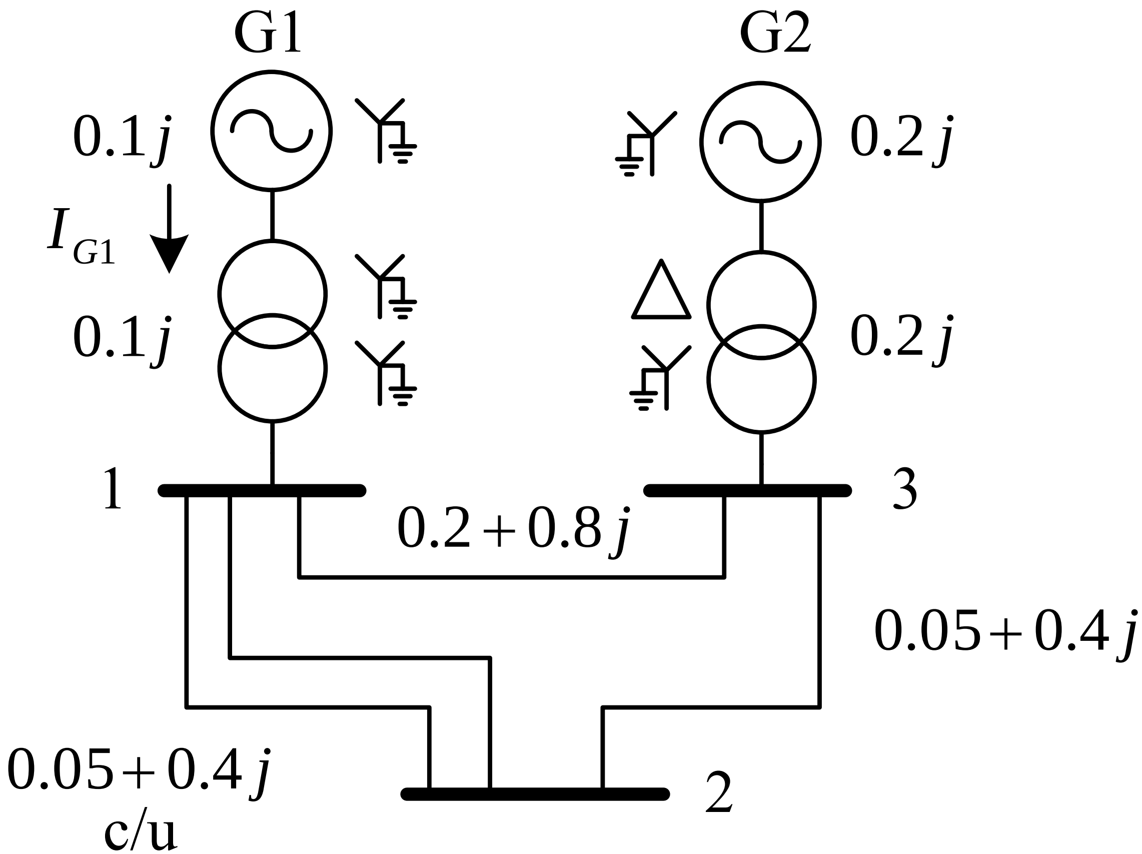
Anexo 1.2
Operación Matriciales y Matrices en Sistemas de Potencia

Prof. Francisco M. González-Longatt
fglongatt@ieee.org
http://www.giaelec.org/fglongatt/SP2.htm

1. Ejemplo

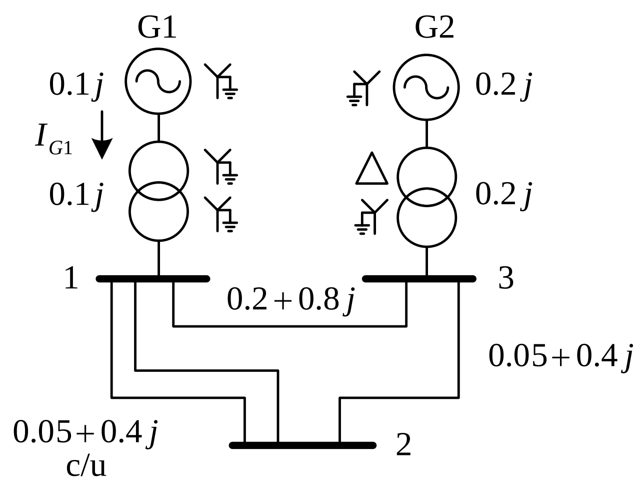
- El diagrama unifilar mostrado abajo, representa un simple sistema de potencia de tres barras.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Ejemplo

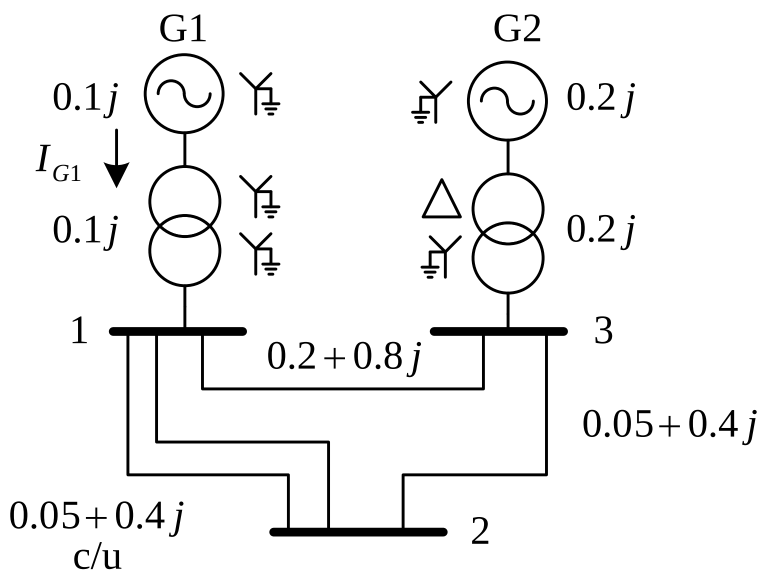
- Cada generador es representado por su FEM detrás de la reactancia transitoria.
- Todas la impedancias están expresadas en por unidad en una base común de 100 MVA.
- Suponga que todos los generadores operan a su voltaje y frecuencia nominal y sus FEM están en fase.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1. Z_{bus}, empleando el algoritmo

- Inicialmente se observa que los generadores poseen asociados en seria un transformador elevador.
- Y entre ellos, no hay asociadas una barra, lo cual indica que para el estudio, no es de interés considerar en la representación matricial, este punto.

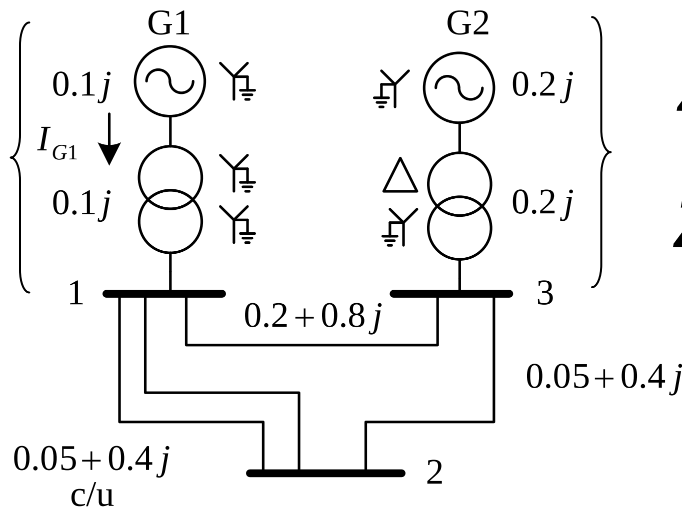


Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1. Z_{bus}, empleando el algoritmo

- Es perfectamente valido el cálculo de una impedancia equivalente a la serie de estos dispositivos:

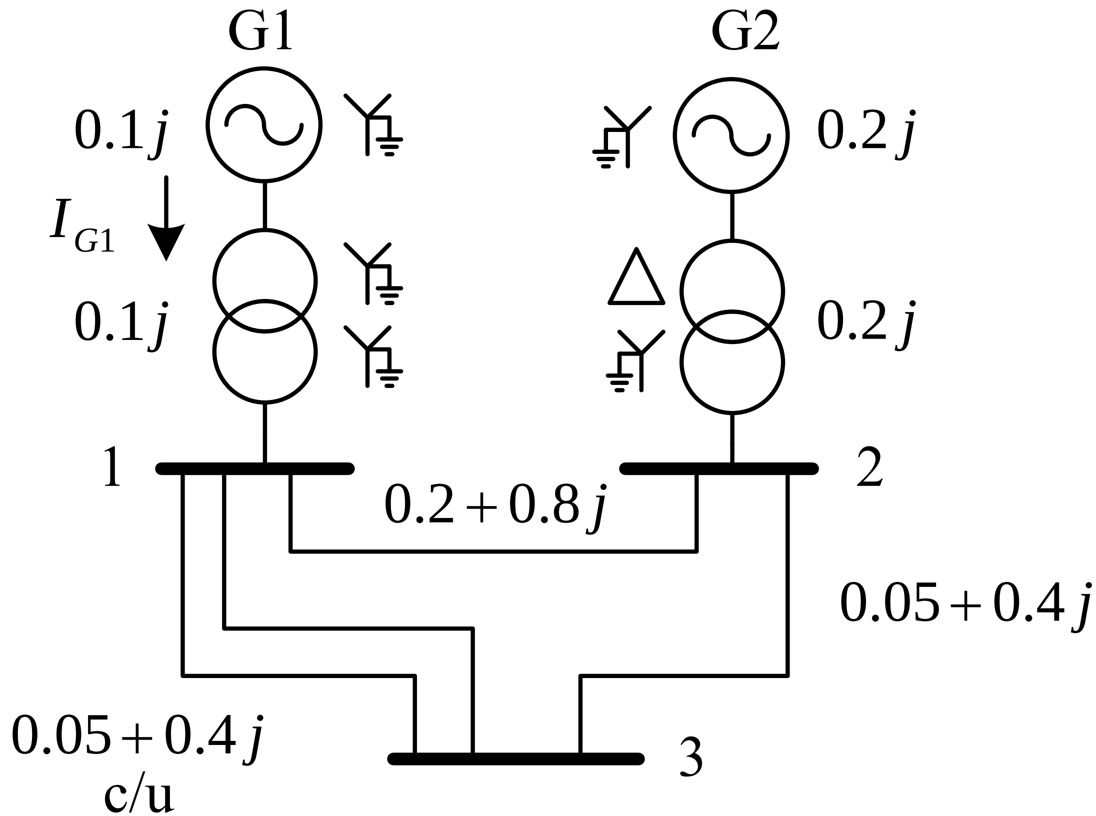
$$\hat{Z}_{GT1} = \hat{Z}_{G1} + \hat{Z}_{T1}$$
$$\hat{Z}_{GT1} = 0.2j$$



