

ELC-30524
Sistemas de Potencia II

Anexo 2.3.
Resolución de la
Ecuación de Oscilación

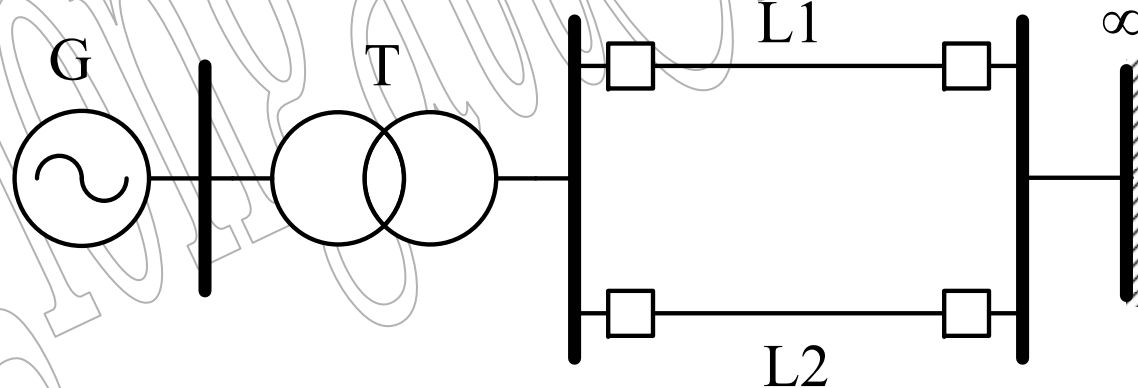
Prof. Francisco M. González-Longatt

fglongatt@ieee.org

<http://www.giaelec.org/fglongatt/SP2.htm>

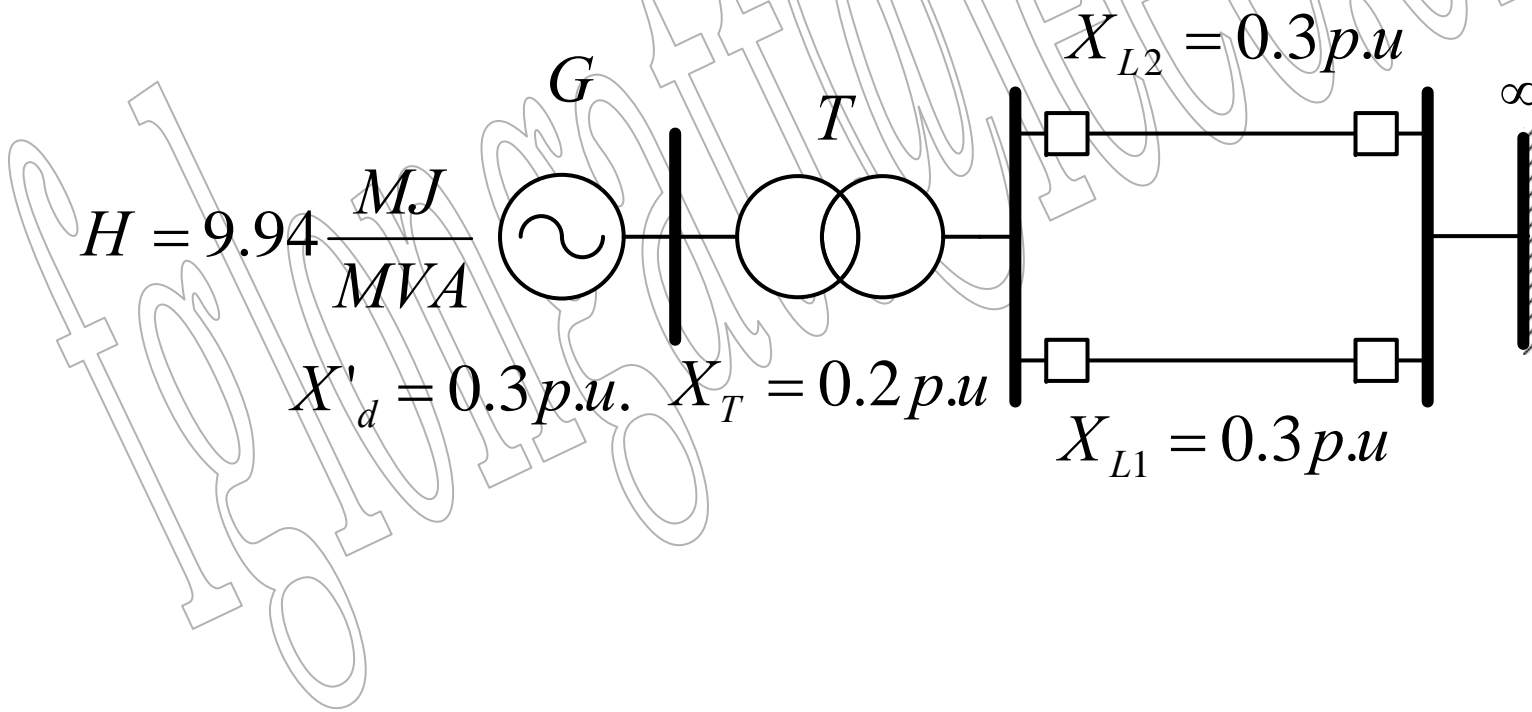
Ejemplo

- Supóngase que se tiene un generador sincrónico, de rotor liso 60 Hz que posee una constante de inercia $H = 9.94$ MJoules/MVA, y reactancia transitoria de $X'd = 0.3$ p.u. y esta conectado por medio de un sistema de transmisión netamente inductivo a una barra de potencia infinita.



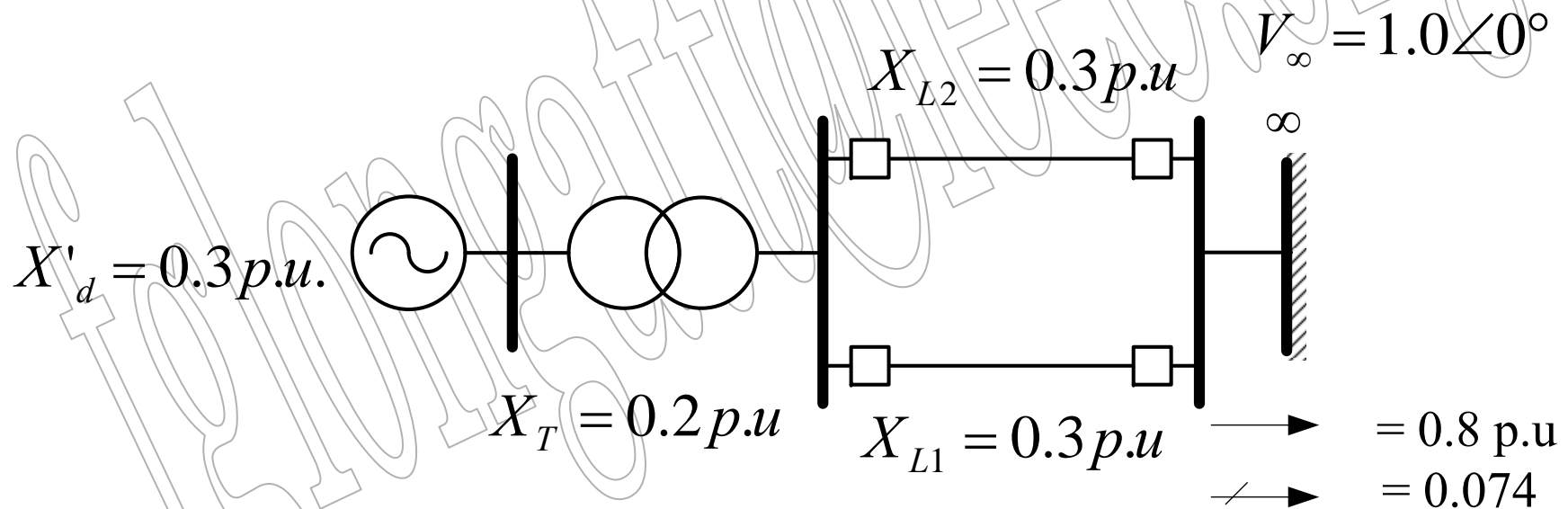
Ejemplo

- El generador entrega a la barra de potencia infinita una potencia $P = 0.8$ p.u, $Q = 0.074$ p.u, cuando el voltaje en la barra de potencia infinita es 1.0 por unidad.



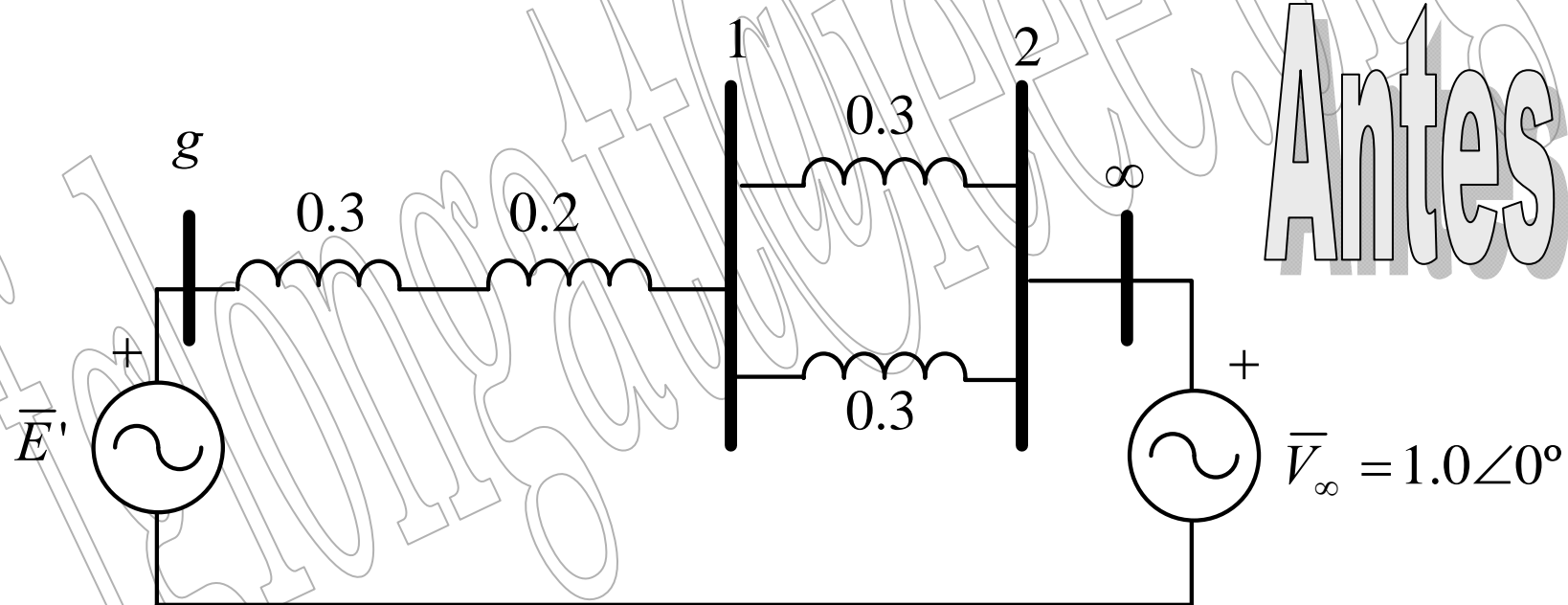
Ejemplo

- Supóngase que súbitamente la potencia mecánica en el eje de máquina se eleva a $P_{mec}^1 = 0.9 \text{ p.u.}$, determine si el sistema es estable y el nuevo punto de operación



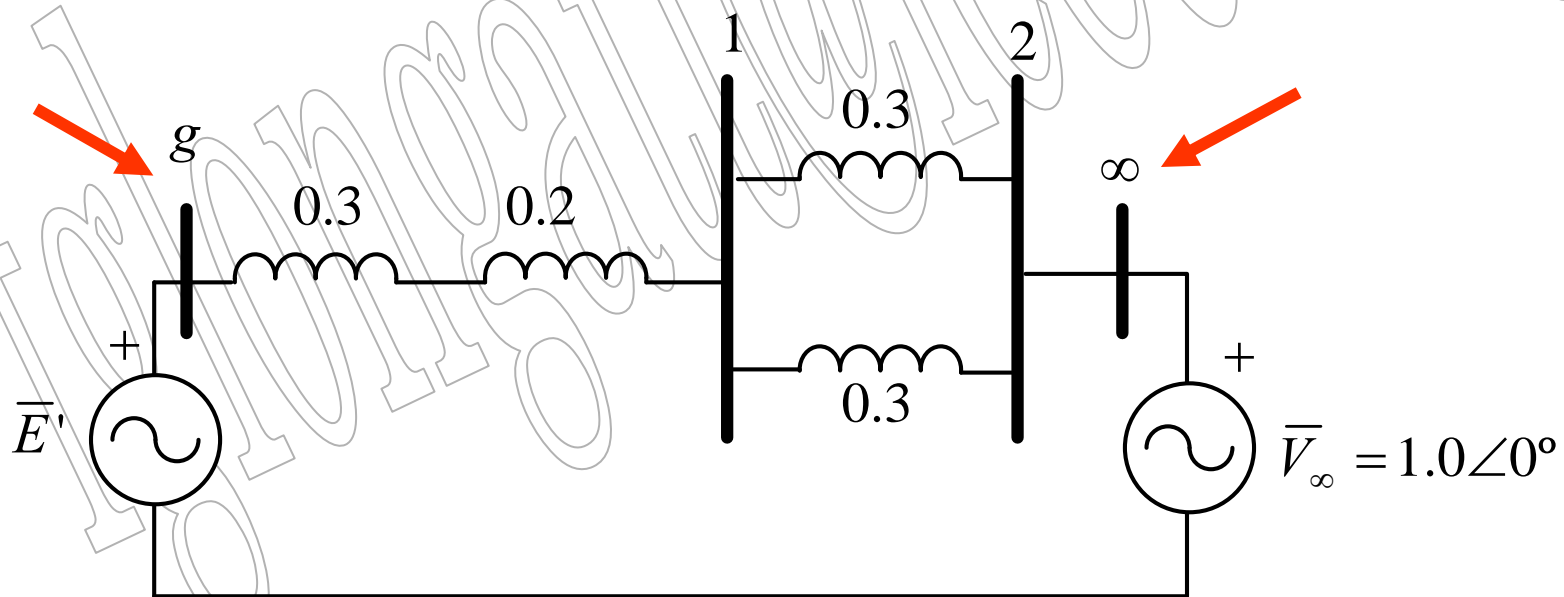
Cambio Potencia Mecánica

- *Antes de la perturbación*, se tienen que el sistema opera en condiciones estables.
- El diagrama de reactancias del sistema resultante es:



Cambio Potencia Mecánica

- Nótese, que además de las barras del sistema de transmisión se han incluido dos barras más “g” para indicar el punto detrás de la reactancia transitoria del generador, y “∞”, para indicar la barra de potencia infinita.



