 0.00102639 \\ 0.00132842 & 0.01134623 & 0.00055371 & 0.00833387 & 0.00137805 & 0.00303974 & 0.00532152 & 0.00220239 \\ 0.0011167 & 0.00055371 & \boxed{0.00475959} & 0.00120070 & 0.00425613 & 0.00085568 & 0.00184769 & 0.00375267 \\ 0.00204268 & 0.00833387 & 0.00120070 & 0.06620613 & 0.00792254 & 0.01834370 & 0.04007839 & 0.01464439 \\ 0.00056903 & 0.00137805 & 0.00425613 & 0.00792254 & \boxed{0.03662437} & 0.00652532 & 0.01446703 & 0.03199261 \\ 0.00626215 & 0.00303974 & 0.00085568 & 0.01834370 & 0.00652532 & 0.08999879 & 0.03364765 & 0.01219496 \\ 0.00275695 & 0.00532152 & 0.00184769 & 0.04007839 & 0.01446703 & 0.03364765 & 0.07483526 & 0.02708638 \\ 0.00102639 & 0.00220239 & 0.0375267 & 0.01464439 & 0.03199261 & 0.01219496 & 0.02708638 & 0.06023255 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & & \begin{array}{ccc} 3 & 2 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 3 \\ 2 \\ 5 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{bmatrix} 0.00475959 & 0.00055371 & 0.00425613 \\ 0.00055371 & 0.01134623 & 0.00137805 \\ 0.00425613 & 0.00137805 & 0.03662437 \end{bmatrix} \end{array}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

Ejemplo

- Por ejemplo, si la barra 3 se considera fallada, se extrae la pequeña matriz

$$
Z_{bus} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc} & 2 & 3 & & 5 & & & \end{array} \\
\begin{pmatrix}
0.00889104 & \boxed{0.00132842} & \boxed{0.0011167} & 0.00204268 & 0.00056903 & 0.0062615 & 0.00275695 & 0.00102639 \\
\boxed{0.00132842} & 0.01134623 & 0.00055371 & 0.00833387 & \boxed{0.00137805} & 0.00303974 & 0.00532152 & 0.00220239 \\
\boxed{0.0011167} & 0.00055371 & 0.00475959 & 0.00120070 & 0.00425613 & 0.00085568 & 0.00184769 & 0.00375267 \\
0.00204268 & 0.00833387 & 0.00120070 & 0.06620613 & 0.00792254 & 0.01834370 & 0.04007839 & 0.01464439 \\
0.00056903 & \boxed{0.00137805} & 0.00425613 & 0.00792254 & 0.03662437 & 0.00652532 & 0.01446703 & 0.03199261 \\
0.00626215 & 0.00303974 & 0.00085568 & 0.01834370 & 0.00652532 & 0.08999879 & 0.03364765 & 0.01219496 \\
0.00275695 & 0.00532152 & 0.00184769 & 0.04007839 & 0.01446703 & 0.03364765 & 0.07483526 & 0.02708638 \\
0.00102639 & 0.00220239 & 0.0375267 & 0.01464439 & 0.03199261 & 0.01219496 & 0.02708638 & 0.06023255
\end{pmatrix}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cc} \\ 3 & 1 \\ 2 & 2 \\ 5 & 3 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccc} 3 & 2 & 5 \end{array} \\
\begin{bmatrix}
0.00475959 & 0.00055371 & 0.00425613 \\
0.00055371 & 0.01134623 & 0.00137805 \\
0.00425613 & 0.00137805 & 0.03662437
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

Ejemplo

- Para abrir la línea 3-5, se agrega una línea (cerrando lazo) cuya impedancia es el negativo de la impedancia de línea original -0.037.
- El elemento de la diagonal de la fila y comuna lazo queda dado por:

$$Z_{loop-loop} = Z_{33} + Z_{55} - 2Z_{35} + \hat{Z}_{35}$$

$$Z_{loop-loop} = 0.00475959 + 0.03662437 - 2 \times 0.00425613 - 0.037$$

$$Z_{loop-loop} = -0.00412830 p.u$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

Ejemplo

- La columna lazo es obtenida restando la columna 5 de la columna 3.