$$\hat{Z}_{GT2} = \hat{Z}_{G2} + \hat{Z}_{T2}$$
$$\hat{Z}_{GT2} = 0.4j$$

1.1. Z_{bus}, empleando el algoritmo

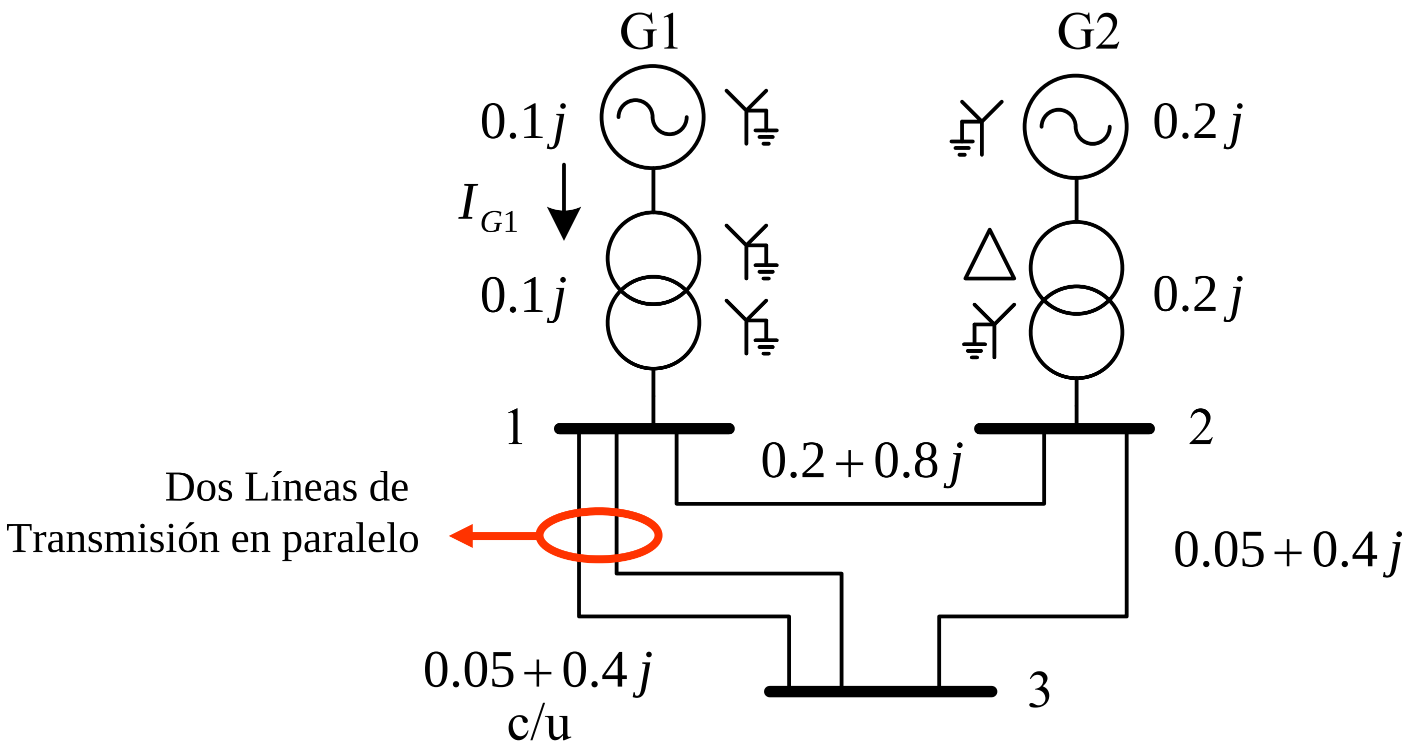
- Para la formación de la matriz, *se ha intercambia por un momento la numeración de las barras 2 y 3.*



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1. Z_{bus}, empleando el algoritmo

- Por otra parte, observando la topología de la red, se observa que hay dos líneas de transmisión en paralelo entre las barras 1 y 2.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1. Z_{bus}, empleando el algoritmo

- Al respecto hay dos modos de tratar esta situación: (1) *emplear la teoría de circuitos directamente para el cálculo de la impedancia equivalente para el paralelo*

  (2) *considerar las dos líneas explícitamente en la construcción de la matriz impedancia de barra*.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Caso 1: Línea Equivalente

(1) Se *procede a obtener la impedancia equivalente correspondiente a las dos líneas de transmisión en paralelo*.

$$\hat{Z}_{12}^{EQ} = \hat{Z}_{12}^{L1} \,//\, \hat{Z}_{12}^{L2} \qquad \hat{Z}_{12}^{EQ} = \frac{\hat{Z}_{12}^{L1}\hat{Z}_{12}^{L2}}{\hat{Z}_{12}^{L2} + \hat{Z}_{12}^{L1}}$$

- Sustituyendo los respectivos valores:

$$\hat{Z}_{12}^{L1} = \hat{Z}_{12}^{L2} = 0.05 + 0.4\,jp.u$$

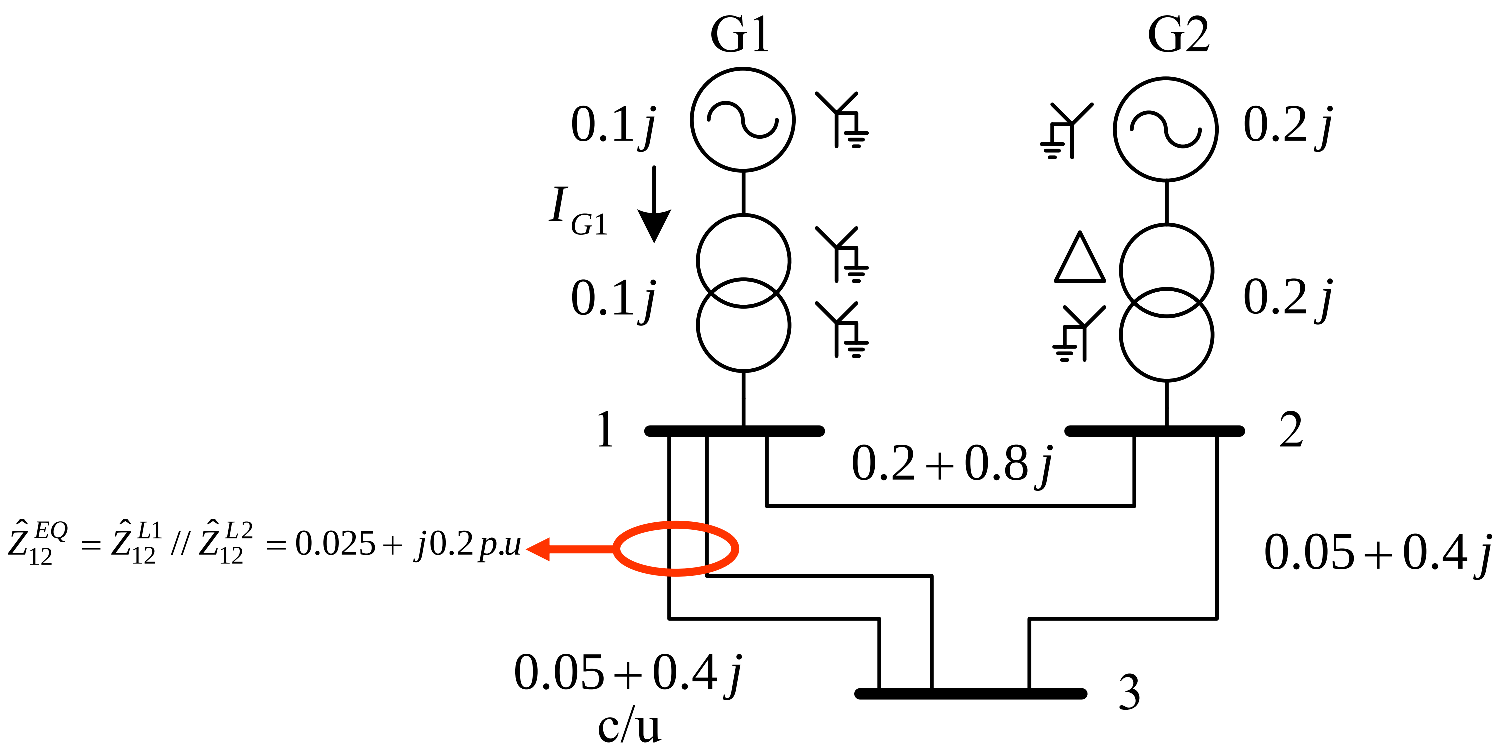
$$\hat{Z}_{12}^{EQ} = \hat{Z}_{12}^{L1} \,//\, \hat{Z}_{12}^{L2} = 0.025 + j0.2\,p.u$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Caso 1: Línea Equivalente

$$\# \, Barras = 3$$

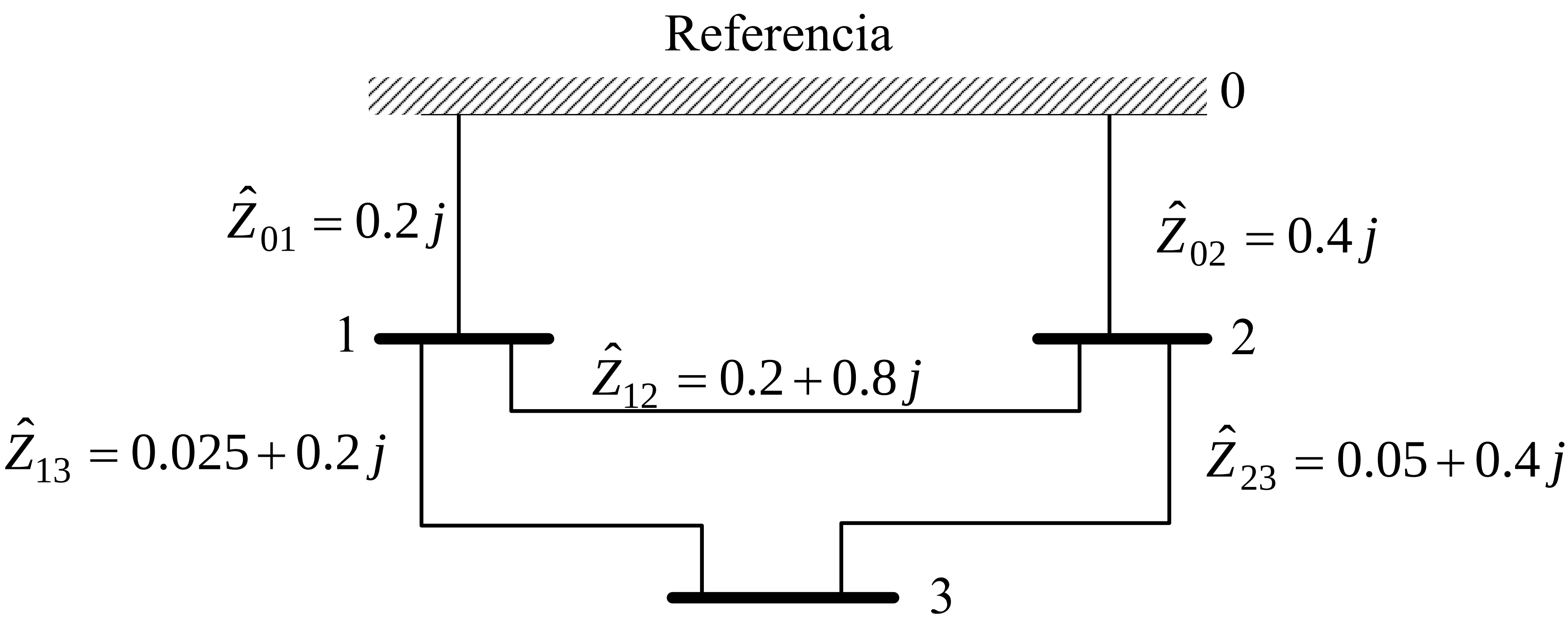
$$\# \, Enlaces = 5$$



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Caso 1: Línea Equivalente

- El árbol del sistema resulta:



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Caso 1: Línea Equivalente

- De tal modo, la lista de construcción asociada a la representación del sistema bajo estudio puede ser vista como:

Barra Inicio	*Barra Final*	*R [p.u]*	*X [p.u]*	*Tipo de Operación*
0	1	0.000	0.20	*I*
0	2	0.000	0.40	*I*
2	3	0.050	0.40	*II*
1	2	0.200	0.80	*III+Kron*
1	3	0.025	0.20	*III+Kron*

I: Elemento entre barra de referencia y barra nueva
II: Elemento entre barra existente y barra nueva
III: Elemento entre dos barras existentes

1.1.1. Caso 1: Línea Equivalente

- La construcción paso a paso de la matriz impedancia de barra es realizada.