Cambio Potencia Mecánica

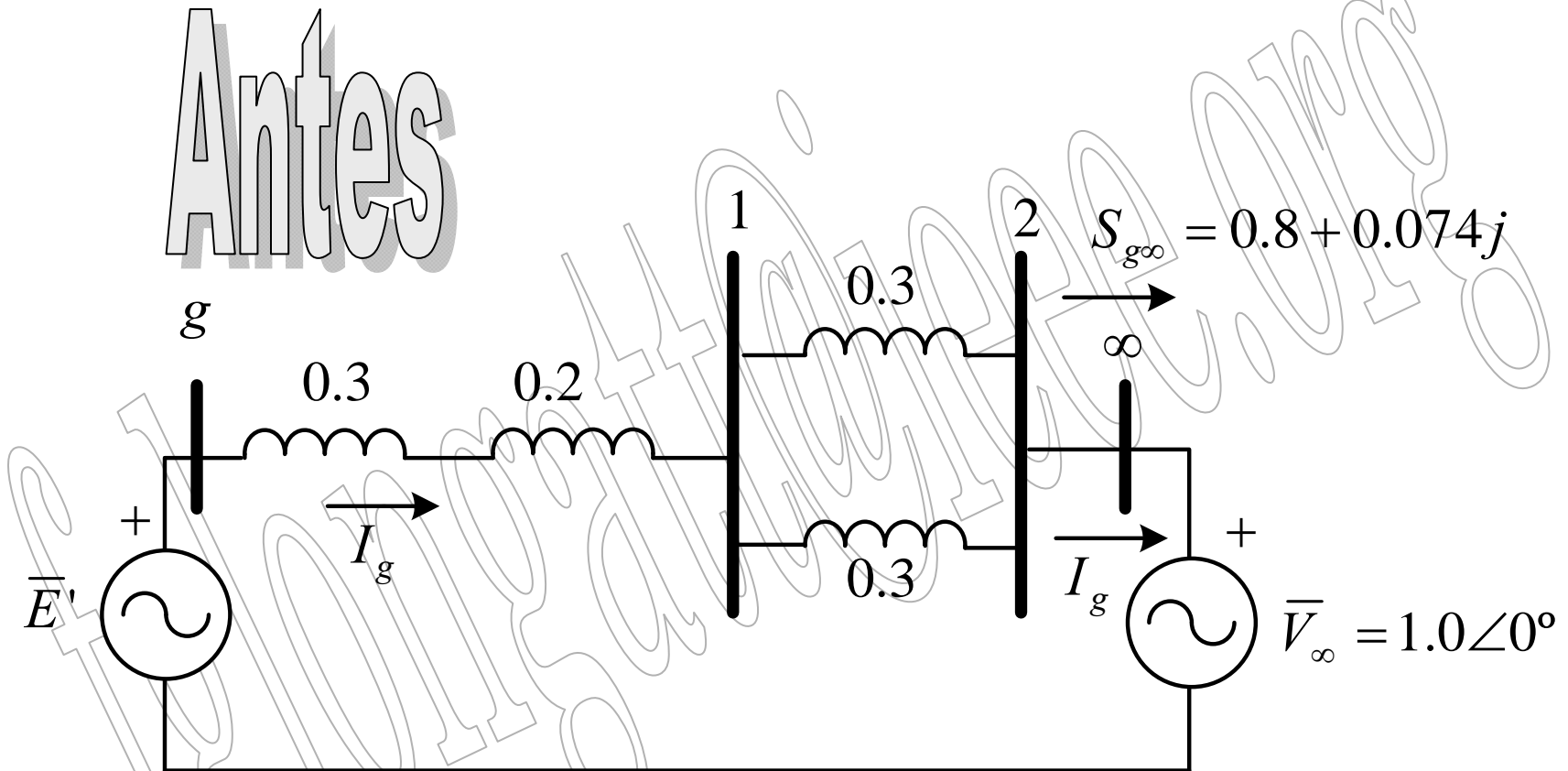
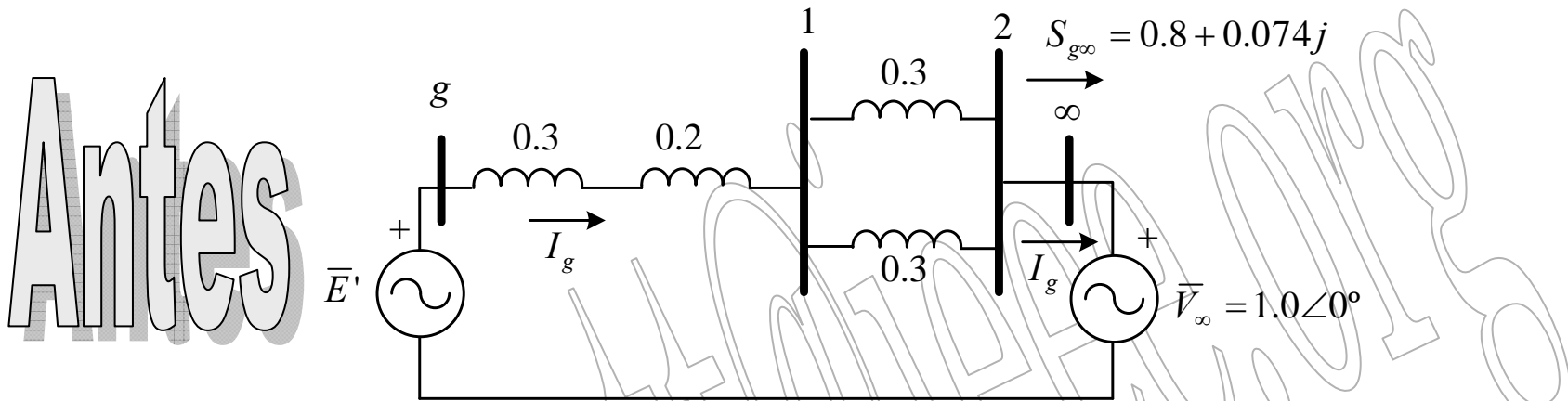


Diagrama de reactancias antes de la perturbación

Cambio Potencia Mecánica



- Se determina el valor de la corriente que entrega el generador a la barra de potencia infinita I_g .

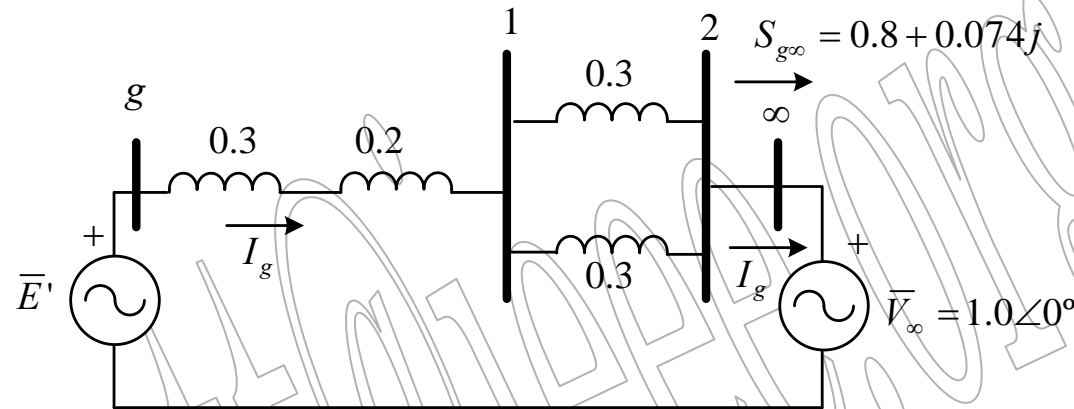
$$I_g = \frac{S_{g\infty}^*}{V_{\infty}^*} \quad I_g = \frac{(0.8 - 0.074j)p.u}{1\angle 0^\circ p.u}$$

$$I_g = 0.803415 \angle -5.284821 p.u$$

$$I_g = 0.8 - 0.074j p.u$$

Cambio Potencia Mecánica

Antes



- La reactancia de transferencia entre la fuente de voltaje interno de la maquina , y la barra de potencia infinita en condiciones estables es dada por:

$$X_{g\infty}^I = X'_d + X_T + X_{LT1} // X_{LT2}$$

$$X_{g\infty}^I = X'_d + X_T + \frac{X_{LT1} X_{LT2}}{X_{LT1} + X_{LT2}}$$

Cambio Potencia Mecánica

$$X_{g\infty}^I = X'_d + X_T + X_{LT1} // X_{LT2}$$

$$X_{g\infty}^I = X'_d + X_T + \frac{X_{LT1} X_{LT2}}{X_{LT1} + X_{LT2}}$$

- Sustituyendo valores se tiene:

$$X_{g\infty}^I = 0.3 + 0.2 + \frac{0.3}{2}$$

$$X_{g\infty}^I = 0.65 p.u$$

Antes

Cambio Potencia Mecánica

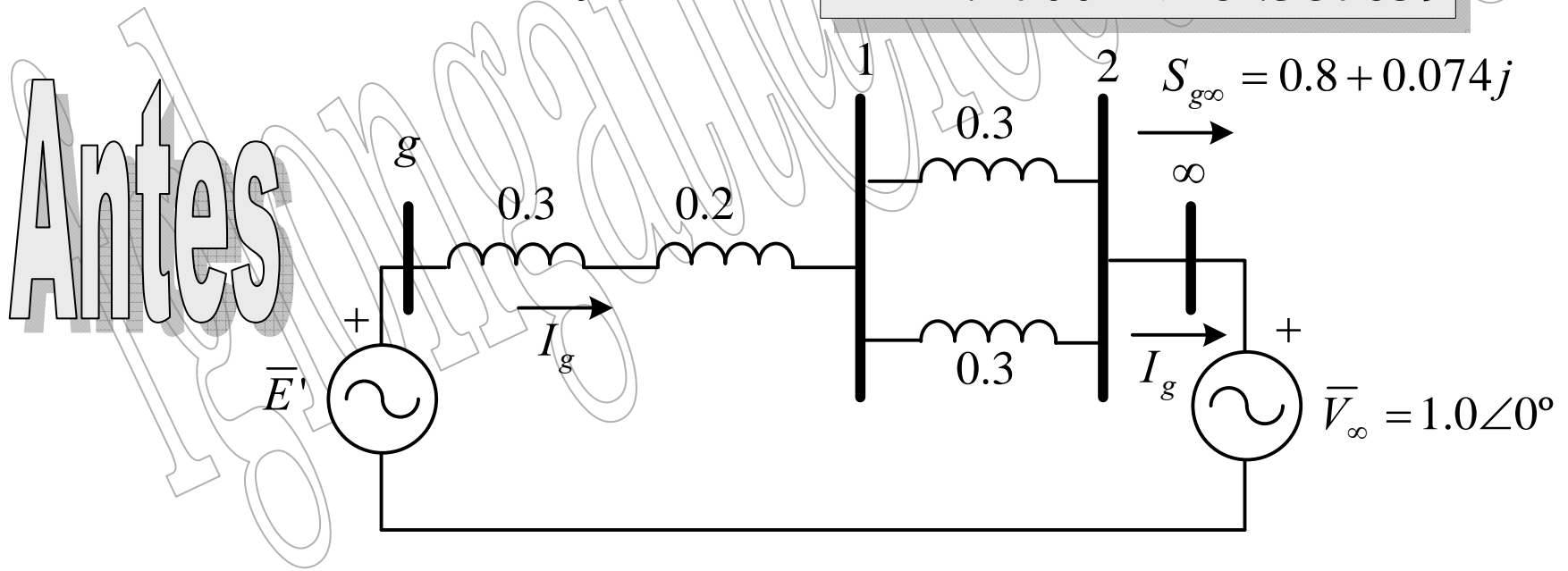
- Por otra parte el voltaje interno de la máquina E' , puede ser calculado como:

$$\bar{E}' = jX_{g\infty}^I \bar{I}_g + \bar{V}_\infty$$

$$\bar{E}' = 0.65j(0.8034 \angle -5^\circ.28) + 1 \angle 0^\circ$$

$$\bar{E}' = 1.0481 + 0.5200j$$

$$\bar{E}' = 1.17001 \angle 26^\circ.387659$$



Cambio Potencia Mecánica

- Se procede a calcular la ecuación potencia-ángulo, antes de que suceda cualquier perturbación:

$$P_{elec}^I = \frac{|\bar{E}'| |\bar{V}_\infty|}{X_{g\infty}^I} \text{sen} \delta$$

$$P_{elec}^I = \frac{1.17 \times 1.00}{0.65} \text{sen} \delta$$

$$P_{elec}^I = 1.8 \text{sen} \delta$$

$$P_{\max}^I = 1.8$$

Antes

Cambio Potencia Mecánica

- El punto inicial, estable de operación puede ser calculado en forma simple, ya que máquina se supone ideal (eficiencia del $\eta = 100\%$), toda la potencia activa entregada por el generador proviene de la potencia mecánica, de tal modo que se cumple:

$$P_{mec}^0 = P_{elec}^0 = 0.8$$

$$0.8 = P_{elec}^I = 1.8 \text{sen} \delta_0$$

$$\frac{0.8}{1.8} = \text{sen} \delta_0$$

$$\delta_0 = \text{sen}^{-1} \left(\frac{0.8}{1.8} \right)$$

$$\delta_0 = 26^\circ.3877$$

$$\delta_0 = 0.4606 \text{rad}$$

Cambio Potencia Mecánica

- Se procede entonces a plantear la ecuación de oscilación:

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = M \frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = P_{acel} = P_{mec} - P_{elec}$$

Antes

Cambio Potencia Mecánica

- **Antes de la Perturbación**

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = P_{mec} - P_{elec}$$

$$\frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = \frac{120\pi}{2 \times 9.94} (0.8 - 1.8 \text{sen} \delta)$$

$$\frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = 15.17067 - 34.134 \text{sen} \delta$$

Antes

para $t < 0$

Cambio Potencia Mecánica

- **Después de la Perturbación**

$$\frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = 17.0670 - 34.134 \text{sen} \delta$$

para $t > 0$

Despues

Cambio Potencia Mecánica

- De tal modo que para construir la curva de oscilación se debe encontrar la solución de $\delta(t)$, y ello implica resolver la ecuación de oscilación.

$$\begin{cases} \frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = 17.0670 - 34.134 \operatorname{sen} \delta \\ \delta(t = 0) = 26^\circ.38 \end{cases} \quad t \in [0, 1.5]$$

Cambio Potencia Mecánica

- En este caso se va a efectuar la construcción de la ecuación de oscilación, para un tiempo total de 1.5 segundos.
- Se emplea el método de Euler, por simple formalismo académico, se emprende la solución para , con $n = 10$ sub-intervalos, lo cual implica que el paso de integración es $h = 0.15$ segundos.

Cambio Potencia Mecánica

- Se conoce que para la ecuación de oscilación en forma de sistema de sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden se tiene:

$$\begin{cases} \frac{d\omega(t)}{dt} = 17.0670 - 34.134\text{sen}\delta \\ \frac{d\delta(t)}{dt} = \omega(t) \\ \delta(t=0) = 26^\circ.38 \\ \omega(t=0) = 0 \end{cases} \quad t \in [0,1.5]$$

Cambio Potencia Mecánica

- De tal modo se puede aplicar en forma directa el método de Euler:

$$\mathbf{Y}_{j+1} = \mathbf{Y}_j + h\mathbf{F}_j$$

- Donde:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \delta(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix}$$

- De tal modo que la ecuación aproximante resulta:

$$\begin{bmatrix} \delta(t_{j+1}) \\ \omega(t_{j+1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta(t_j) \\ \omega(t_j) \end{bmatrix} + h \begin{bmatrix} \omega(t_j) \\ 17.0670 - 34.134 \text{sen} \delta(t_j) \end{bmatrix}$$

Cambio Potencia Mecánica

- La ecuación aproximada es:

$$\begin{bmatrix} \delta(t_{j+1}) \\ \omega(t_{j+1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta(t_j) \\ \omega(t_j) \end{bmatrix} + h \begin{bmatrix} \omega(t_j) \\ 17.0670 - 34.134 \text{sen} \delta(t_j) \end{bmatrix}$$

- Con:

$$\begin{bmatrix} \delta(t=0) \\ \omega(t=0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4606 \text{rad} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Cambio Potencia Mecánica

- Se procede a integrar para cada uno de los sub-intervalos:

Para $j = 0$, $t = 0$ segundos se tiene:

$$\begin{bmatrix} \delta(t_1) \\ \omega(t_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta(t_0) \\ \omega(t_0) \end{bmatrix} + h \begin{bmatrix} \omega(t_0) \\ 17.0670 - 34.134 \text{sen} \delta(t_0) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta(t_1) \\ \omega(t_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.46 \\ 0 \end{bmatrix} + 0.15 \begin{bmatrix} 0 \\ 17.0670 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta(t_1) \\ \omega(t_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.46 \\ 0 \end{bmatrix} + 0.15 \begin{bmatrix} 0 \\ 17.0670 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta(t_1) \\ \omega(t_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.46 \\ 0.28445 \end{bmatrix}$$

Para $j = 1$, $t = 0.15$ segundos:

$$\begin{bmatrix} \delta(t_2) \\ \omega(t_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta(t_1) \\ \omega(t_1) \end{bmatrix} + h \begin{bmatrix} \omega(t_1) \\ 17.0670 - 34.134 \text{sen} \delta(t_1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta(t_2) \\ \omega(t_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.46 \\ 0.28445 \end{bmatrix} + 0.15 \begin{bmatrix} 0.28445 \\ 17.0670 - 34.134 \text{sen}(0.15) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta(t_2) \\ \omega(t_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5032 \\ 0.56890 \end{bmatrix}$$

Cambio Potencia Mecánica

- Finalmente se procede a seguir integrando hasta que se logra la tabla completa de valores de velocidad y ángulo en el tiempo.