$$\begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 5 \\ loop \end{array} \begin{bmatrix} 0.00475959 & 0.00055371 & 0.00425613 & 0.00050346 \\ 0.00055371 & 0.01134623 & 0.00137805 & -0.00082434 \\ 0.00425613 & 0.00137805 & 0.03662437 & -0.03236834 \\ 0.00050346 & -0.03236834 & -0.03236834 & -0.00412830 \end{bmatrix}$$

- En el interés de la eficiencia, la reducción de kron es usada para modificar solamente la columna 3, debido a una falla en 3 puede ser completamente analizada con solamente esos valores.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

Ejemplo

- El vector fila modificado que refleja la línea abierta 3-5 es:

$$3\begin{bmatrix}0.00482099 & 0.0045317 & 0.00030870\end{bmatrix}$$

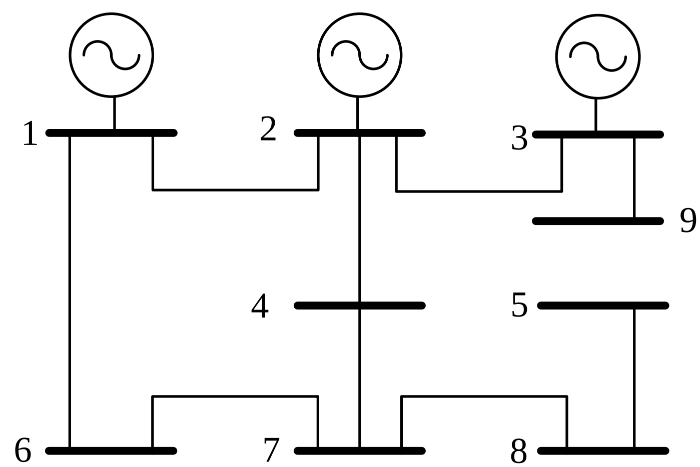
- La nueva corriente de falla es:

$$\frac{base}{Z_{33}} = \frac{1}{0.00482099} = 207.43\,p.u$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

Ejemplo

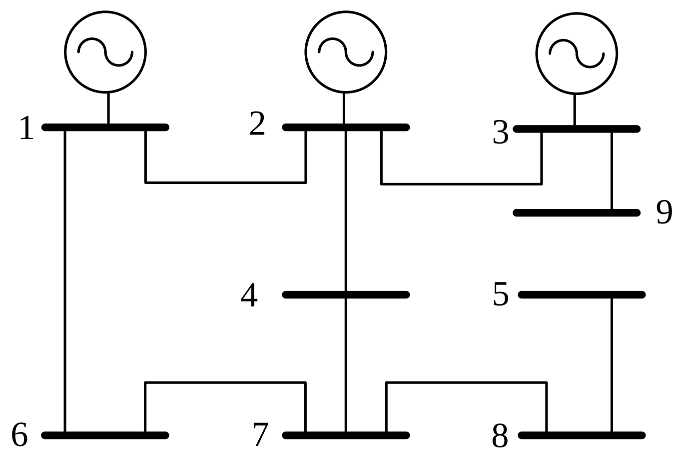
- La contribución desde la barra 2, se determina que es 7.4 p.u.
- El flujo desde la barra 5 a la 3 sobre la línea de X = 0.037 p.u., es la misma magnitud que la que fluye por la línea de X = -0.037, pero con signo opuesto.
- La contribución neta desde 5 a 3 es de tal modo cero.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

Ejemplo

- Teniendo el vector fila, el cual da el valor de la corriente en la barra 3 con la línea 3 a 5 fuera de servicio, permite una excelente oportunidad de determinar la magnitud de la corriente de falla que fluiría si la falla fuese removida desde la barra 3 y colocada en el extremo de la línea del interruptor abierto en la barra 5, en la línea 3-5.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

Ejemplo

- El vector columna provee la impedancia del punto de interés y las impedancias de transferencia de la barra 3 con la línea en abierto.

- La impedancia del punto de inyección de la barra 9 es obtenido. Debido a que la línea 3-9 es una línea radial desde la barra 3, resulta:

$$Z_{qq} = Z_{33} + \hat{Z}_{35} = 0.04182099$$

- La corriente de falla en el punto 9 es = base/0.04182099 = -23.91 p.u.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org