Barra Inicio	*Barra Final*	*R [p.u]*	*X [p.u]*	*Tipo de Operación*
0	1	0.000	0.20	*I*
0	2	0.000	0.40	*I*
2	3	0.050	0.40	*II*
1	2	0.200	0.80	*III+Kron*
1	3	0.025	0.20	*III+Kron*

- Se toma como matriz primitiva el elemento 0-1

```
 Tabla de Construcción
------------------------------------------------------
 Elemento 0-1 Tipo 1
        0 + 0.2000i
```

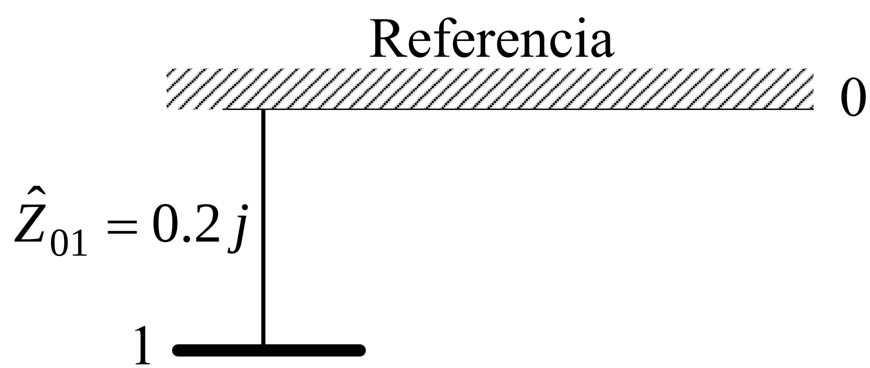

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Caso 1: Línea Equivalente

- Se toma como matriz primitiva el elemento 0-1

Barra Inicio	*Barra Final*	*R [p.u]*	*X [p.u]*	*Tipo de Operación*
0	1	0.000	0.20	*I*
0	2	0.000	0.40	*I*
2	3	0.050	0.40	*II*
1	2	0.200	0.80	*III+Kron*
1	3	0.025	0.20	*III+Kron*

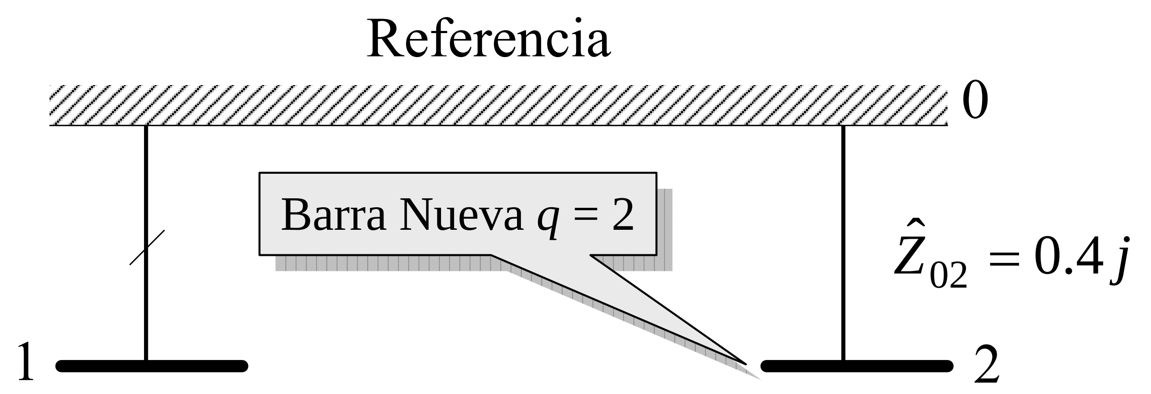
```
Elemento 0-1: Operacion Tipo 1
      0 + 0.2000i
```



1.1.1. Caso 1: Línea Equivalente

- Se agrega el elemento 0-2, que es un elemento entre barra de referencia y barra nueva (q = 2).

Barra Inicio	*Barra Final*	*R [p.u]*	*X [p.u]*	*Tipo de Operación*
0	1	0.000	0.20	*I*
0	2	0.000	0.40	*I*
2	3	0.050	0.40	*II*
1	2	0.200	0.80	*III+Kron*
1	3	0.025	0.20	*III+Kron*



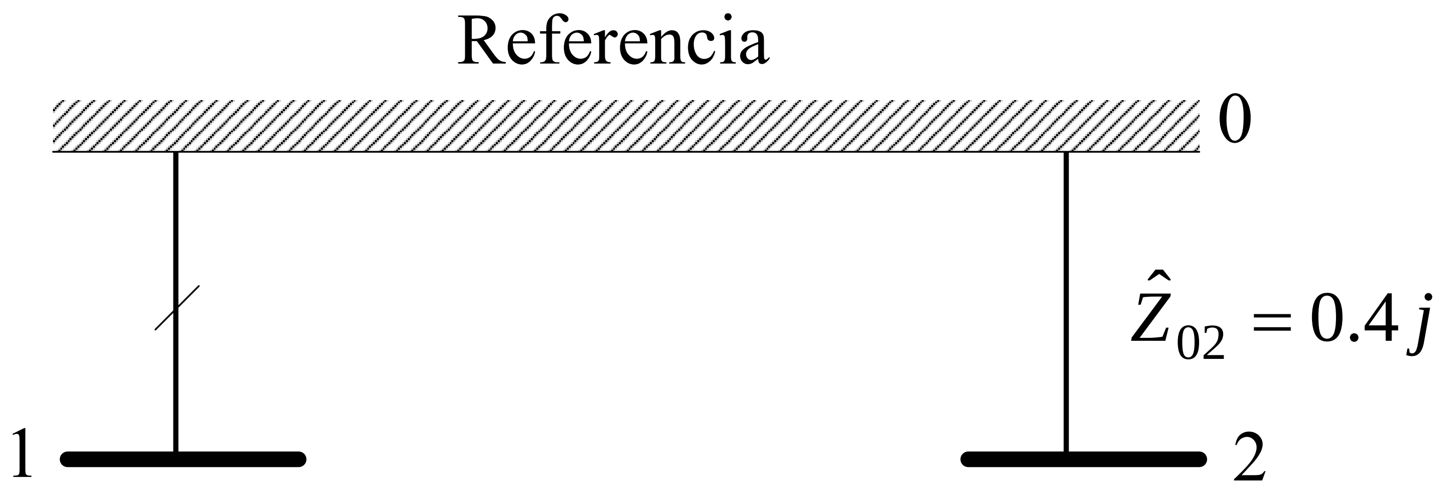
Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Caso 1: Línea Equivalente

- Se tiene que luego de agregar el elemento 0-2:

```
Elemento 0-2: Operacion Tipo 1
```

0 + 0.2000i	0
0	0 + 0.4000i

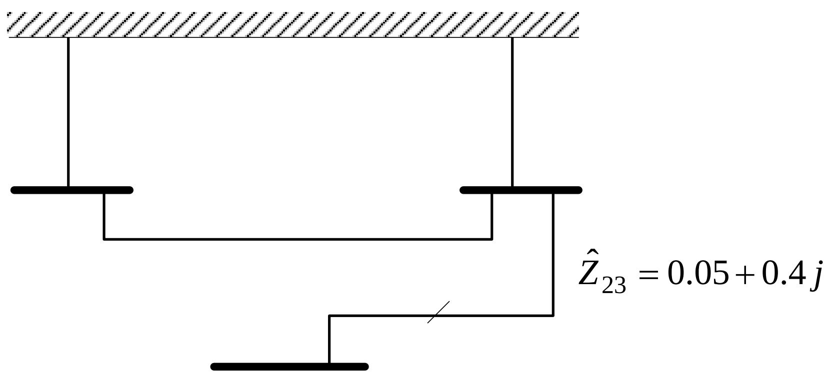


Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Caso 1: Línea Equivalente

- Se agrega el elemento 2-3, que es un elemento entre una barra existente (p =2) y una nueva (q = 3):

Barra Inicio	*Barra Final*	*R [p.u]*	*X [p.u]*	*Tipo de Operación*
0	1	0.000	0.20	*I*
0	2	0.000	0.40	*I*
2	3	0.050	0.40	*II*
1	2	0.200	0.80	*III+Kron*
1	3	0.025	0.20	*III+Kron*



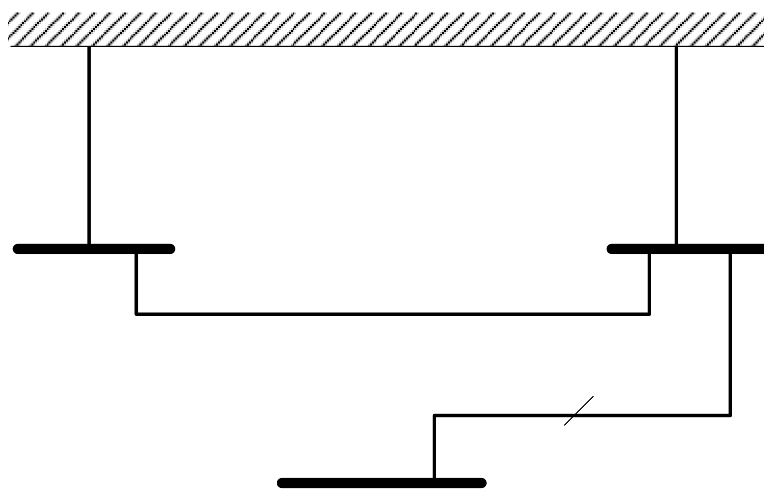
Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Caso 1: Línea Equivalente

- Al agregar la barra buena q = 3, la matriz impedancia de barra resulta:

```
Elemento 2-3: Operacion Tipo 2
```

0 + 0.2000i	0	0
0	0 + 0.4000i	0 + 0.4000i
0	0 + 0.4000i	0.0500 + 0.8000i



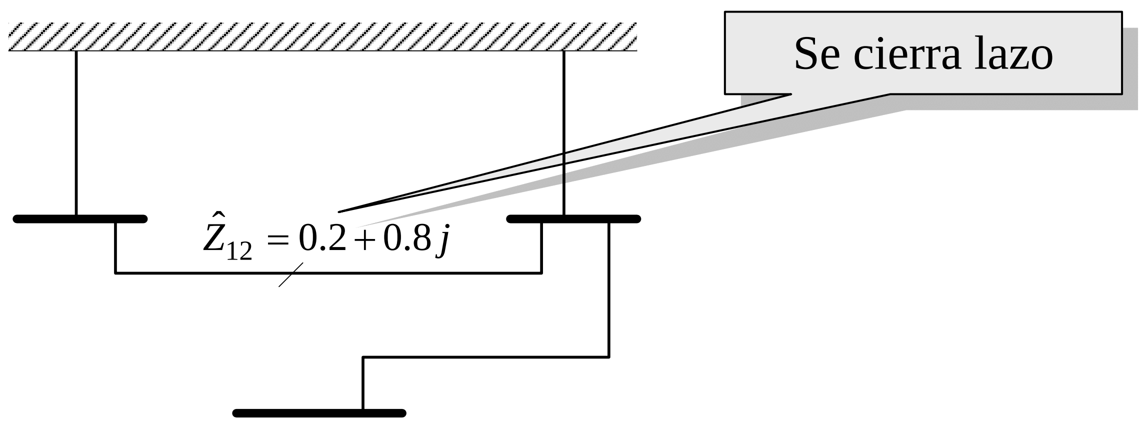
$\hat{Z}_{23} = 0.05 + 0.4j$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Caso 1: Línea Equivalente

- Se agrega el elemento 1-2, que es un elemento entre dos barras existentes (p = 1, q = 2), y se cierra lazo.