Tiempo	Velocidad	Angulo [Grados]
--------	-----------	-----------------

0.15	0.28445	26.38780
0.3	0.56890	28.83247
0.45	0.65978	33.72180
0.6	0.37735	39.39220
0.75	-0.31194	42.63530
0.9	-1.21989	39.95433
1.05	-1.94785	29.47017
1.2	-1.90674	12.72965
1.35	-0.47490	-3.65754
1.5	2.41177	-7.73904

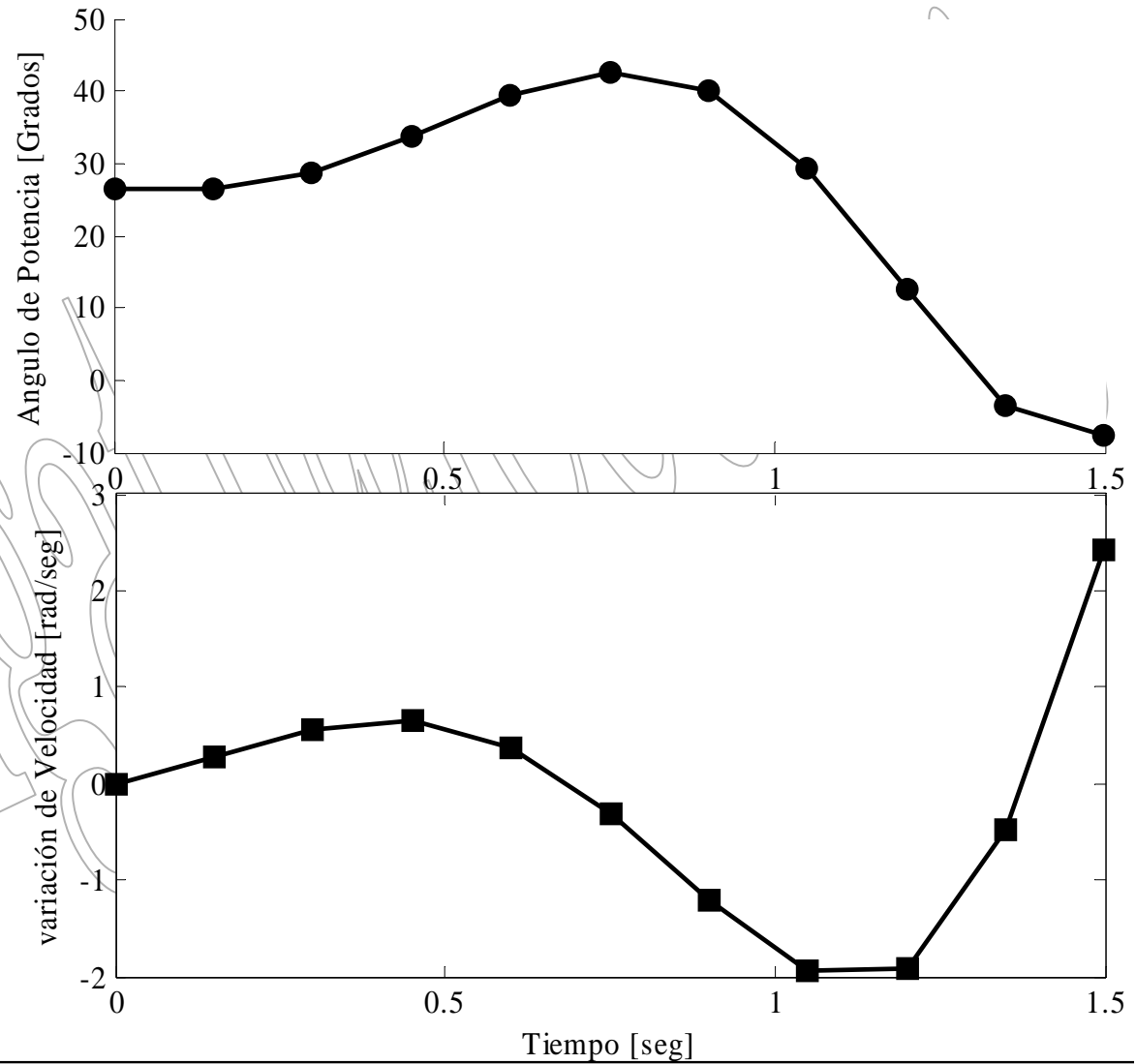
Cambio Potencia Mecánica

- En este caso el autor implemento un programa en MATLAB™, se resuelve la ecuación de oscilación y se llama, **Euler_Pmec_Change.m**.

Cambio Potencia Mecánica

```
% Método de Euler para Resolver una Ecuación Diferencial Ordinaria
% Resuelve por el Método de Euler Simple Hacia Adelante
% La ecuación de oscilación en el problema de estabilidad transitoria
% CAMBIO DE POTENCIA
% Autor: Francisco M. González-Longatt
% Fecha: March 9, 2006
%
% Precaución: Solamente para usos de enseñanza.
t0=0; % Tiempo Inicial
t(1)=t0;
tn=1.5; % Tiempo Final de simulación
n=10; % Subintervalos de integración
delta_t=(tn-t0)/n % Paso de Integración
delta0=asin(0.8/1.8); % Condición Inicial de ángulo
vel0=0; % Velocidad Inicial de la máquina
H=9.94; % Constante de Inercia en segundos
Pm1=0.9; % Potencia mecánica de entrada FINAL
f=60; % Frecuencia
Pmax1=1.8; % Potencia máxima de la máquina
t(1)=t0; velocidad(1)=vel0;
delta(1)=delta0;
for i = 1:1:n
    t(i+1)=t(i)+delta_t;
    delta(i+1)=delta(i)+delta_t*velocidad(i);
    Pmax=Pmax1;
    velocidad(i+1)=velocidad(i)+(pi*f/H*(Pm1-Pmax*sin(delta(i))))*delta_t;
end
```

Cambio Potencia Mecánica



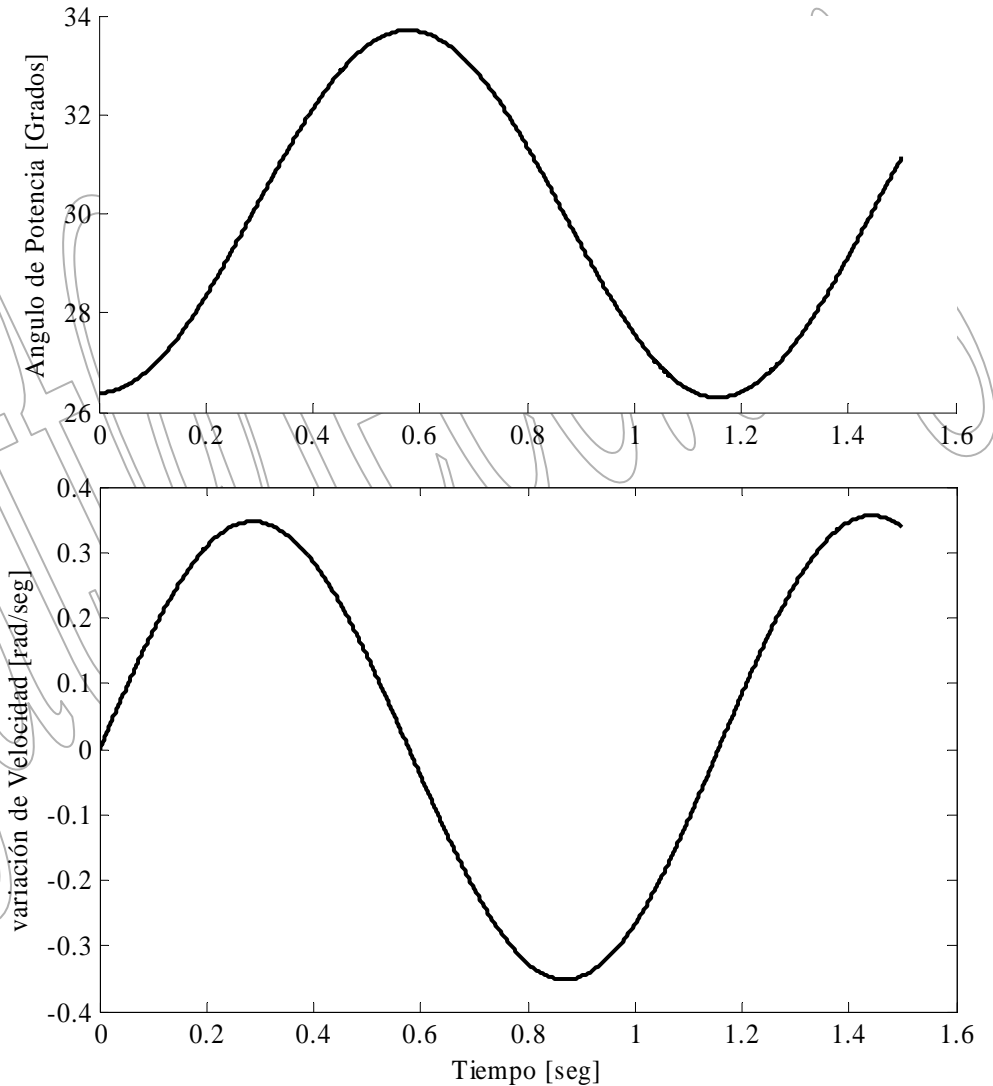
Curva de variación de velocidad y ángulo de potencia para la máquina considerada, $h = 0.15$ segundos.

Cambio Potencia Mecánica

- **Tabla 1. Comparación de Resultados de la Curva de oscilación para varios pasos de integración.**

	<i>Euler n = 10</i>		<i>Euler n = 1000</i>	
t_j	$\omega(t_j)$	$\delta(t_j)$	$\omega(t_j)$	$\delta(t_j)$
0.15	0.28445	26.38780	0.25390	27.53345
0.3	0.56890	28.83247	0.34623	30.26284
0.45	0.65978	33.72180	0.22115	32.84919
0.6	0.37735	39.39220	-0.04102	33.68000
0.75	-0.31194	42.63530	-0.27979	32.23386
0.9	-1.21989	39.95433	-0.34682	29.38605
1.05	-1.94785	29.47017	-0.19441	26.91209
1.2	-1.90674	12.72965	0.08463	26.39787
1.35	-0.47490	-3.65754	0.31071	28.18962
1.5	2.41177	-7.73904	0.33947	31.14870

Cambio Potencia Mecánica



Curva de variación de
velocidad y ángulo de
potencia para la máquina
considerada,
 $h = 0.0015$ segundos.

Limite de Estabilidad ante Cambio de Potencia

- Supóngase el sistema de potencia que se ha considerado hasta ahora.
- Empleando el *criterio de las áreas iguales* se estimó que existía un *límite de estabilidad*, asociado al cambio de potencia.
- Y este resulta:

$$\delta_c = 1.02437756364959 \text{ rad}$$

$$\delta_c = 58.69251102501559$$

Limite de Estabilidad ante Cambio de Potencia

- De tal modo que el valor de la máxima potencia que se le puede llevar desde el punto de operación estable inicial, sin que se pierda la estabilidad es:

$$P_{elec}^I = 1.8 \text{sen} \delta_c$$

$$P_{elec}^I = 1.53790365223558 \text{ p.u}$$

- De tal modo que el incremento:

$$\Delta P_{mec} = 0.73790365223558 \text{ p.u}$$

- es el máximo que se puede aplicar, si que el sistema pierda estabilidad.

Limite de Estabilidad ante Cambio de Potencia

- El autor ha decidido mostrar en forma ilustrativa, el comportamiento, de la respuesta del ángulo δ , de la máquina para diferentes cambios en la potencia mecánica, partiendo del mismo punto estable de operación inicial.
- En este caso se resolvió la ecuación de oscilación, considerando:
$$P_{mec}^0 = 0.8$$
$$\delta_0 = 26^\circ.38$$
- Se procedió a simular incrementos en la entrada de potencia mecánica de la red: $\Delta P_{mec} = \{0.2, 0.5, 0.7, 0.8\}$
- En cada caso se procedió a graficar la curva de δ en el tiempo del ángulo de potencia y de la velocidad del rotor.

Limite de Estabilidad ante Cambio de Potencia

- De las curvas de oscilación se observa que para:

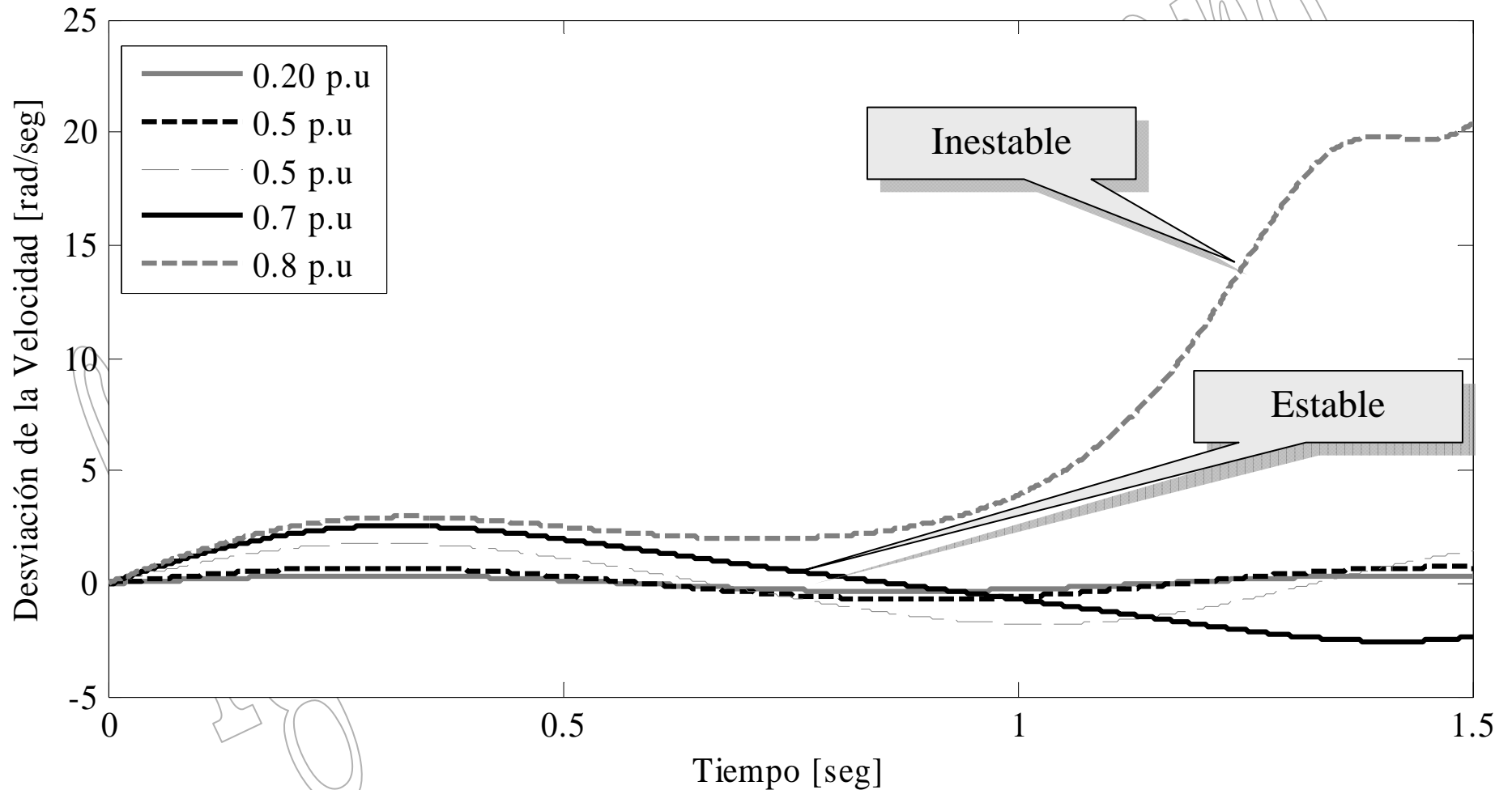
$$\Delta P_{mec} = 0.8$$

- La oscilación del ángulo de la máquina indica una *perdida de estabilidad*.
- Esto confirma el hecho de que para un cambio de potencia mayor a:

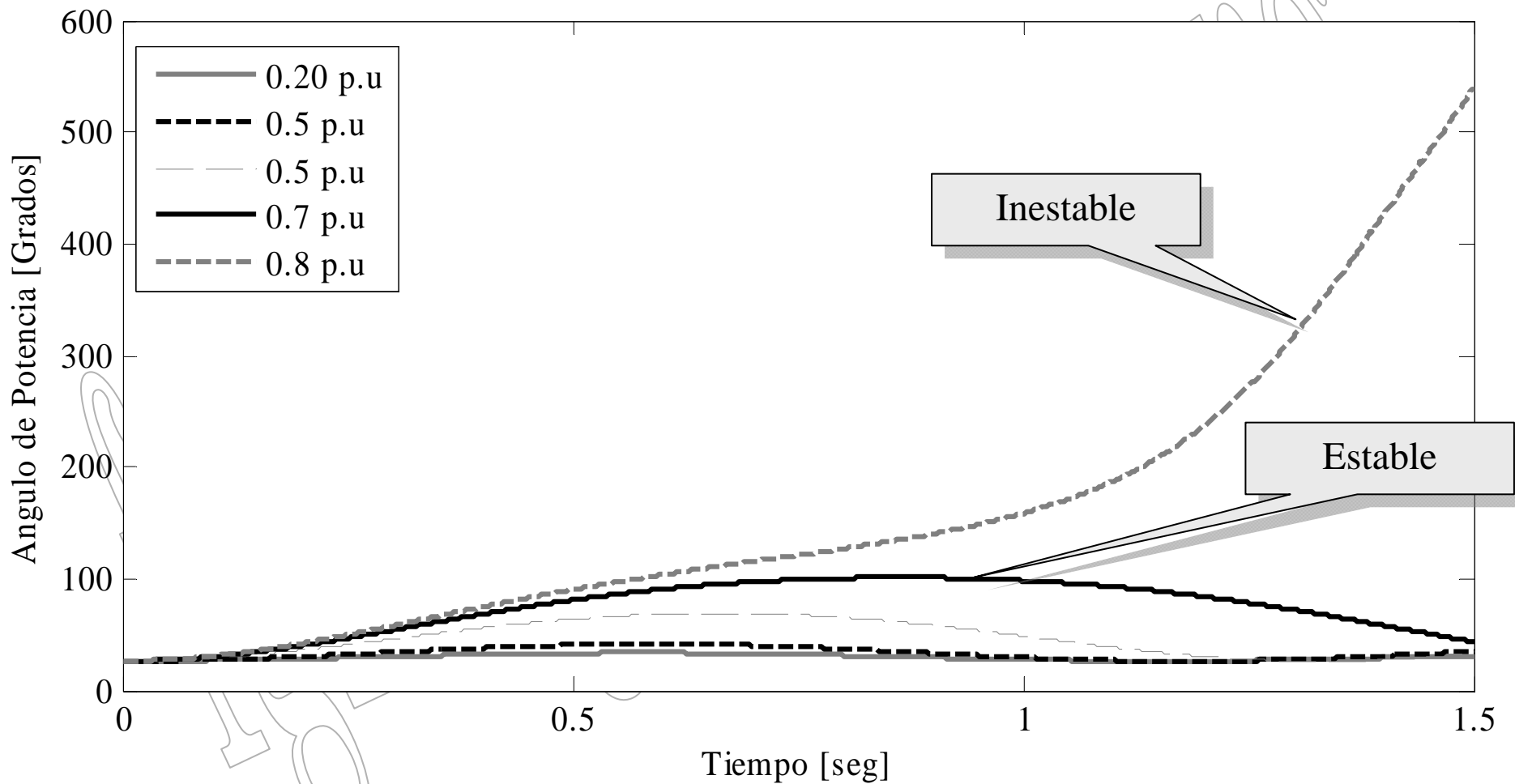
$$\Delta P_{mec} = 0.73790 p.u$$

- Origina una *perdida de estabilidad* de la máquina

Limite de Estabilidad ante Cambio de Potencia

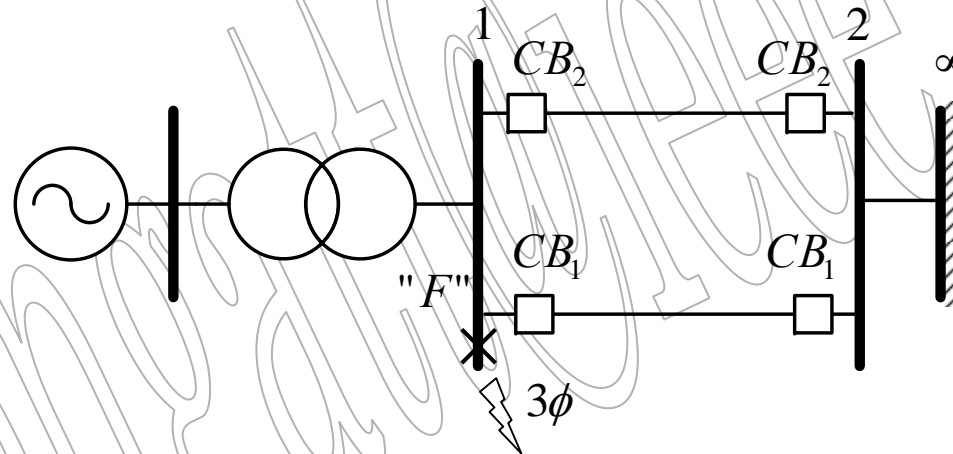


Limite de Estabilidad ante Cambio de Potencia



Falla Sin Potencia Transferida

- Supóngase que el generador se encuentra conectado a la barra de potencia infinita a través de dos líneas de transmisión en paralelo.



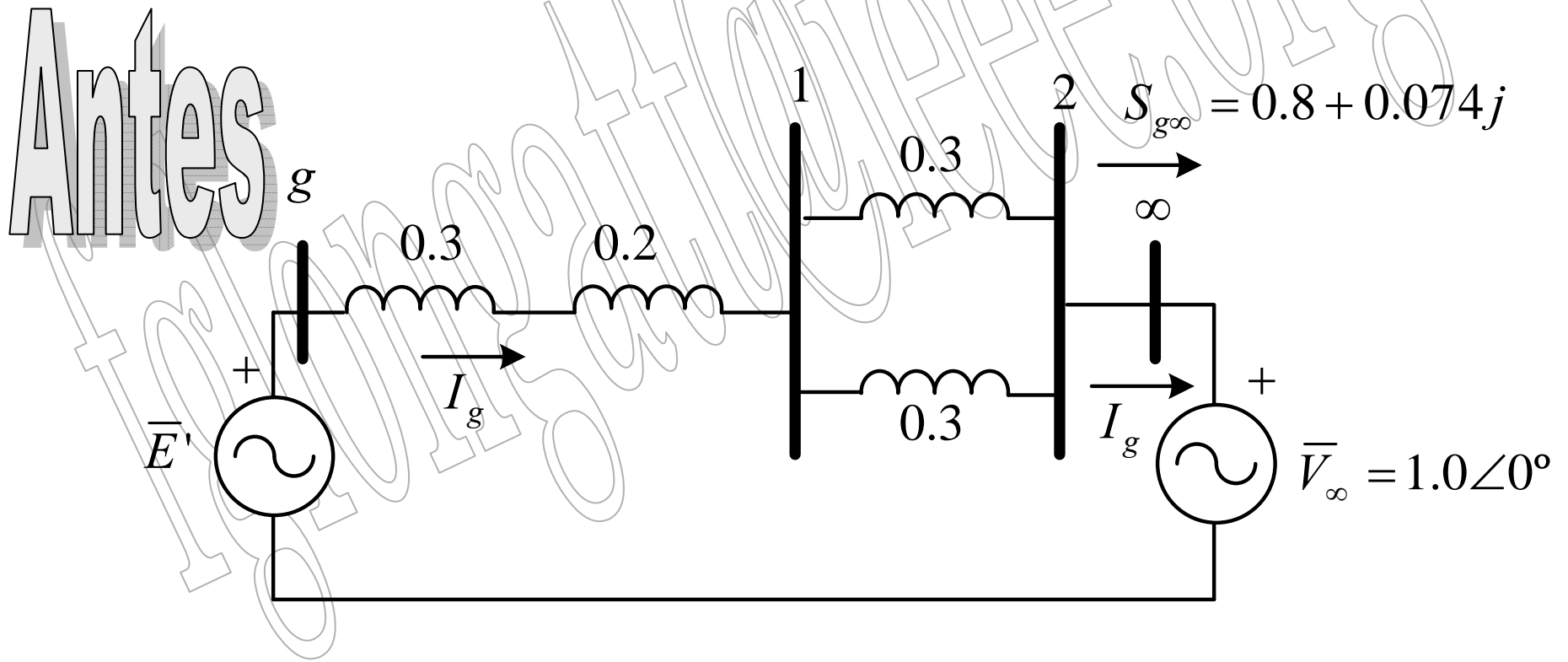
- Asuma que la potencia mecánica de entrada es constante, y se encuentra operando el sistema en condiciones de régimen estacionario, entregando una potencia a un ángulo .

Falla Sin Potencia Transferida

- Una falla temporal por cortocircuito trifásico sólido ocurre en el extremo de envío de una de las líneas (barra 1).
- Cuando la falla es despejada, ambas líneas permanecen intactas.
- Determine el ángulo crítico, δ_c o el máximo valor de ángulo al cual puede ser despejada la falla sin que el sistema pierda la estabilidad.

Falla Sin Potencia Transferida

- **ANTES DE LA PERTURBACIÓN**
- Las condiciones de régimen estacionario ANTES de la perturbación son conocidas.



Falla Sin Potencia Transferida

- La reactancia de transferencia entre la fuente de voltaje interno de la maquina , y la barra de potencia infinita en condiciones estables es dada por:

$$X_{g\infty}^I = X'_d + X_T + X_{LT1} // X_{LT2}$$

$$X_{g\infty}^I = X'_d + X_T + \frac{X_{LT1} X_{LT2}}{X_{LT1} + X_{LT2}}$$

$$X_{g\infty}^I = 0.65 p.u$$

Antes

Falla Sin Potencia Transferida

- Por otra parte el voltaje interno de la máquina es conocido de las condiciones de operación:

$$\bar{E}' = 1.17001 \angle 26^\circ.387659$$

- La ecuación de potencia de la maquina resulta:

$$P_{elec}^I = \frac{|\bar{E}'| |\bar{V}_\infty|}{X_{g\infty}^I} \text{sen} \delta$$

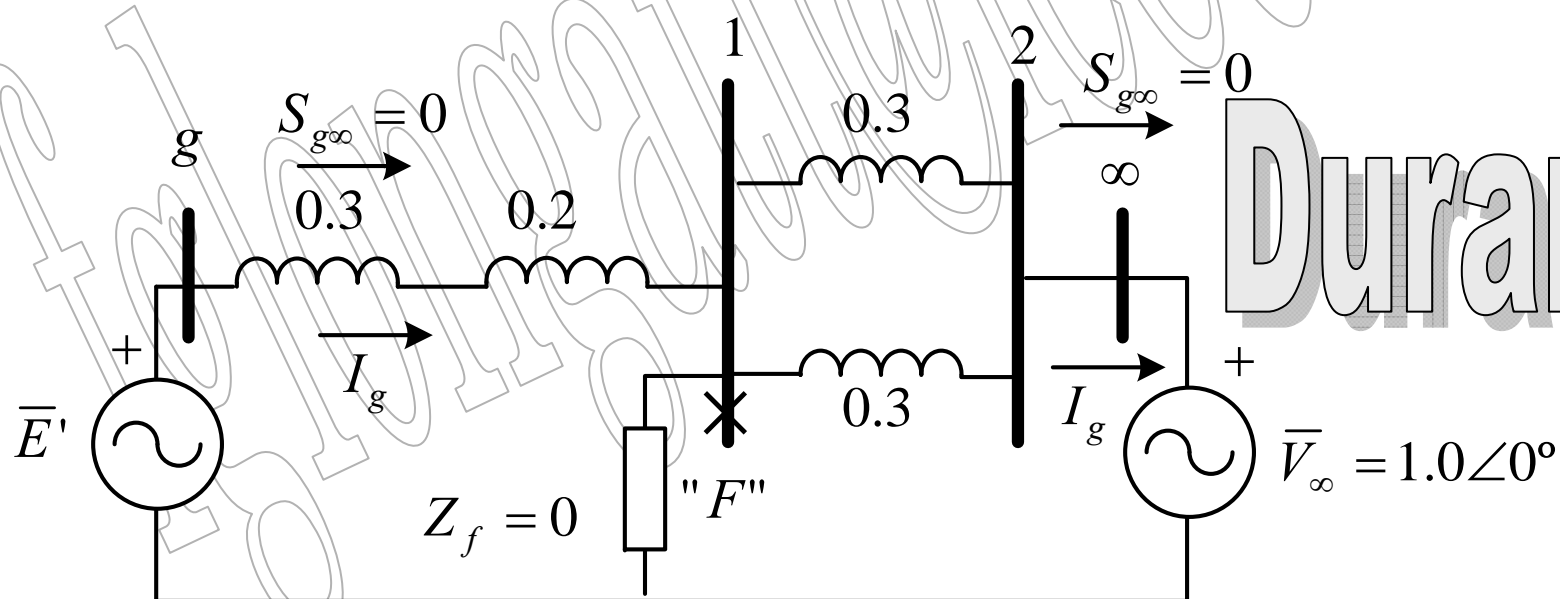
$$P_{elec}^I = 1.8 \text{sen} \delta$$

$$P_{\max}^I = 1.8$$

Antes

Falla Sin Potencia Transferida

- **DURANTE LA PERTURBACIÓN**
- DURANTE la perturbación se tiene que se modifica la topología por la inserción de la impedancia de falla.



Falla Sin Potencia Transferida

- Bajo la situación de falla, la potencia transferida a la barra de potencia infinita desde el generador es:

$$P_{elec}^{II} = 0$$

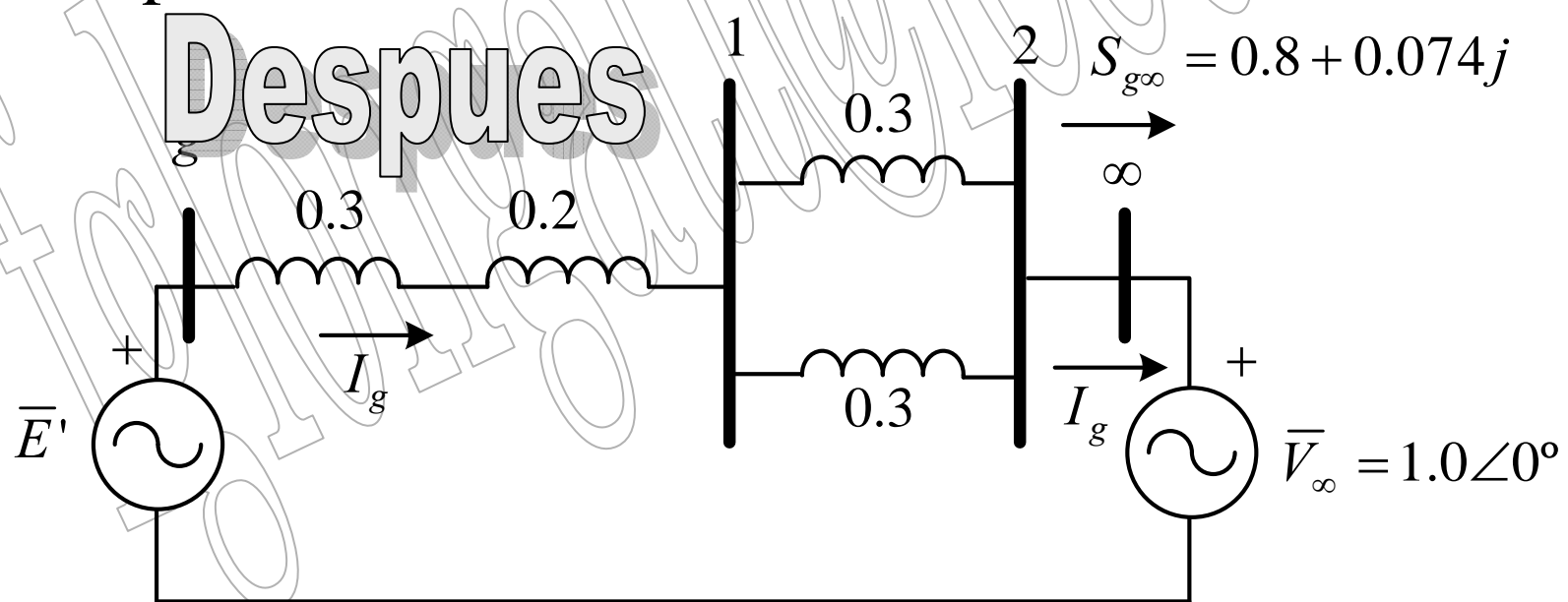
Durante

- Por tanto, la máquina no tendrá potencia eléctrica, y toda la potencia mecánica aplicada en el eje será potencia acelerante, que provocará un aumento de velocidad de la máquina y además un aumento en el ángulo de potencia.

Falla Sin Potencia Transferida

- **DESPUÉS LA PERTURBACIÓN**

- Luego que la perturbación, la falla es retirada, y ambas líneas de transmisión, resultan intactas, de modo que la condición luego de la falla, es semejante a la previa a la falla.