Barra Inicio	*Barra Final*	*R [p.u]*	*X [p.u]*	*Tipo de Operación*
0	1	0.000	0.20	*I*
0	2	0.000	0.40	*I*
2	3	0.050	0.40	*II*
1	2	0.200	0.80	*III+Kron*
1	3	0.025	0.20	*III+Kron*



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Caso 1: Línea Equivalente

- La matriz incluyendo el lazo resulta:

Elemento 1-2: Operación Tipo 3 + Kron

Matriz Sin Kron

0 + 0.2000i	0	0	0 - 0.2000i
0	0 + 0.4000i	0 + 0.4000i	0 + 0.4000i
0	0 + 0.4000i	0.0500 + 0.8000i	0 + 0.4000i
0 - 0.2000i	0 + 0.4000i	0 + 0.4000i	0.2000 + 1.4000i

- Aplicando reducción de Kron:

Matriz Luego del Kron

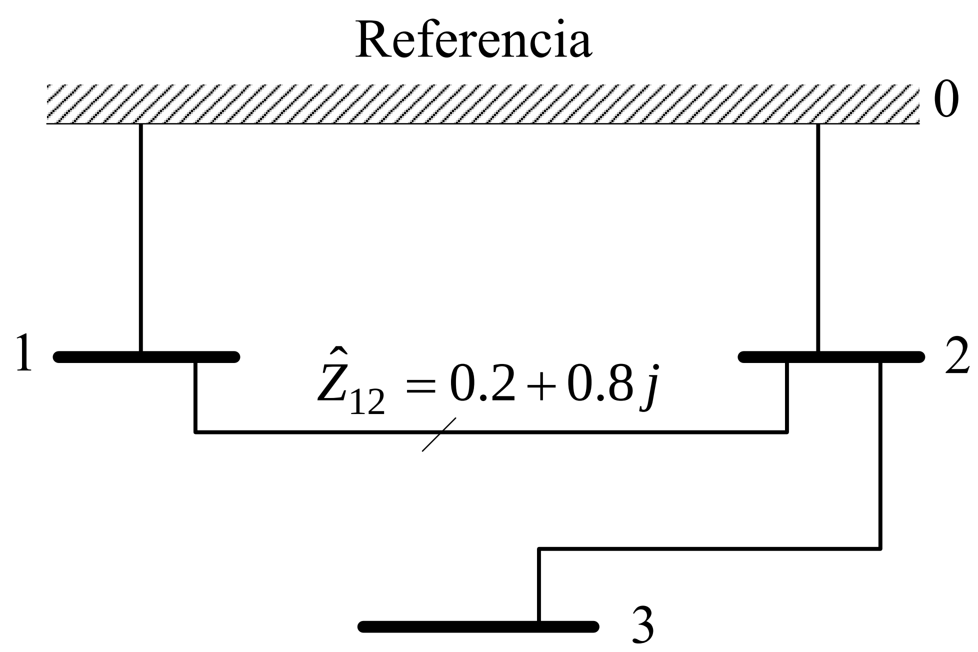
0.0040 + 0.1720i	-0.0080 + 0.0560i	-0.0080 + 0.0560i
-0.0080 + 0.0560i	0.0160 + 0.2880i	0.0160 + 0.2880i
-0.0080 + 0.0560i	0.0160 + 0.2880i	0.0660 + 0.6880i

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Caso 1: Línea Equivalente

- La matriz de impedancia final de esta operación es 3×3:

```
 0.0040 + 0.1720i  -0.0080 + 0.0560i  -0.0080 + 0.0560i
-0.0080 + 0.0560i   0.0160 + 0.2880i   0.0160 + 0.2880i
-0.0080 + 0.0560i   0.0160 + 0.2880i   0.0660 + 0.6880i
```



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

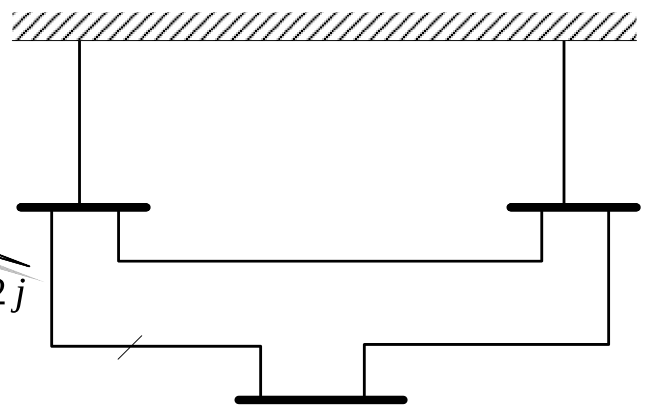
1.1.1. Caso 1: Línea Equivalente

- Se agrega el elemento 1-3, que es un elemento entre dos barras existentes (p = 1, q = 3), y se cierra lazo.

Barra Inicio	*Barra Final*	*R [p.u]*	*X [p.u]*	*Tipo de Operación*
0	1	0.000	0.20	*I*
0	2	0.000	0.40	*I*
2	3	0.050	0.40	*II*
1	2	0.200	0.80	*III+Kron*
1	3	0.025	0.20	*III+Kron*

Se cierra lazo

$\hat{Z}_{13} = 0.025 + 0.2\,j$



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Caso 1: Línea Equivalente

- La matriz impedancia de barra incluyendo el lazo resulta:

```
Elemento 1-3 Tipo 3 + Kron
Matriz Sin Kron
 0.0040 + 0.1720i  -0.0080 + 0.0560i  -0.0080 + 0.0560i  -0.0120 - 0.1160i
-0.0080 + 0.0560i   0.0160 + 0.2880i   0.0160 + 0.2880i   0.0240 + 0.2320i
-0.0080 + 0.0560i   0.0160 + 0.2880i   0.0660 + 0.6880i   0.0740 + 0.6320i
-0.0120 - 0.1160i   0.0240 + 0.2320i   0.0740 + 0.6320i   0.1110 + 0.9480i
```

- Al aplicar reducción de kron:

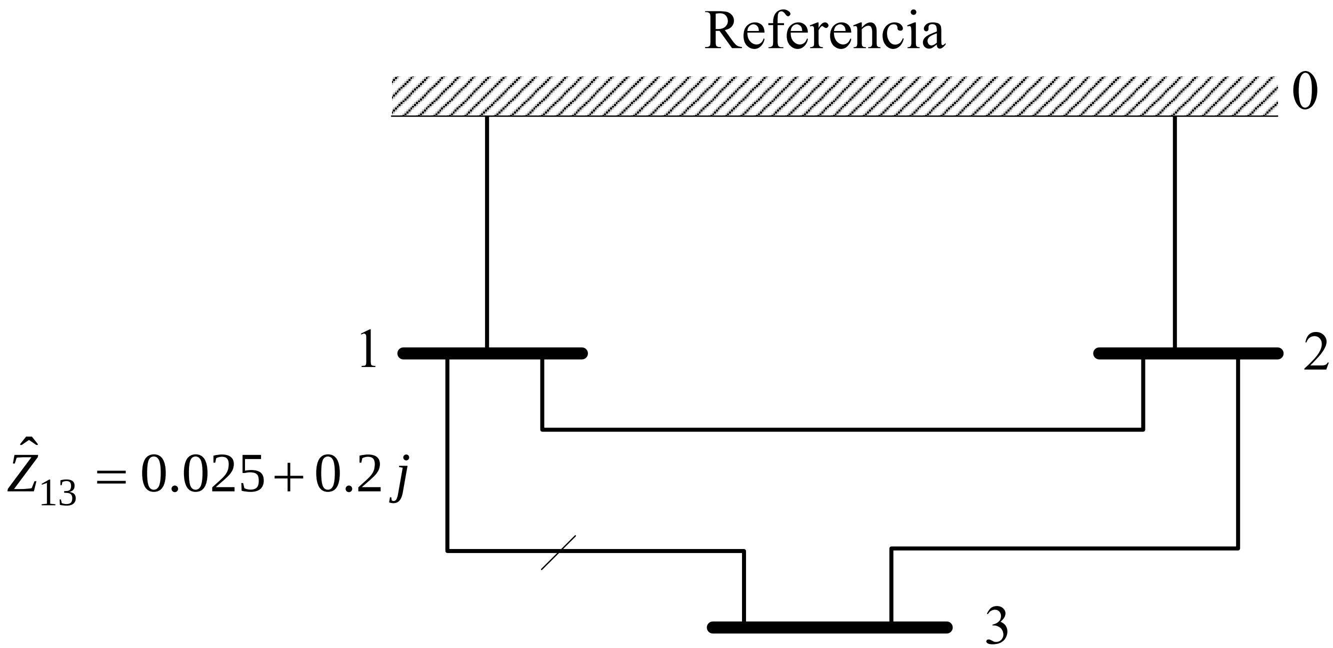
```
Matriz Luego del Kron
 0.0027 + 0.1578i  -0.0054 + 0.0844i        0 + 0.1333i
-0.0054 + 0.0844i   0.0109 + 0.2312i        0 + 0.1333i
      0 + 0.1333i        0 + 0.1333i   0.0167 + 0.2667i
```


Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Caso 1: Línea Equivalente

- La matriz de impedancia final de esta operación es 3×3:

```
 0.0040 + 0.1720i  -0.0080 + 0.0560i  -0.0080 + 0.0560i
-0.0080 + 0.0560i   0.0160 + 0.2880i   0.0160 + 0.2880i
-0.0080 + 0.0560i   0.0160 + 0.2880i   0.0660 + 0.6880i
```



1.1.1. Caso 1: Línea Equivalente

- Finalmente la matriz impedancia de barra del sistema resulta:

```
-----------------------------------------------------
 Matriz Impedancia de Barra


Z =
  0.0027 + 0.1578i  -0.0054 + 0.0844i        0 + 0.1333i
 -0.0054 + 0.0844i   0.0109 + 0.2312i        0 + 0.1333i
       0 + 0.1333i        0 + 0.1333i   0.0167 + 0.2667i
-----------------------------------------------------
 Orden de la matriz es :3x3
```


Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Caso 1: Línea Equivalente

- Empleando un numero mayor de decimales:

```
Z =
  Columns 1 through 2
  0.00272495266321 + 0.15780851238989i -0.00544990532642 + 0.08438297522022i
 -0.00544990532642 + 0.08438297522022i  0.01089981065284 + 0.23123404955956i
                 0 + 0.13333333333333i                  0 + 0.13333333333333i
  Column 3
                 0 + 0.13333333333333i
                 0 + 0.13333333333333i
  0.01666666666667 + 0.26666666666667i
```

- De tal modo que la matriz impedancia de barra que representa el sistema es:

$$\mathbf{Z_{bus}} = \begin{bmatrix} 0.0027 + 0.1578j & -0.0054 + 0.0844j & 0 + 0.1333j \\ -0.0054 + 0.0844j & 0.0109 + 0.2312j & 0 + 0.1333j \\ 0 + 0.1333j & 0 + 0.1333j & 0.0167 + 0.2667j \end{bmatrix}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Caso 1: Línea Equivalente

$$\mathbf{Z_{bus}} = \begin{bmatrix} 0.0027 + 0.1578j & -0.0054 + 0.0844j & 0 + 0.1333j \\ -0.0054 + 0.0844j & 0.0109 + 0.2312j & 0 + 0.1333j \\ 0 + 0.1333j & 0 + 0.1333j & 0.0167 + 0.2667j \end{bmatrix}$$

- El determinante de esta matriz resulta ser:

```
det(Zbus)= -0.0009 - 0.0039j p.u.
```

1.1.1. Caso 1: Línea Equivalente

- La matriz admitancia de barra para este sistema resulta ser:

```
Y =
  Columns 1 through 2
  0.90950226244344 -11.09954751131221i -0.29411764705882 + 1.17647058823530i
 -0.29411764705882 + 1.17647058823529i  0.60180995475113 - 6.13800904977376i
 -0.61538461538461 + 4.92307692307691i -0.30769230769231 + 2.46153846153846i
  Column 3
 -0.61538461538461 + 4.92307692307691i
 -0.30769230769231 + 2.46153846153846i
  0.92307692307692 - 7.38461538461537i
```

$$\mathbf{Y_{bus}} = \begin{bmatrix} 0.9095 - 11.0995j & -0.2941 + 1.1765j & -0.6154 + 4.9231j \\ -0.2941 + 1.1765j & 0.6018 - 6.1380j & -0.3077 + 2.4615j \\ -0.6154 + 4.9231j & 0 + 0.1333j & 0.9231 - 7.346j \end{bmatrix}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Caso 1: Línea Equivalente

$$\mathbf{Y_{bus}} = \begin{bmatrix} 0.9095 - 11.0995j & -0.2941 + 1.1765j & -0.6154 + 4.9231j \\ -0.2941 + 1.1765j & 0.6018 - 6.1380j & -0.3077 + 2.4615j \\ -0.6154 + 4.9231j & 0 + 0.1333j & 0.9231 - 7.346j \end{bmatrix}$$

- El determinante de la matriz admitancia de barra resulta ser:

```
det(Ybus)= -5.8695e+001 +2.4490e+002j p.u.
```

Construcción de Y_{bus}

- Si se efectúa la construcción de la matriz admitancia de barra:

Barra Inicio	*Barra Final*	*G [p.u]*	*B [p.u]*
0	1	0	-5.0000
0	2	0	-2.5000
2	3	1.21951	-0.97561
1	2	0.29412	-1.17647
1	3	0.61538	-4.92308

- Desarrollando los términos de la matriz admitancia por inspección desde el circuito.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

- La matriz admitancia de barra resulta:

```
Y =
  0.9095 -11.0995i  -0.2941 + 1.1765i  -0.6154 + 4.9231i
 -0.2941 + 1.1765i   0.6018 - 6.1380i  -0.3077 + 2.4615i
 -0.6154 + 4.9231i  -0.3077 + 2.4615i   0.9231 - 7.3846i
```

- Es decir;

$$\mathbf{Y_{bus}} = \begin{bmatrix} 0.9095-11.0995j & -0.2941+1.1765j & -0.6154+4.9231j \\ -0.2941+1.1765j & 0.6018-6.1380j & -0.3077+2.4615j \\ -0.6154+4.9231j & 0+0.1333j & 0.9231-7.346j \end{bmatrix}$$

- Se invierte la matriz para el cálculo de la matriz impedancia de barra:

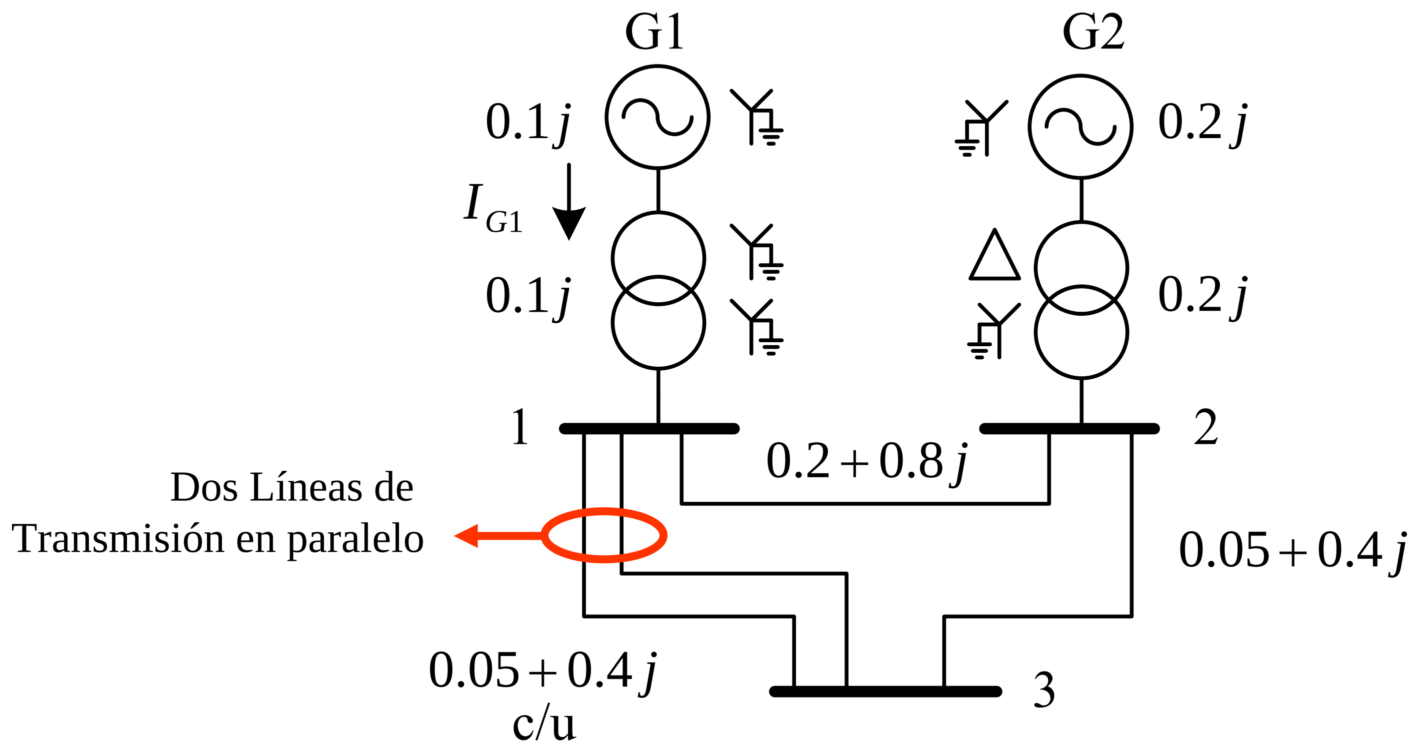
```
Z =
  0.0027 + 0.1578i  -0.0054 + 0.0844i  -0.0000 + 0.1333i
 -0.0054 + 0.0844i   0.0109 + 0.2312i        0 + 0.1333i
 -0.0000 + 0.1333i        0 + 0.1333i   0.0167 + 0.2667i
```

$$\mathbf{Z_{bus}} = \begin{bmatrix} 0.0027 + 0.1578j & -0.0054 + 0.0844j & 0 + 0.1333j \\ -0.0054 + 0.0844j & 0.0109 + 0.2312j & 0 + 0.1333j \\ 0 + 0.1333j & 0 + 0.1333j & 0.0167 + 0.2667j \end{bmatrix}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.1. Caso 2: Líneas Explicitas

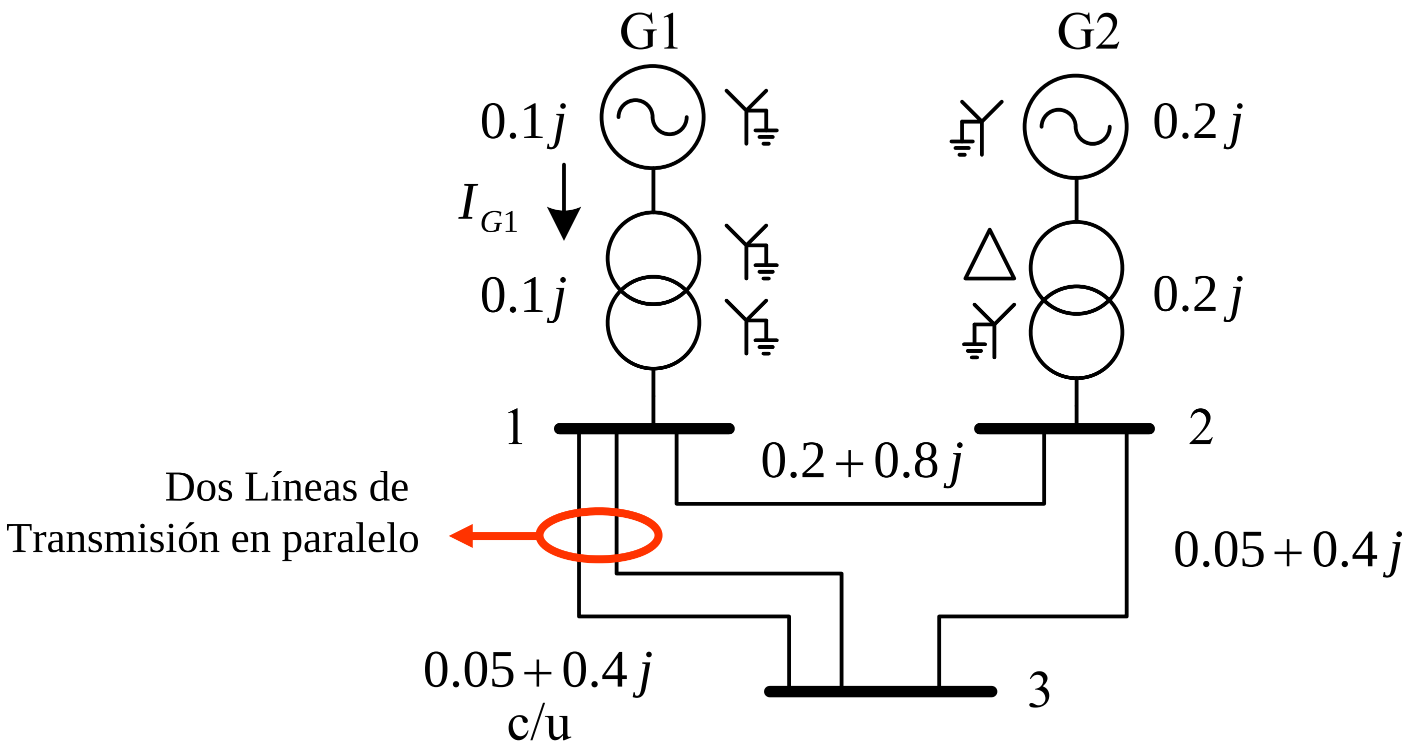
- Se procede a obtener matriz impedancia de barra, considerando que se trata en forma explicita la presencia de las dos líneas de transmisión.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.2. Caso 2: Líneas Explicitas

- En este caso la línea 1-3 se debe agregar dos veces; durante la construcción de la matriz impedancia de barra.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.2. Caso 2: Líneas Explicitas

- La nueva tabla de construcción resulta ser:

Barra Inicio	*Barra Final*	*R [p.u]*	*X [p.u]*	*Tipo de Operación*
0	1	0.000	0.20	*I*
0	2	0.000	0.40	*I*
2	3	0.050	0.40	*II*
1	2	0.200	0.80	*III+Kron*
1	3	0.050	0.40	*III+Kron*
1	3	0.050	0.40	*III+Kron*

- Nótese que el numero de operaciones aumenta; porque aumenta el numero de enlaces.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.2. Caso 2: Líneas Explicitas

- Los elementos de red resultan ser:

```
---------------------------------------------------
Elemento 1
---------------------------------------------------
Barra Inicio :0
Barra Final :1
Zrama[0,1]=0.20*i
---------------------------------------------------
Elemento 2
---------------------------------------------------
Barra Inicio :0
Barra Final :2
Zrama[0,2]=0.40*i
---------------------------------------------------
Elemento 3
---------------------------------------------------
Barra Inicio :2
Barra Final :3
Zrama[2,3]=0.05+0.4*i
---------------------------------------------------
```

```
---------------------------------------------------
Elemento 4
---------------------------------------------------
Barra Inicio :1
Barra Final :2
Zrama[1,2]=0.20+0.80*i
---------------------------------------------------
Elemento 5
---------------------------------------------------
Barra Inicio :1
Barra Final :3
Zrama[1,3]=0.05+0.4*i
---------------------------------------------------
Elemento 6
---------------------------------------------------
Barra Inicio :1
Barra Final :3
Zrama[1,3]=0.05+0.4*i
```


Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.2. Caso 2: Líneas Explicitas