Falla Sin Potencia Transferida

- La reactancia de transferencia entre la fuente de voltaje interno de la maquina E' , y la barra de potencia infinita en condiciones estables resulta ser:

$$X_{g\infty}^{III} = 0.65 p.u$$

Despues

- Mientras que la ecuación de potencia es:

$$P_{elec}^{III} = 1.8 \text{sen} \delta$$

Despues

Falla Sin Potencia Transferida

- Ante cualquier duda hay que aclarar, que el voltaje interno de la máquina E' , es constante a lo largo de todo el estudio, esto es debido a que no se considera la presencia o actuación de los dispositivos de control asociados al generador sincrónico (excitatriz o gobernador).

Falla Sin Potencia Transferida

- **Antes de la Perturbación**

$$\frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = 15.17067 - 34.134 \text{sen} \delta \quad \text{para } t < 0$$

- **Durante de la Perturbación**

$$\frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = 15.17067 \quad \text{para } t \in [0, t_c]$$

- **Después de la Perturbación**

$$\frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = 15.17067 - 34.134 \text{sen} \delta$$

Falla Sin Potencia Transferida

- t_c , se considera el tiempo de despeje de la falla.
- Se conoce que por el criterio de las áreas iguales el:

$$t_c = 0.36652920\text{seg}$$

- En este caso se emprende la simulación por el Método de Euler, hasta 1.5 segundos empleando $n = 10$ sub-intervalos

Falla Sin Potencia Transferida

- En este caso se emprende la simulación por el Método de Euler, hasta 1.5 segundos empleando $n = 10$ sub-intervalos:

Tiempo	Velocidad	Angulo [Grados]
0.15	2.27560	26.38780
0.3	2.27560	45.94514
0.45	0.87152	65.50249
0.6	-1.51207	72.99261
0.75	-4.13265	59.99733
0.9	-6.29107	24.47979
1.05	-6.13710	-29.58798
1.2	-1.33340	-82.33245
1.35	6.01652	-93.79218
1.5	13.40101	-42.08398

Falla Sin Potencia Transferida

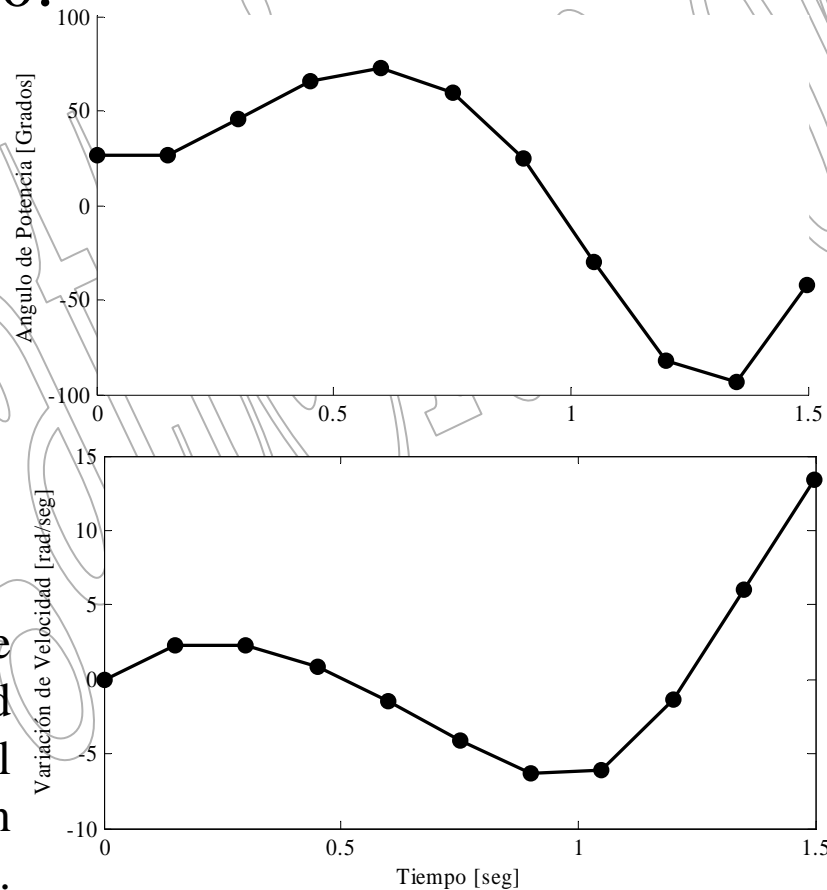
- En este caso el autor implemento un programa en MATLAB™, se resuelve la ecuación de oscilación y se llama, **Euler_Fault_0.m**.

Falla Sin Potencia Transferida

```
% Método de Euler para Resolver una Ecuación Diferencial Ordinaria
% Resuelve por el Método de Euler Simple Hacia Adelante
% La ecuación de oscilación en el problema de estabilidad transitoria
% FALLA SIN POTENCIA TRANSMITIDA
% Autor: Francisco M. González-Longatt
% Fecha: March 9, 2006
%
% Precaución: Solamente para usos de enseñanza.
t0=0; % Tiempo Inicial
t(1)=t0;
tn=1.5; % Tiempo Final de simulación
tc=0.3; % Tiempo de despeje de la falla
n=10; % Subintervalos de integración
delta_t=(tn-t0)/n % Paso de Integración
delta0=asin(0.8/1.8); % Condición Inicial de angulo
vel0=0; % Velocidad Inicial de la máquina
H=9.94; % Constante de Inercia en segundos
Pm=0.8; % Potencia mecánica de entrada INICIAL
f=60; % Frecuencia
Pmax1=1.8; % Potencia máxima de la máquina ANTES
Pmax2=0; % Potencia máxima de la maquina DURANTE
Pmax3=1.8; % Potencia máxima de la maquina DESPUÉS
t(1)=t0; velocidad(1)=vel0;
delta(1)=delta0;
for i = 1:1:n
    t(i+1)=t(i)+delta_t;
    delta(i+1)=delta(i)+delta_t*velocidad(i);
    if t(i+1)<tc
        Pmax=Pmax2;
    end
    if (t(i+1)>=tc)
        Pmax=Pmax3;
    end
    velocidad(i+1)=velocidad(i)+(pi*f/H*(Pm-Pmax*sin(delta(i))))*delta_t;
end
```

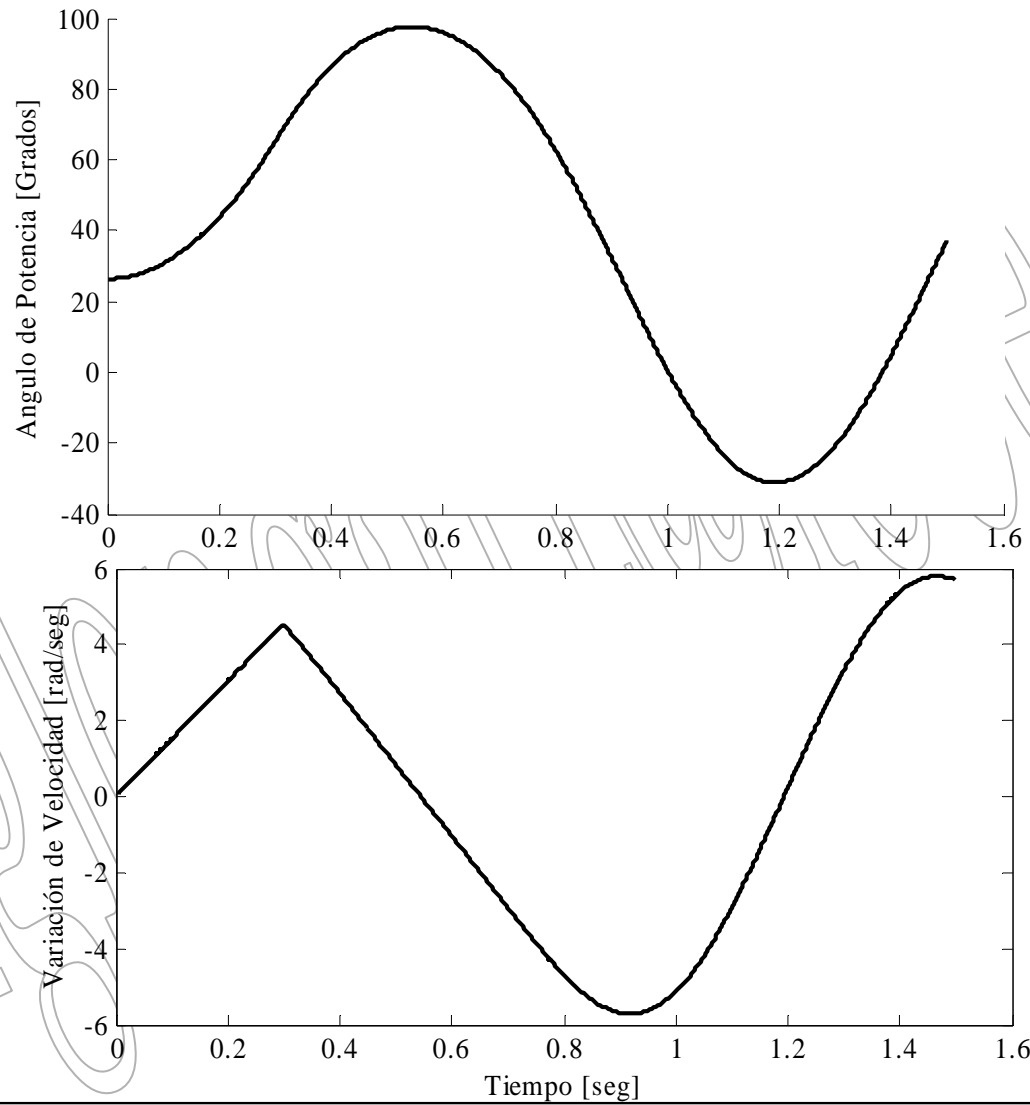
Falla Sin Potencia Transferida

- A continuación se presentan las graficas obtenidas con un paso $n = 10$.

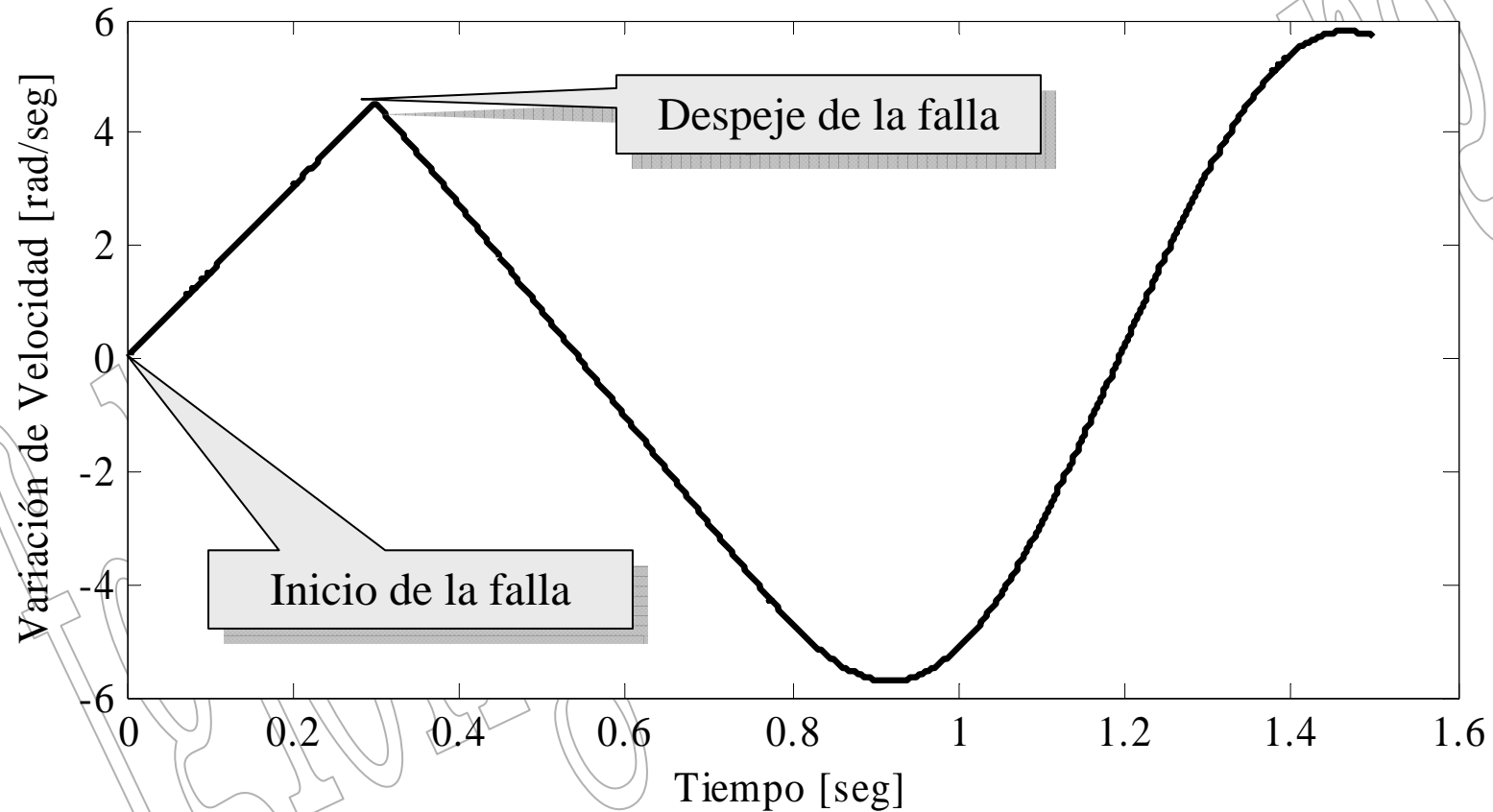


Curva de Angulo de potencia y velocidad del rotor, por el Método de Euler con $n = 10$.