- La matriz de impedancia construida paso a paso, se tiene:

```
 Tabla de Construcción
----------------------------------------------------
 Elemento 0-1 Tipo 1
        0 + 0.2000i
-----------------------------------------------------
 Elemento 0-2 Tipo 1
        0 + 0.2000i        0
        0                  0 + 0.4000i
-----------------------------------------------------
 Elemento 2-3 Tipo 2
        0 + 0.2000i        0                  0
        0                  0 + 0.4000i        0 + 0.4000i
        0                  0 + 0.4000i   0.0500 + 0.8000i
-----------------------------------------------------
```


Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.2. Caso 2: Líneas Explicitas

```
-----------------------------------------------------
 Elemento 1-2 Tipo 3 + Kron
        0 + 0.2000i        0                  0                  0 - 0.2000i
        0                  0 + 0.4000i        0 + 0.4000i        0 + 0.4000i
        0                  0 + 0.4000i   0.0500 + 0.8000i        0 + 0.4000i
        0 - 0.2000i        0 + 0.4000i        0 + 0.4000i   0.2000 + 1.4000i
Luego del Kron:

   0.0040 + 0.1720i  -0.0080 + 0.0560i  -0.0080 + 0.0560i
  -0.0080 + 0.0560i   0.0160 + 0.2880i   0.0160 + 0.2880i
  -0.0080 + 0.0560i   0.0160 + 0.2880i   0.0660 + 0.6880i
-----------------------------------------------------
 Elemento 1-3 Tipo 3 + Kron
   0.0040 + 0.1720i  -0.0080 + 0.0560i  -0.0080 + 0.0560i  -0.0120 - 0.1160i
  -0.0080 + 0.0560i   0.0160 + 0.2880i   0.0160 + 0.2880i   0.0240 + 0.2320i
  -0.0080 + 0.0560i   0.0160 + 0.2880i   0.0660 + 0.6880i   0.0740 + 0.6320i
  -0.0120 - 0.1160i   0.0240 + 0.2320i   0.0740 + 0.6320i   0.1360 + 1.1480i
Luego del Kron:
   0.0030 + 0.1603i  -0.0059 + 0.0794i  -0.0015 + 0.1199i
  -0.0059 + 0.0794i   0.0119 + 0.2411i   0.0030 + 0.1603i
  -0.0015 + 0.1199i   0.0030 + 0.1603i   0.0257 + 0.3401i
-----------------------------------------------------
 Elemento 1-3 Tipo 3 + Kron
   0.0030 + 0.1603i  -0.0059 + 0.0794i  -0.0015 + 0.1199i  -0.0044 - 0.0404i
  -0.0059 + 0.0794i   0.0119 + 0.2411i   0.0030 + 0.1603i   0.0089 + 0.0808i
  -0.0015 + 0.1199i   0.0030 + 0.1603i   0.0257 + 0.3401i   0.0272 + 0.2202i
  -0.0044 - 0.0404i   0.0089 + 0.0808i   0.0272 + 0.2202i   0.0817 + 0.6606i
Luego del Kron:
   0.0027 + 0.1578i  -0.0054 + 0.0844i   0.0000 + 0.1333i
  -0.0054 + 0.0844i   0.0109 + 0.2312i  -0.0000 + 0.1333i
  -0.0000 + 0.1333i   0.0000 + 0.1333i   0.0167 + 0.2667i
-----------------------------------------------------
```


Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.2. Caso 2: Líneas Explicitas

- Finalmente la matriz impedancia resulta:

```
---------------------------------------------------
 Matriz Impedancia de Barra

Z =
   0.0027 + 0.1578i  -0.0054 + 0.0844i   0.0000 + 0.1333i
  -0.0054 + 0.0844i   0.0109 + 0.2312i  -0.0000 + 0.1333i
  -0.0000 + 0.1333i   0.0000 + 0.1333i   0.0167 + 0.2667i
---------------------------------------------------
 Orden de la matriz es :3x3
Z =
   0.0027 + 0.1578i  -0.0054 + 0.0844i   0.0000 + 0.1333i
  -0.0054 + 0.0844i   0.0109 + 0.2312i  -0.0000 + 0.1333i
  -0.0000 + 0.1333i   0.0000 + 0.1333i   0.0167 + 0.2667i
```


Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1.1.2. Caso 2: Líneas Explicitas

- Es decir:

$$\mathbf{Z_{bus}} = \begin{bmatrix} 0.0027 + 0.1578j & -0.0054 + 0.0844j & 0 + 0.1333j \\ -0.0054 + 0.0844j & 0.0109 + 0.2312j & 0 + 0.1333j \\ 0 + 0.1333j & 0 + 0.1333j & 0.0167 + 0.2667j \end{bmatrix}$$

- Por su parte la matriz admitancia de barra resulta:

```
Y =
  Columns 1 through 2
  0.90950226244344 -11.09954751131222i -0.29411764705882 + 1.17647058823529i
 -0.29411764705882 + 1.17647058823530i  0.60180995475113 - 6.13800904977375i
 -0.61538461538461 + 4.92307692307692i -0.30769230769231 + 2.46153846153846i
  Column 3
 -0.61538461538462 + 4.92307692307692i
 -0.30769230769231 + 2.46153846153846i
  0.92307692307692 - 7.38461538461538i
```


Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

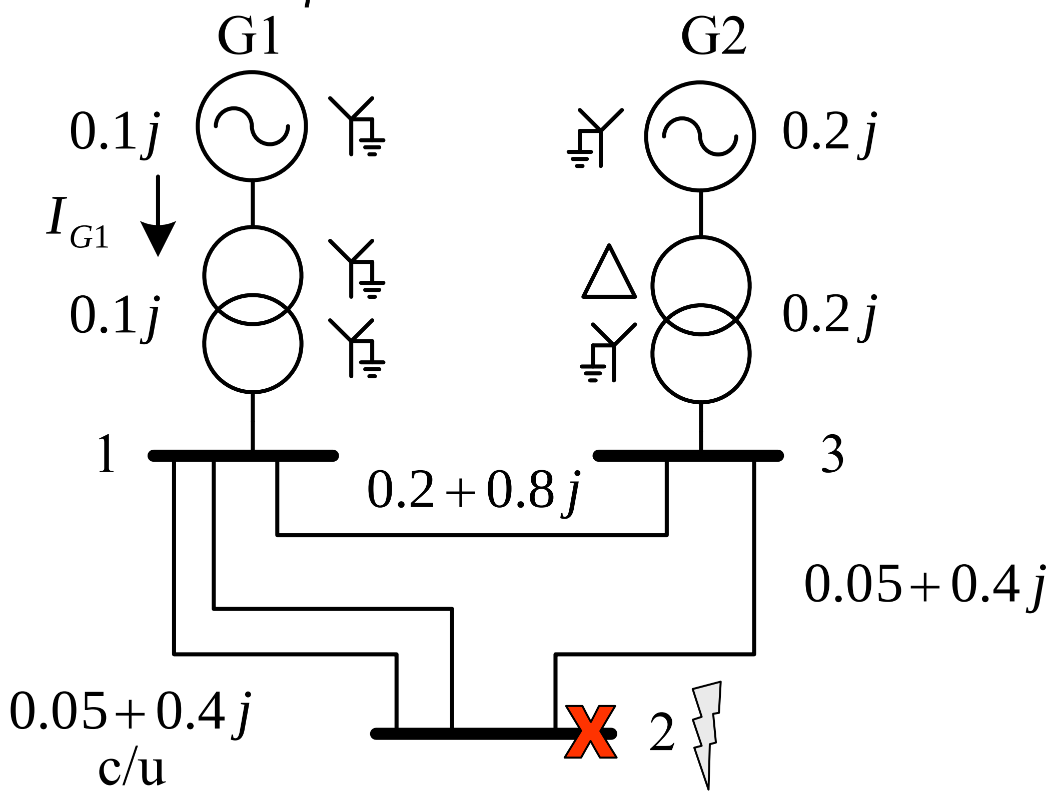
2. Conclusión

- Se puede observar que las matrices admitancia de barra, e impedancia de barra que se calculan con ambos métodos resultan ser iguales, de modo que se puede concluir que el empleo de una impedancia equivalente para representar dos líneas en paralelo arroja los mismo resultados que emplear en forma explicita y exacta la matriz.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

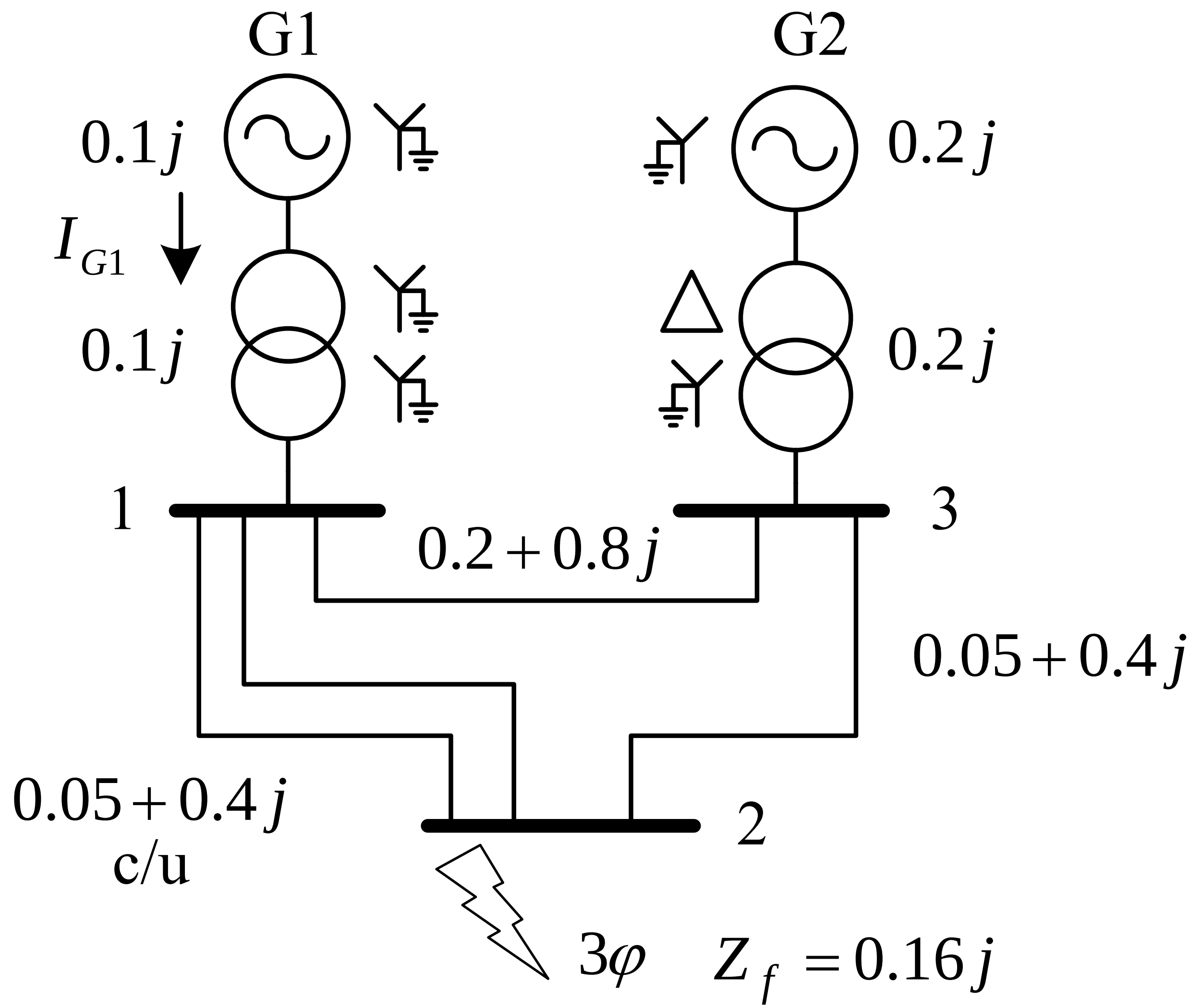
3. Falla en Bus 2

- Determinar la corriente de falla cuando ocurre un cortocircuito trifásico en la Barra 2, considere la impedancia de falla $Z_f = 0.16j\ p.u.$



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3. Falla en Bus 2



3. Falla en Bus 2

- Se conoce que el sistema se encuentra en vacío, y además las máquinas operan a voltaje y velocidad nominal, de modo que el voltaje previo a la falla en todas las barras es 1.0 por unidad.

$$V_{pfpf} = 1\angle 0\, p.u$$

- De tal modo que la corriente de falla por cortocircuito trifásico en la barra 2, resulta:

$$\bar{I}_2 = \frac{V_{pfpf}}{Z_{22} + Z_f}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3. Falla en Bus 2

- De tal modo que la corriente de falla por cortocircuito trifásico en la barra 2, resulta:

$$\bar{I}_2 = \frac{V_{pfpf}}{Z_{22} + Z_f}$$

- Siendo Z_{22}, el elemento propio de la barra 2 en la matriz impedancia de barra.

$$Z_{22} = 0.0167 + 0.2667\,j$$

$$\mathbf{Z_{bus}} = \begin{bmatrix} 0.0027 + 0.1578\,j & -0.0054 + 0.0844\,j & 0 + 0.1333\,j \\ -0.0054 + 0.0844\,j & 0.0109 + 0.2312\,j & 0 + 0.1333\,j \\ 0 + 0.1333\,j & 0 + 0.1333\,j & \boxed{0.0167 + 0.2667\,j} \end{bmatrix}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3. Falla en Bus 2

- Sustituyendo los respectivos valores, se tiene que los valores de corriente de falla son:

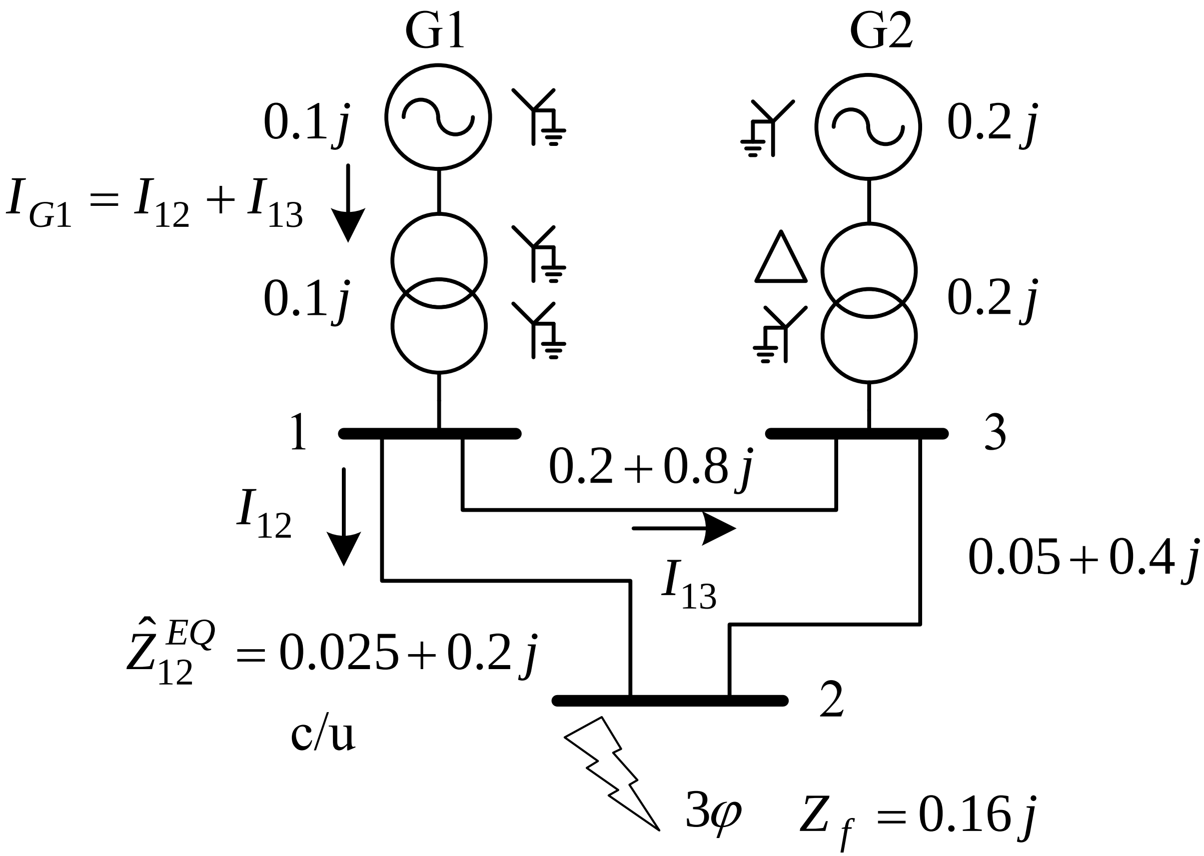
$$\bar{I}_2 = 0.0914 - 2.3402\mathrm{i}$$

$$\bar{I}_2 = 2.3420\angle -87.7630\mathrm{p.u}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3.1. Contribución de Corrientes

- Determinar la corriente que entrega el generador G1 (*IG1*), con la situación de falla en la barra 2.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3.1. Contribución de Corrientes

- Un mecanismo, es indirecto, aplicando la ley de corrientes de Kirchoff en la barra 1.

$$I_{G1} = I_{12} + I_{13}$$

- Donde I_{12} e I_{13}, son calculados, como las corrientes:

$$I_{12} = \frac{V_1 - V_2}{\hat{Z}_{12}^{EQ}}$$

$$I_{13} = \frac{V_1 - V_3}{\hat{Z}_{13}^{EQ}}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3.1. Contribución de Corrientes

- Donde los voltajes quedan dados por:

$$\Delta V_1 = Z_{12} I_2$$

$$\Delta V_2 = Z_{22} I_2$$

$$\Delta V_3 = Z_{23} I_2$$

- Efectuando las respectivas sustituciones resulta:

```
DeltaV1 = 0.312158 < 2.24127
DeltaV2 = 0.625774 < -1.34175
DeltaV3 = 0.312158 < 2.24127
```


Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3.1. Contribución de Corrientes

- Ahora bien los voltajes reales son dados por:

$$V_1 = V_{pfpf} - \Delta V_1$$

$$V_2 = V_{pfpf} - \Delta V_2$$

$$V_3 = V_{pfpf} - \Delta V_3$$

- Efectuando las respectivas sustituciones se obtiene:

```
V1 = 0.688189 < -1.01642
V2 = 0.374684 < 2.24127
V3 = 0.688189 < -1.01642
```


Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3.1. Contribución de Corrientes

- Nótese que el *voltaje de la barra fallada resulta ser diferente de cero*, y eso es lógico que ocurra, debido a que *la falla no es sólida*, sino que posee una impedancia asociada.
- De hecho, el valor del voltaje de la barra fallada queda definido, por el voltaje sobre la impedancia de falla:

$$V_2 = Z_f I_2$$

$$V_2 = 0.374684 \ \angle 2.24127°$$

$$V_2 = 0.3744 + 0.0147i$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3.1. Contribución de Corrientes

- Finalmente las corrientes quedan dadas por:

$$I_{12} = 1.562 \angle -87.7693°$$

$$I_{13} = 0 \angle 0\ °$$

$$I_{23} = 0.781 \angle 92.2307°$$

- Las corrientes que entran los generadores es:

$$I_{G1} = 1.562 \angle -87.7693°$$

$$I_{23} = 0.781 \angle -87.7693°$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3.1. Contribución de Corrientes

- Es fácil demostrar se cumple:

$$I_2 = -\left(-I_{12} + I_{23}\right)$$

$$I_{falla} = 2.343 \angle \text{-}87.7693°$$

$$I_2 = 2.34177 \angle \text{-}87.7587°$$

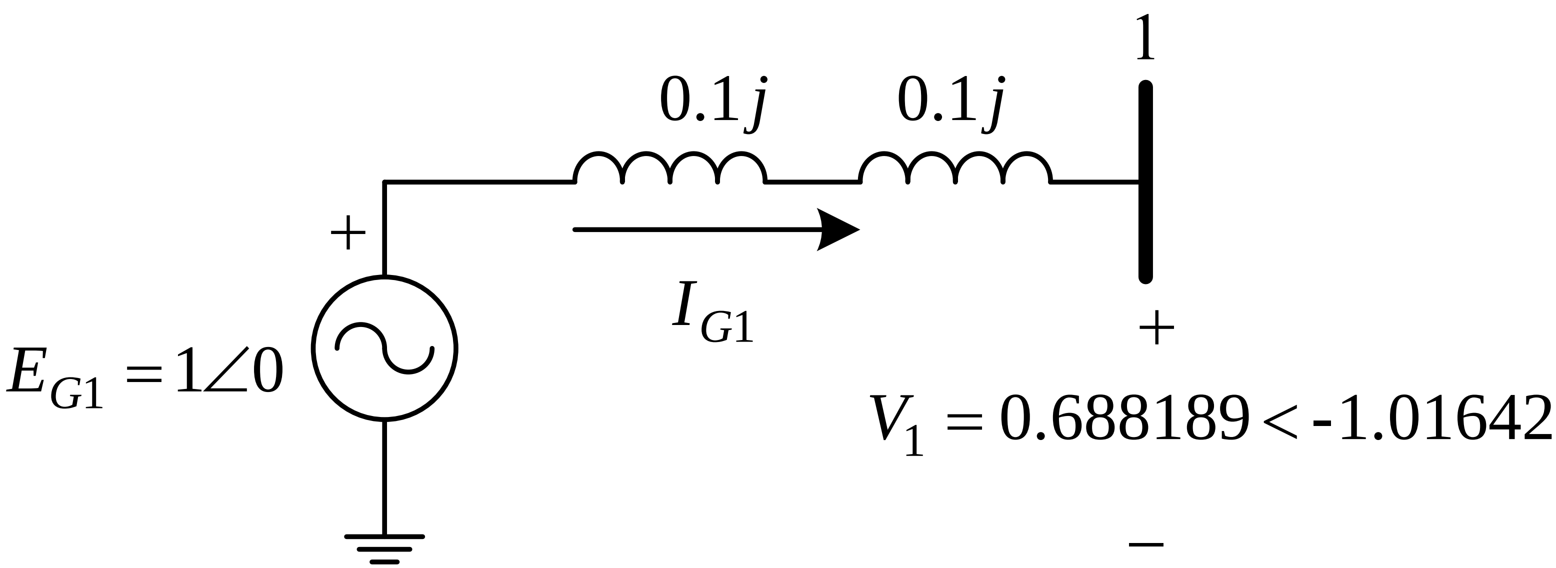
- Finalmente resulta:

$$\bar{I}_{G1} = 1.562 \angle \text{-}87.7693\, p.u$$

$$I_{G2} = 0.781 \angle -87.7693\, p.u$$

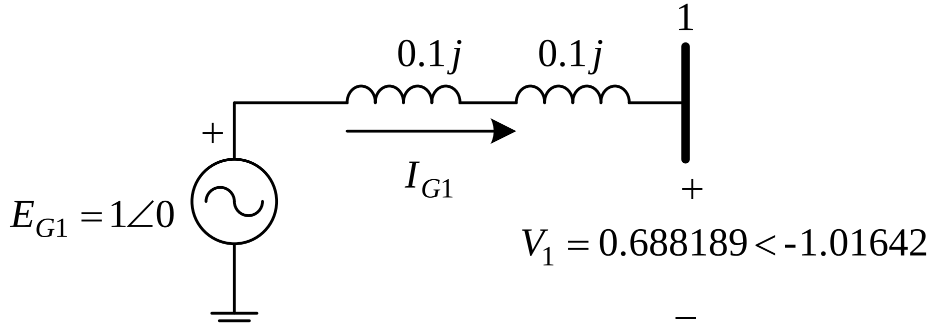
3.1. Contribución de Corrientes

- Hay una forma mas simple, es determinar el voltaje de la barra 1, V_1 durante la condición planteada, y luego efectuar una simple sumatoria de voltajes.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3.1. Contribución de Corrientes