Falla Sin Potencia Transferida



Falla Sin Potencia Transferida

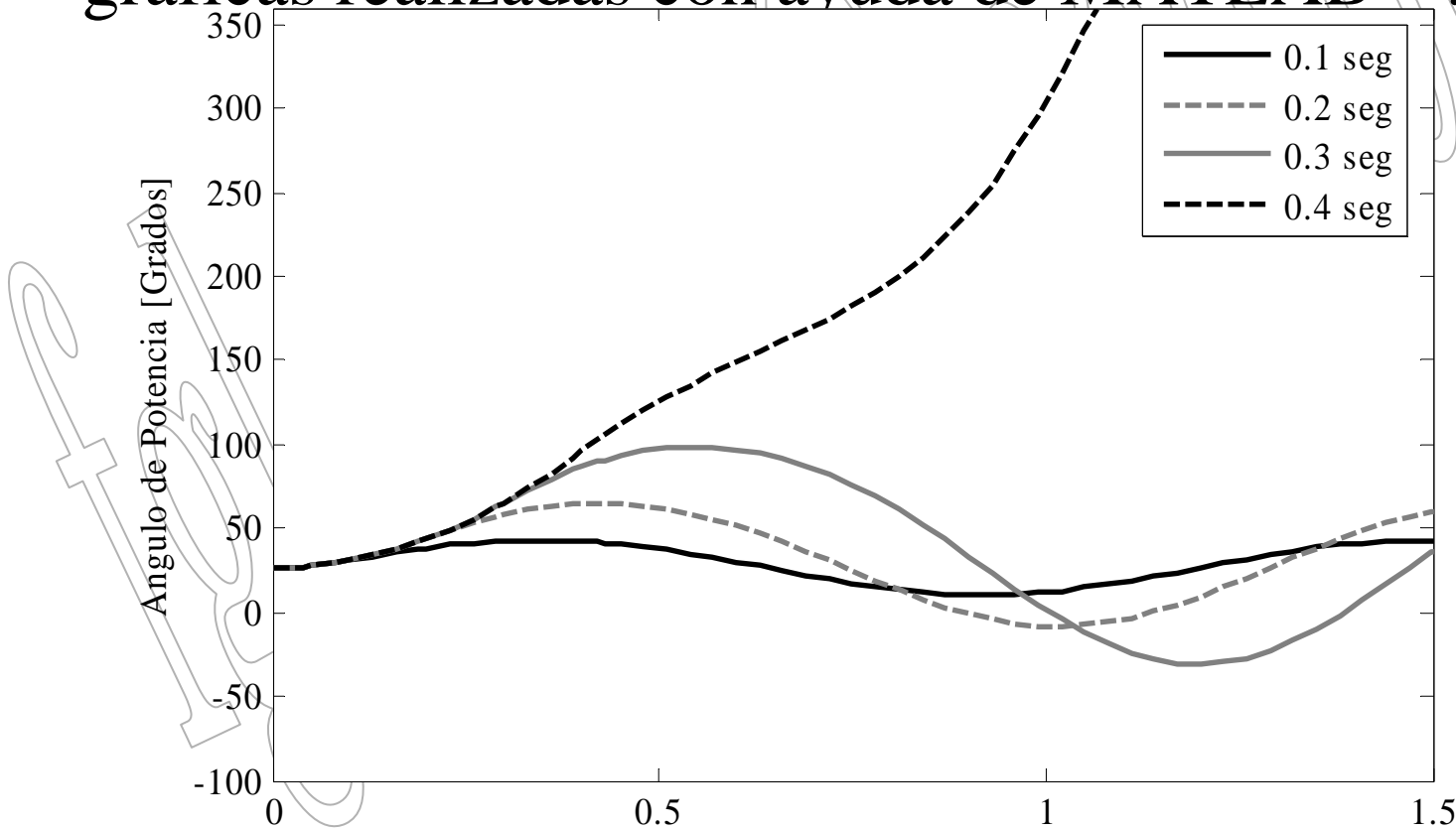


Falla Sin Potencia Transferida

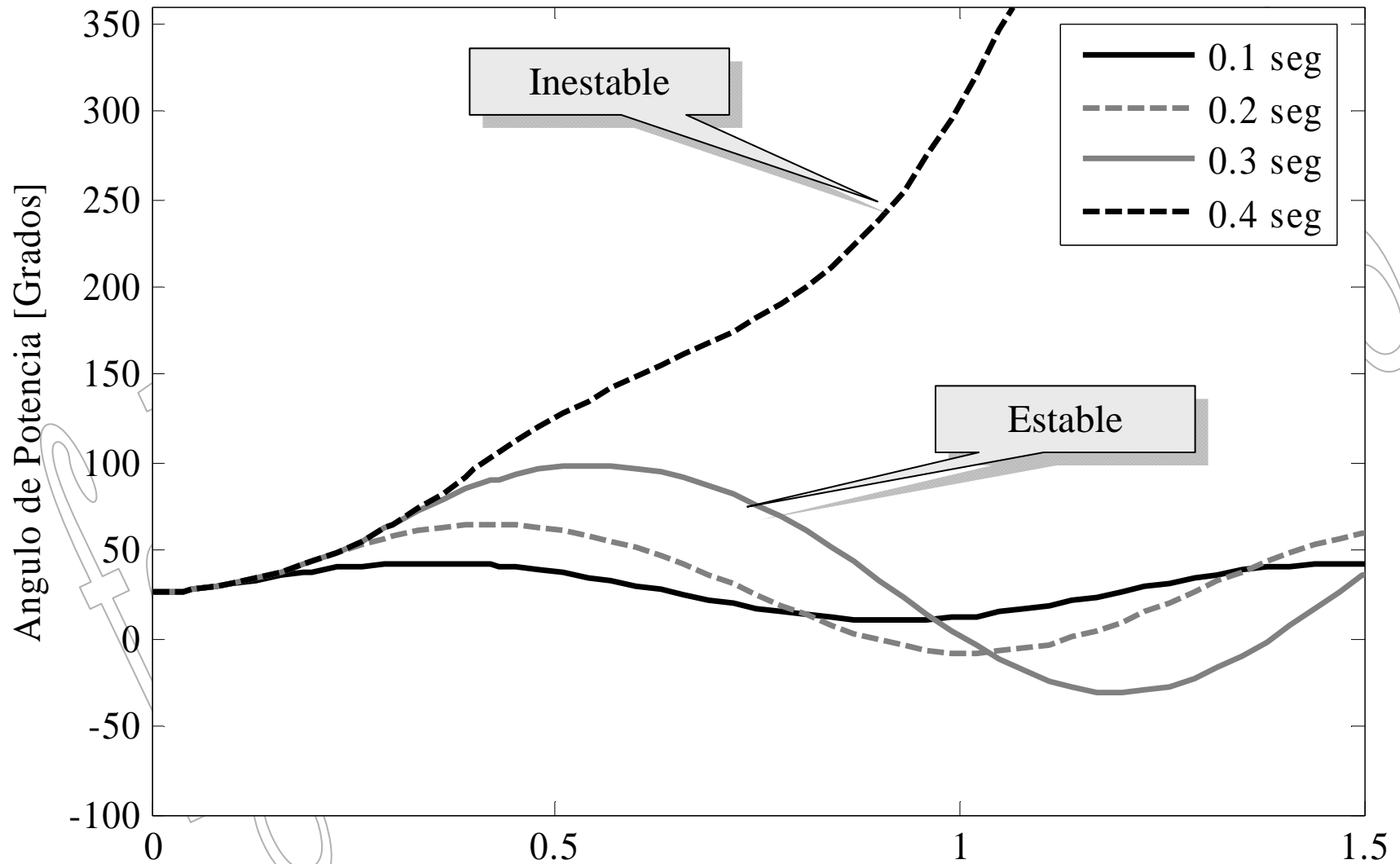
- El autor consideró, importante demostrar al lector, la existencia de este valor de tiempo crítico y su importancia.
- De tal modo que se efectuaron varias simulaciones, para verificar el comportamiento en el tiempo del ángulo de potencia y la velocidad del rotor de la máquina, ante diferentes tiempos de despeje de la falla.

Falla Sin Potencia Transferida

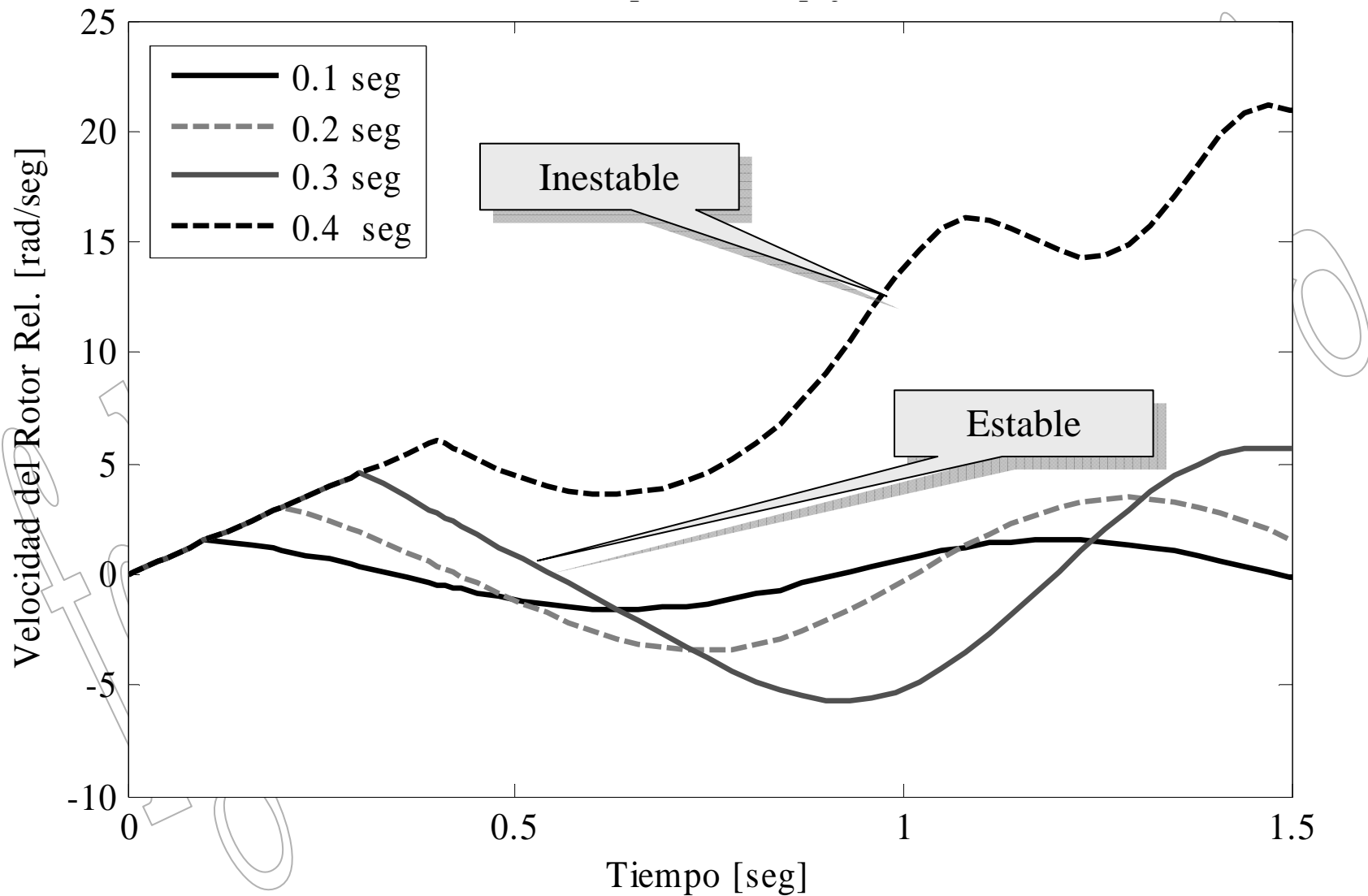
- Tiempos de despeje de 0.1, 0.2, 0.3 y 0.4 segundos fueron examinados, a continuación se muestran las graficas realizadas con ayuda de MATLAB™.



Falla Sin Potencia Transferida



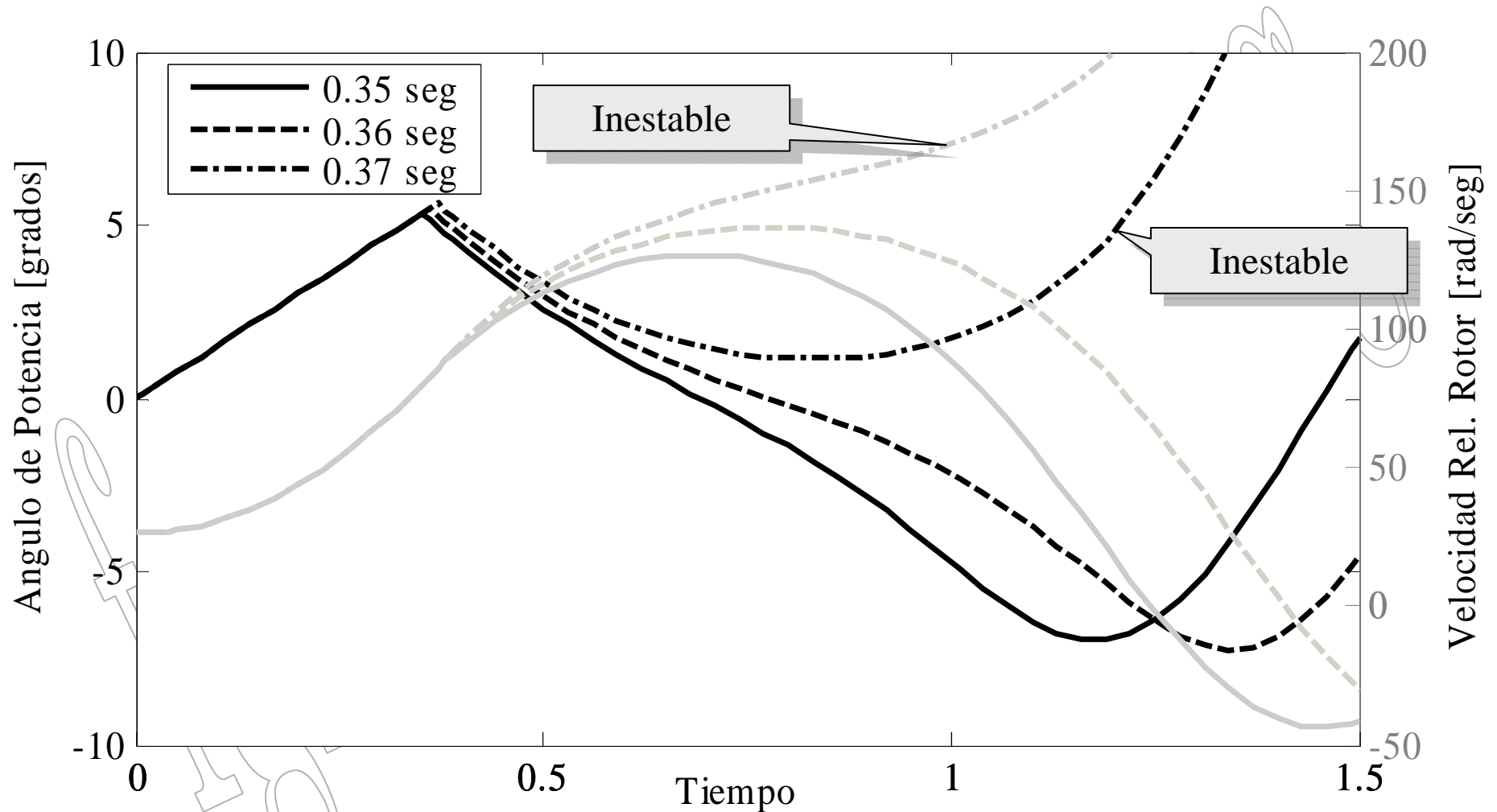
Falla Sin Potencia Transferida



Falla Sin Potencia Transferida

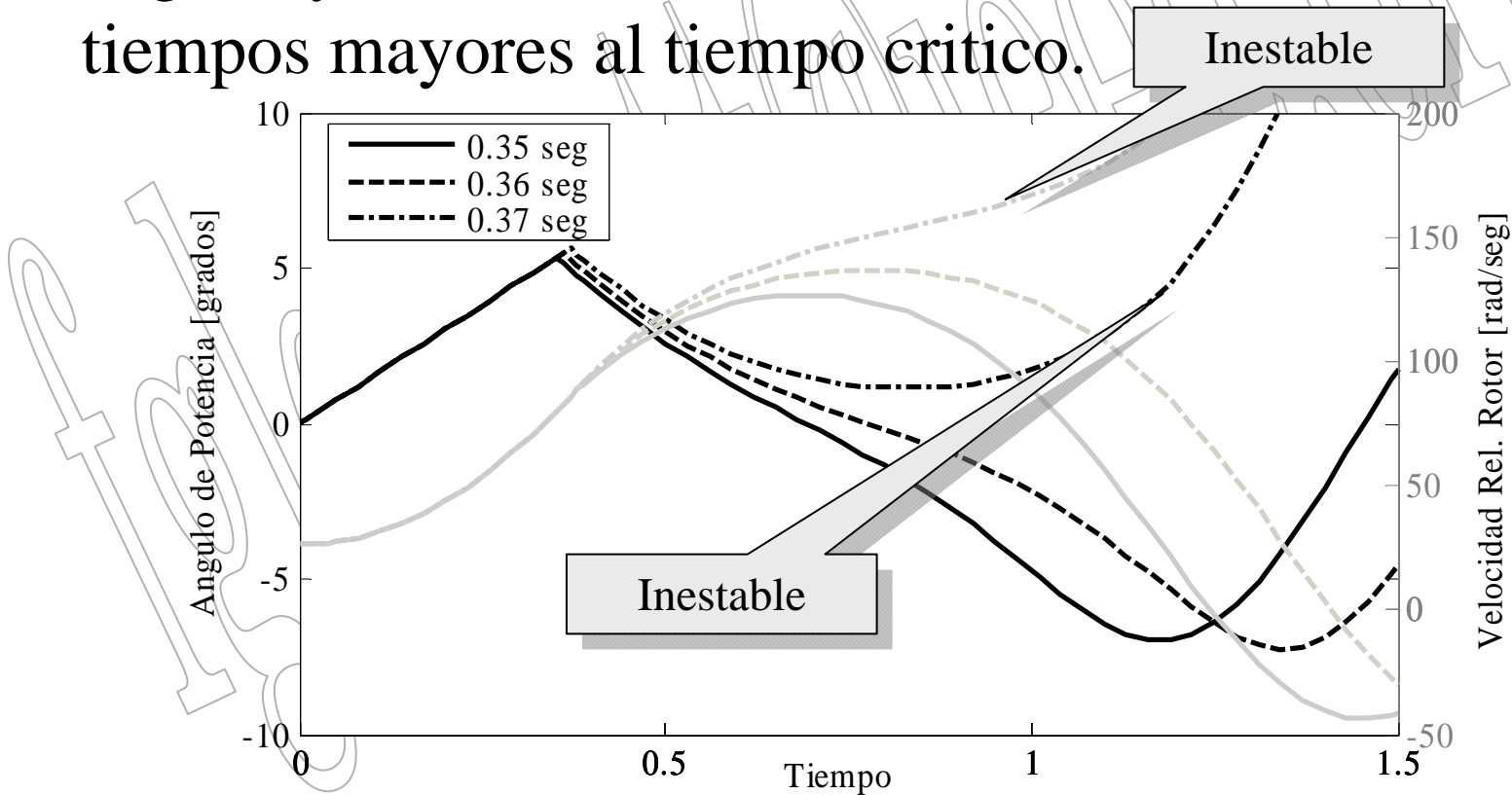
- Se puede observar que para $t = 0.4$ segundos, la máquina *pierde estabilidad*, como se muestra en el crecimiento acelerado del ángulo de potencia, y un proceso de escalada de la velocidad de la máquina.
- En cambio para tiempos de $t = 0.3$ segundos, la *máquina es estable*.
- De modo que se evidencia que *existe un tiempo diferencial, al partir del cual la persistencia de la falla hace que el sistema pierda la estabilidad*, este tiempo, corresponde al *tiempo crítico*, $t = 0.36$ segundos.