- De tal modo que es simple:

$$I_{G1} = \frac{E_{G1} - V_1}{0.2\,j}$$

- Sustituyendo resulta:

$$I_{\mathrm{G1}} = 1.562\ \angle\text{-}87.7693°$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3.1. Contribución de Corrientes

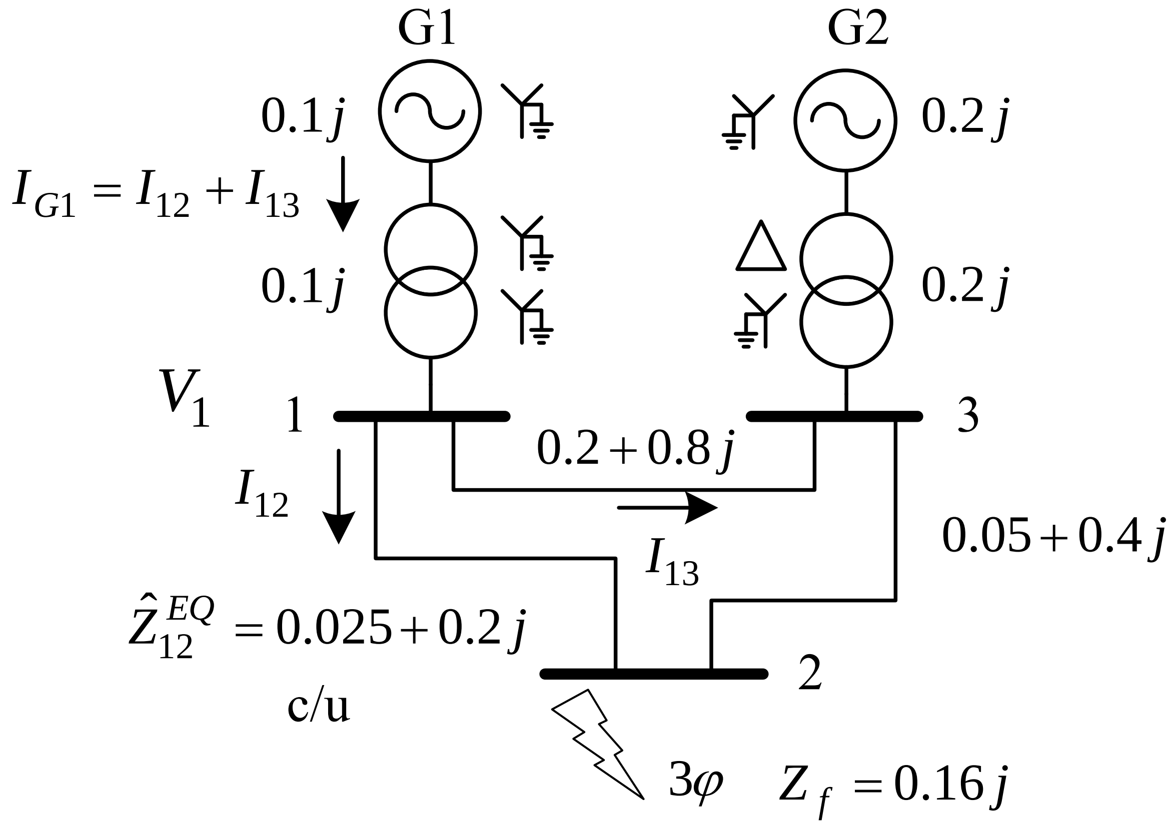
Conclusión:

- Por ambos caminos da el mismo resultado, la diferencia esta en la cantidad de trabajo.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3.2. Voltaje de Barra

- Determinar el *voltaje en la barra 3*, cuando ocurre *un cortocircuito trifásico sólido en la barra 1*.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3.2. Voltaje de Barra 3

- Al ocurrir *una falla en la barra 1*, se tiene que la corriente de falla es fácilmente calculada como:

$$\bar{I}_1 = \frac{V_{pfpf}}{Z_{11}}$$

$$\bar{I}_1 = \frac{1 + 0\,j}{0.00272495266321 + 0.15780851238989\,j}$$

- Sustituyendo valores se obtiene:

$$\bar{I}_1 = 6.33621\angle\text{-}89.0197\ p.u$$

3.2. Voltaje de Barra 3

- Se procede a calcular el voltaje de la barra 3:

$$\Delta V_3 = Z_{13} I_1 \qquad Z_{13} = 0.13333333333333\,j$$

$$\Delta V_3 = 0.535869 \angle 4.6411$$

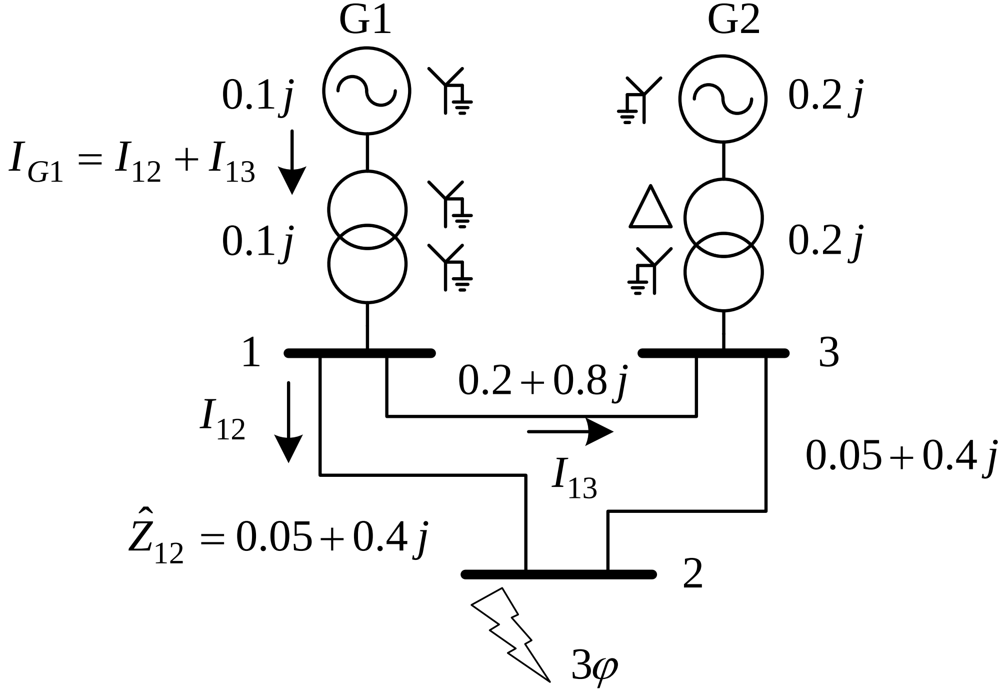
- Finalmente:

$$V_3 = 0.467901 \angle -5.3171$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Sacar de Operación una línea

- Proceder a sacar de operación una de las líneas de transmisión entre las barras 1 y 2.
- Determinar el nuevo valor de corriente de cortocircuito trifásico sólido en la barra 3.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Sacar de Operación una línea

- Al sacar de operación la línea, *hay dos formas de tratar esto*.
- Una forma es la construcción de la matriz *considerando solamente una de las dos líneas entre las barras 1 y 2*.

```
Ybus =
    1.5136 - 7.1521i  -0.2941 + 1.1765i  -1.2195 + 0.9756i
  -0.2941 + 1.1765i   0.6018 - 6.1380i  -0.3077 + 2.4615i
  -0.3077 + 2.4615i  -0.3077 + 2.4615i   0.6154 - 4.9231i
```


Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Sacar de Operación una línea

- Finalmente se tiene la matriz impedancia.

```
Zbus =
   0.0109 + 0.1693i  -0.0219 + 0.0614i  -0.0456 + 0.0713i
  -0.0024 + 0.0843i   0.0048 + 0.2315i  -0.0166 + 0.1342i
   0.0043 + 0.1268i  -0.0085 + 0.1465i  -0.0061 + 0.3028i
```

$$\mathbf{Z_{bus}} = \begin{bmatrix} 0.0109 + 0.1693j & -0.0219 + 0.0614j & -0.0456 + 0.0713j \\ -0.0024 + 0.0843j & 0.0048 + 0.2315j & -0.0166 + 0.1342j \\ 0.0043 + 0.1268j & -0.0085 + 0.1465j & -0.0061 + 0.3028j \end{bmatrix}$$

- Esta metodología tiene un problema, *requiere la construcción a partir de cero, y lo cual involucra tiempo.*

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Sacar de Operación una línea

- Otra forma es tomar la matriz impedancia de barra ya formada y *aplicar una operación para eliminar una de las líneas 1-2*.

$$\mathbf{Z_{bus}} = \begin{bmatrix} 0.0027 + 0.1578j & -0.0054 + 0.0844j & 0 + 0.1333j \\ -0.0054 + 0.0844j & 0.0109 + 0.2312j & 0 + 0.1333j \\ 0 + 0.1333j & 0 + 0.1333j & 0.0167 + 0.2667j \end{bmatrix}$$

- Es decir, tomar la matriz 3x3 anterior y agregar el negativo del valor a eliminar $Z_{12}^{Neg} = -0.05 - 0.4j$

4. Sacar de Operación una línea

```
SACAR UNA LÍNEA DE SERVICIO
-----------------------------------------------------

 Barra de Inicio : 1

 Barra Final: 3
-----------------------------------------------------
 Matriz Impedancia de Barra

Zbus =
   0.0109 + 0.1693i  -0.0219 + 0.0614i  -0.0456 + 0.0713i
  -0.0024 + 0.0843i   0.0048 + 0.2315i  -0.0166 + 0.1342i
   0.0043 + 0.1268i  -0.0085 + 0.1465i  -0.0061 + 0.3028i
-----------------------------------------------------
 Orden de la matriz es :3x3
```

4. Sacar de Operación una línea

```
Zbus =
   0.0109 + 0.1693i  -0.0219 + 0.0614i  -0.0456 + 0.0713i
  -0.0024 + 0.0843i   0.0048 + 0.2315i  -0.0166 + 0.1342i
   0.0043 + 0.1268i  -0.0085 + 0.1465i  -0.0061 + 0.3028i
```

$$\mathbf{Z_{bus}} = \begin{bmatrix} 0.0027 + 0.1578j & -0.0054 + 0.0844j & 0 + 0.1333j \\ -0.0054 + 0.0844j & 0.0109 + 0.2312j & 0 + 0.1333j \\ 0 + 0.1333j & 0 + 0.1333j & 0.0167 + 0.2667j \end{bmatrix}$$

- Se puede observar que ambos métodos arrojan los mismos resultados.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Sacar de Operación una línea

- Al ocurrir una falla en la barra 3, se tiene que la corriente de falla es fácilmente calculada como:

$$\bar{I}_3 = \frac{V_{pfpf}}{Z_{33}}$$

$$\mathbf{Z_{bus}} = \begin{bmatrix} 0.0027 + 0.1578j & -0.0054 + 0.0844j & 0 + 0.1333j \\ -0.0054 + 0.0844j & 0.0109 + 0.2312j & 0 + 0.1333j \\ 0 + 0.1333j & 0 + 0.1333j & 0.0167 + 0.2667j \end{bmatrix}$$

- Sustituyendo valores se obtiene:

$$\bar{I}_3 = 3.3022\angle\text{-}91.1605\, p.u$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org