Falla Sin Potencia Transferida



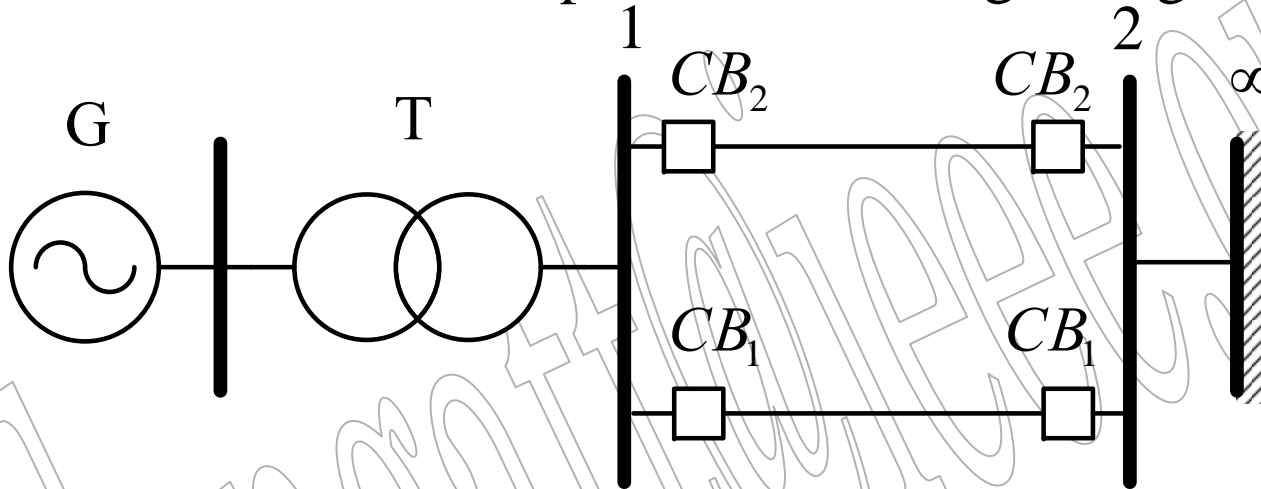
Falla Sin Potencia Transferida

- El tiempo , $t = 0.36$ segundos, es evidenciado claramente en la grafica anterior, donde se ve que ángulo y velocidad crecen en forma constante, para tiempos mayores al tiempo critico.



Falla con Potencia Transmitida

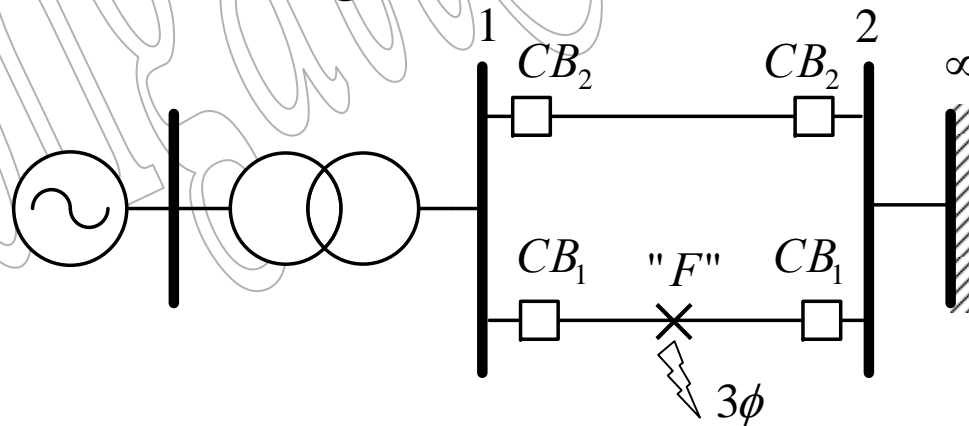
- Considere el sistema de potencia de la Figura siguiente.



- Supóngase que súbitamente ocurre una falla trifásica sólida a tierra en la mitad de una de las líneas, la falla es despejada por la adecuada y exitosa operación de los dispositivos de protección, que actúan ordenando la apertura de los interruptores $CB1$, de modo que aíslan y despejan la falla, y la línea falla es abierta.

Falla con Potencia Transmitida

- Supóngase que súbitamente ocurre una falla trifásica sólida a tierra en la mitad de una de las líneas, la falla es despejada por la adecuada y exitosa operación de los dispositivos de protección, que actúan ordenando la apertura de los interruptores $CB1$, de modo que aíslan y despejan la falla, y la línea falla es abierta. Se desea determinar el ángulo crítico.

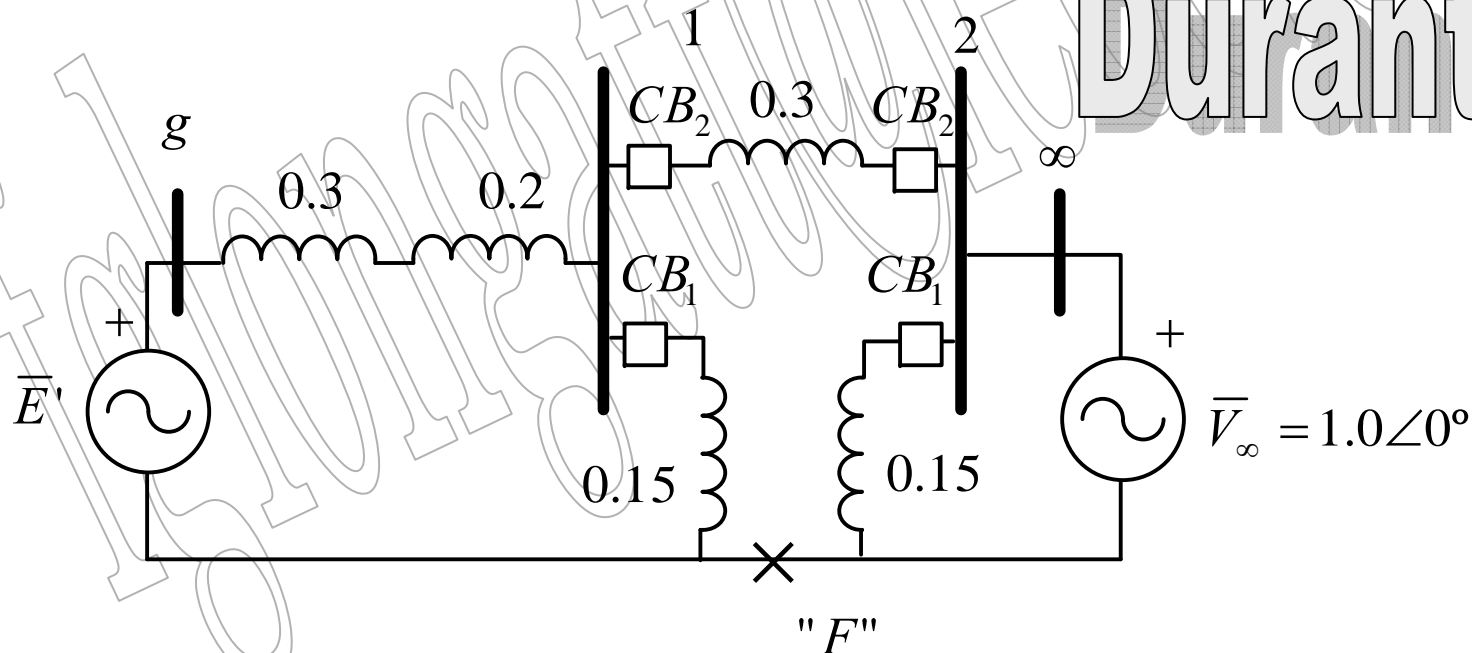


Falla con Potencia Transmitida

- Se asume la potencia mecánica de entrada permanece constante, la máquina opera en régimen permanente, estable.
- Esto es completamente verdadero, si se considera que los dispositivos de control de la máquina no actúan (gobernador y excitatriz).

Falla con Potencia Transmitida

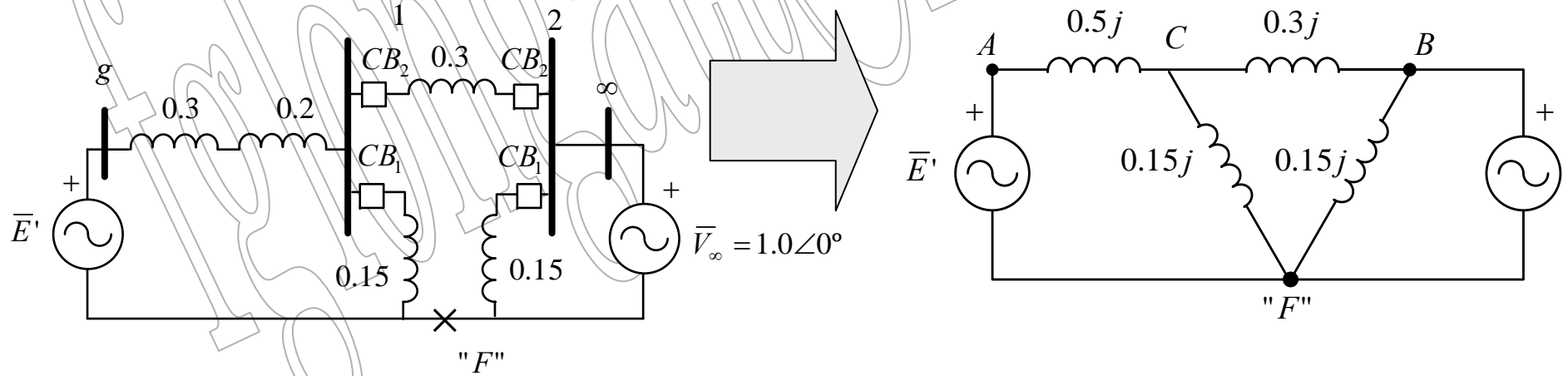
- **DURANTE LA PERTURBACIÓN**
- Al ocurrir la falla por cortocircuito, la topología de la red de transmisión se modifica, y del diagrama de reactancias resulta.



Falla con Potencia Transmitida

- De tal modo se hace necesario estimar la ecuación que defina la potencia que el generador puede entregar a la barra de potencia infinita, y ello implica encontrar la impedancia de transferencia entre el voltaje interno de la máquina y la barra de potencia infinita $X_{g\infty}^H$

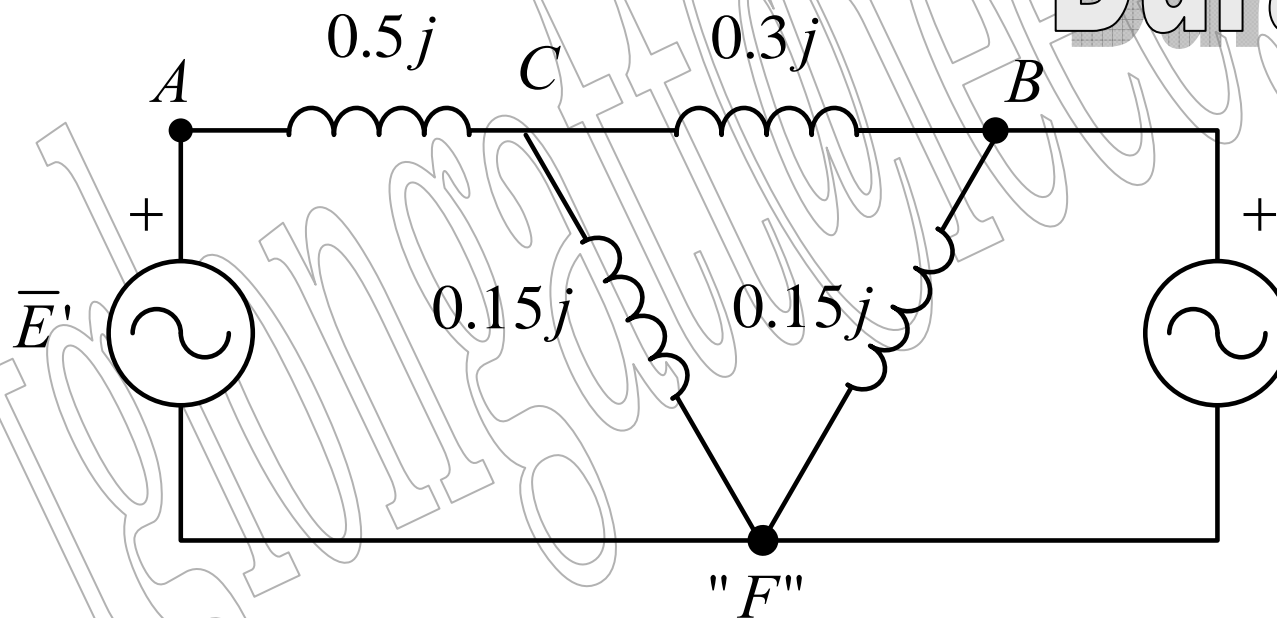
Durante



Falla con Potencia Transmitida

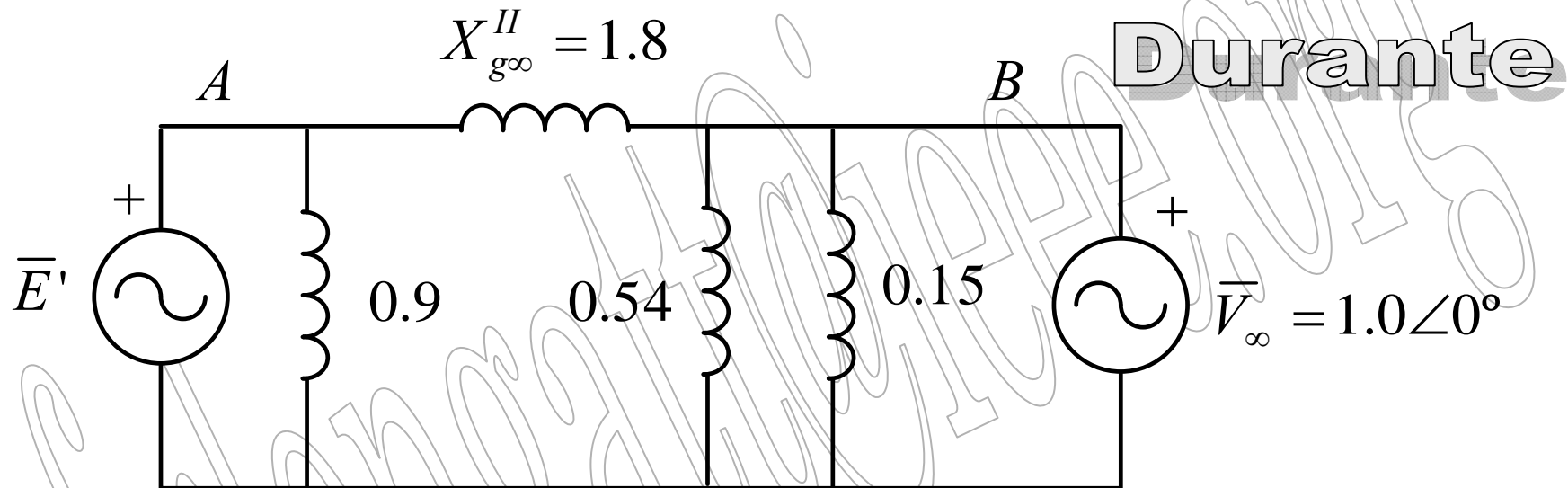
- En el diagrama de reactancias resulta fácil evidenciar la existencia de una conexión estrella, entre los puntos marcados como A , B y F .

Durante



Falla con Potencia Transmitida

- Se puede efectuar una transformación estrella, a delta.



- De tal modo, que la impedancia de transferencia entre el voltaje interno de la máquina y la barra de potencia infinita

$$X_{g\infty}^{II} = 1.8$$

Falla con Potencia Transmitida

- Siendo la ecuación de potencia:

$$P_{elec}^{II} = \frac{|\bar{E}'| |\bar{V}_{\infty}|}{X_{g\infty}^{II}} \text{sen} \delta$$

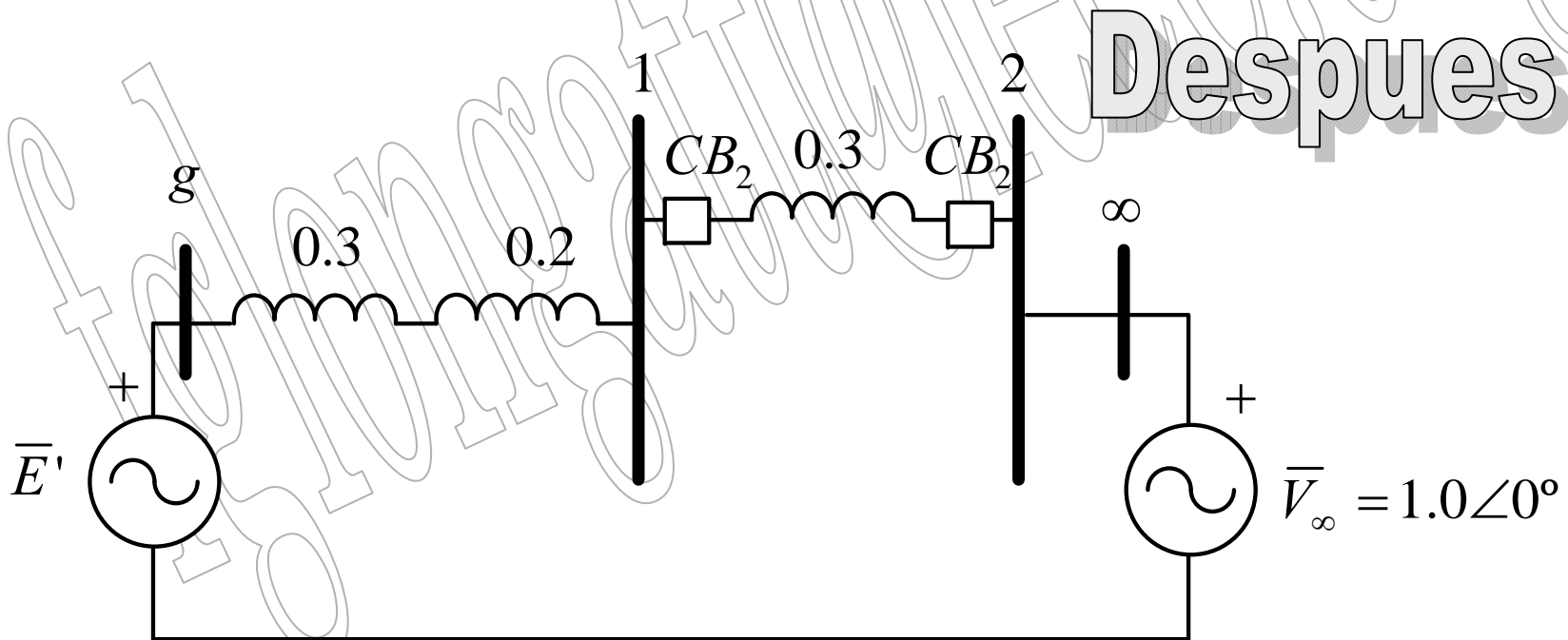
$$P_{elec}^{II} = 0.65 \text{sen} \delta$$

Durante

$$P_{max}^{II} = 0.65$$

Falla con Potencia Transmitida

- **DESPUÉS DE LA PERTURBACIÓN**
- Por último, luego que ocurre la perturbación, la línea fallada es puesta fuera de operación, de tal modo que la topología de la red nuevamente cambia.



Falla con Potencia Transmitida

- Cuando la falla es despejada, la línea fallada es aislada, de tal modo que la impedancia de transferencia post-falla es:

$$X_{g\infty}^{III} = X'_d + X_T + X_{LT2}$$

$$X_{g\infty}^{III} = 0.3 + 0.2 + 0.3$$

$$X_{g\infty}^{III} = 0.8 p.u$$

Despues

Falla con Potencia Transmitida

- Y la ecuación de potencia ángulo resulta:

$$P_{elec}^{III} = \frac{|\bar{E}'||\bar{V}_{\infty}|}{X_{g\infty}^{III}} \text{sen} \delta$$

$$P_{elec}^{III} = 1.4625 \text{sen} \delta$$

Despues

$$P_{\max}^{III} = 1.4625$$

Falla con Potencia Transmitida

- **Antes de la Perturbación**

$$\frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = 15.17067 - 34.134 \text{sen} \delta \quad \text{para } t < 0$$

- **Durante de la Perturbación**

$$\frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = 15.17067 - 12.32617 \text{sen} \delta \quad \text{para } t \in [0, t_c]$$

- **Después de la Perturbación**

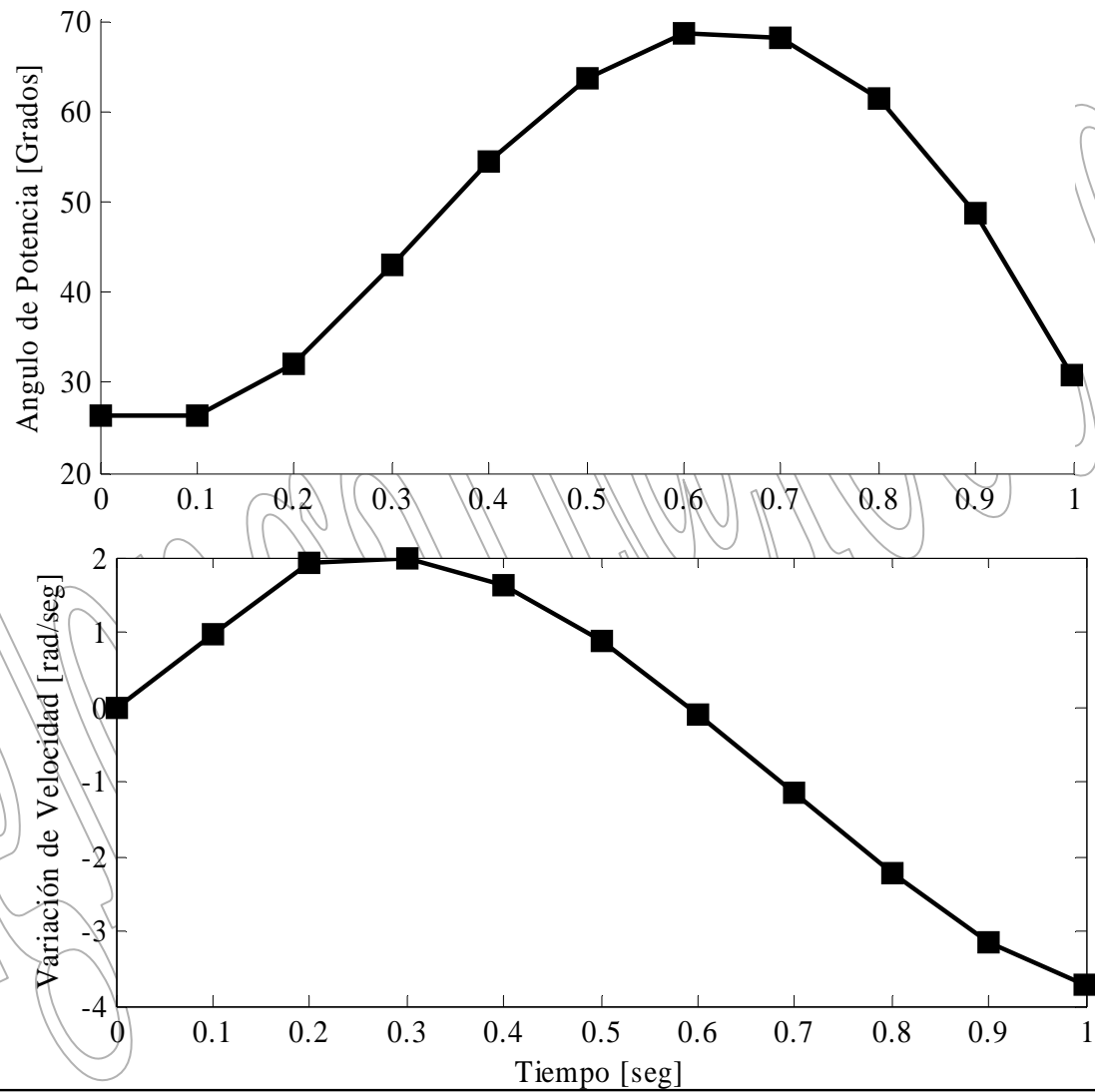
$$\frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = 15.17067 - 27.73388 \text{sen} \delta \quad \text{para } t > t_c$$

Falla con Potencia Transmitida

- En este caso se emprende la simulación por el Método de Euler, hasta 1.0 segundos empleando $n = 10$ sub-intervalos.

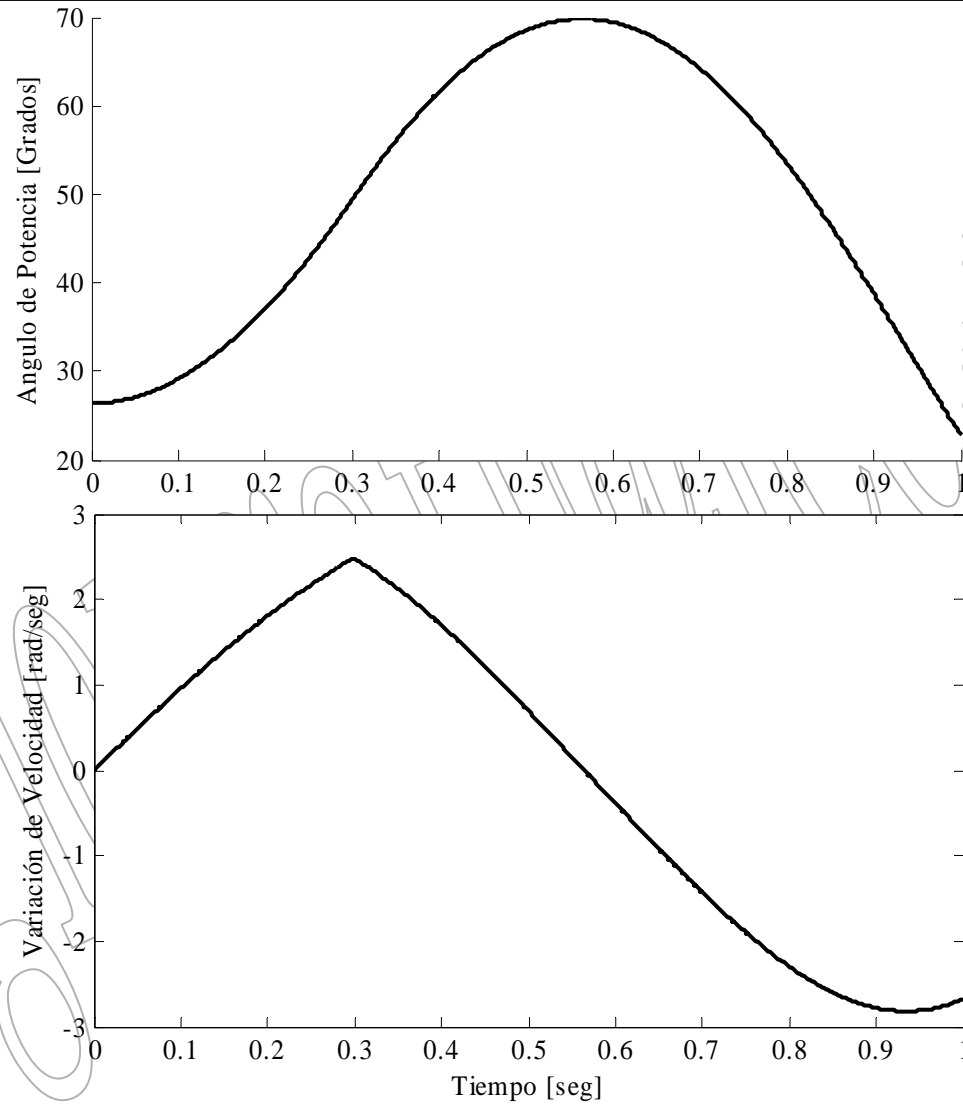
Tiempo	Velocidad	Angulo [Grados]
0.1	0.96924	26.38780
0.2	1.93847	31.94112
0.3	1.98829	43.04776
0.4	1.61222	54.43981
0.5	0.87312	63.67714
0.6	-0.09563	68.67975
0.7	-1.16215	68.13184
0.8	-2.21890	61.47324
0.9	-3.13852	48.75987
1	-3.70691	30.77748

Falla con Potencia Transmitida



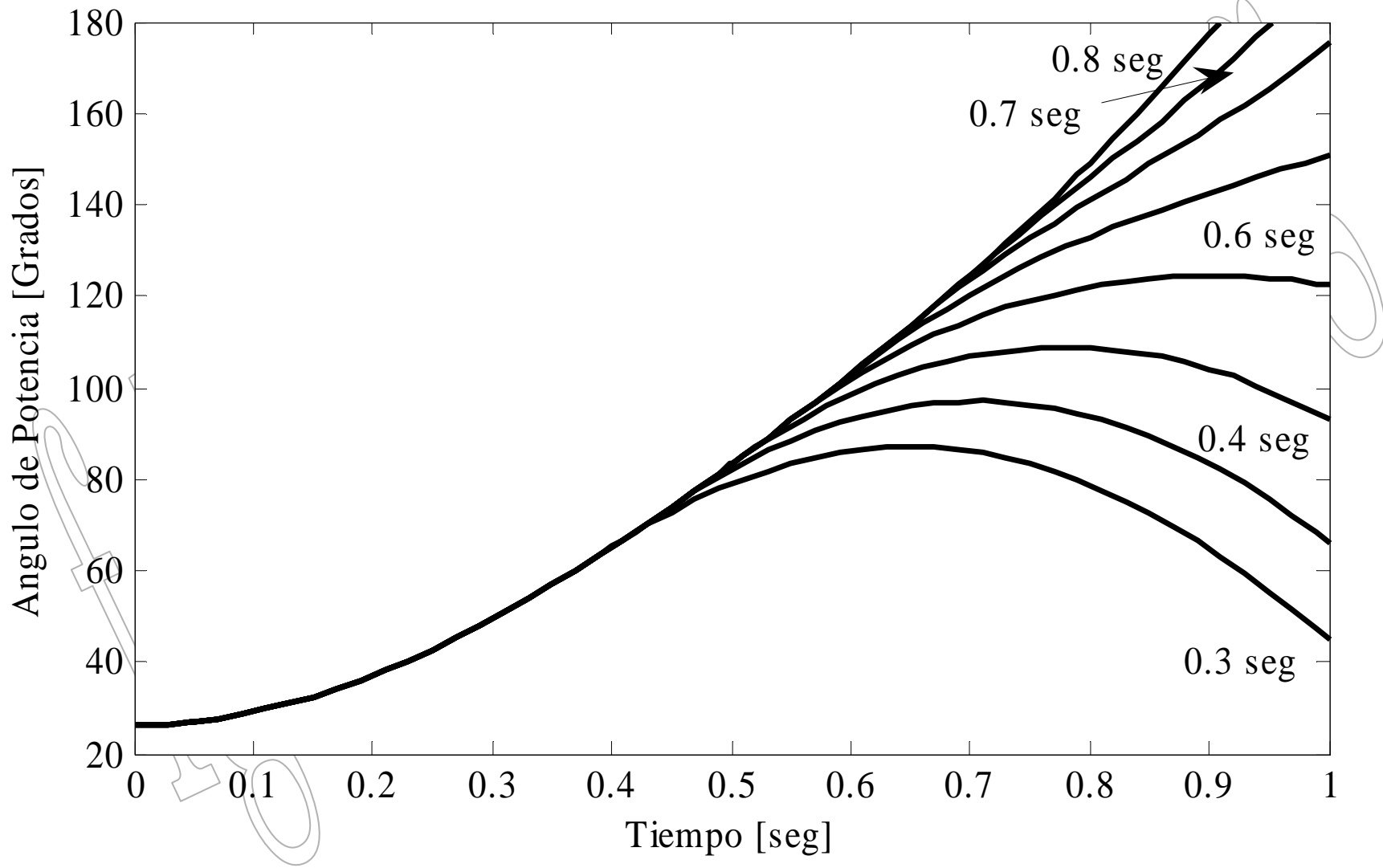
Curva de Angulo de potencia y velocidad del rotor, por el Método de Euler con $n = 10$.

Falla con Potencia Transmitida



Curva de Angulo de potencia y velocidad del rotor, por el Método de Euler con $n = 1000$

Falla con Potencia Transmitida



Falla con Potencia Transmitida

