

ELC-30524  
Sistemas de Potencia II

---

---

Capítulo 1  
Transformador con  
Cambiador de Tomas

Prof. Francisco M. González-Longatt

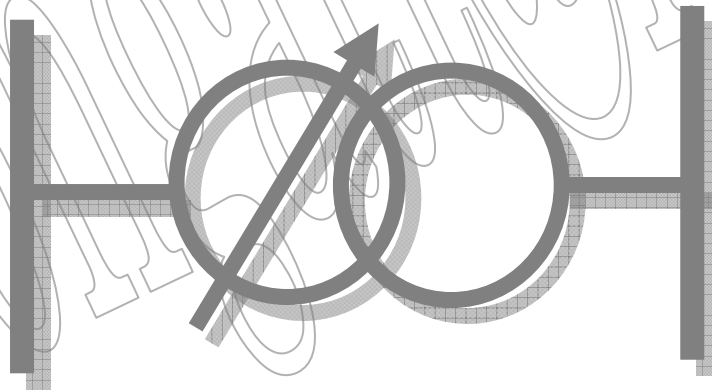
[fglongatt@ieee.org](mailto:fglongatt@ieee.org)

<http://www.giaelec.org/fglongatt/SP2.htm>

# 1. Introducción

---

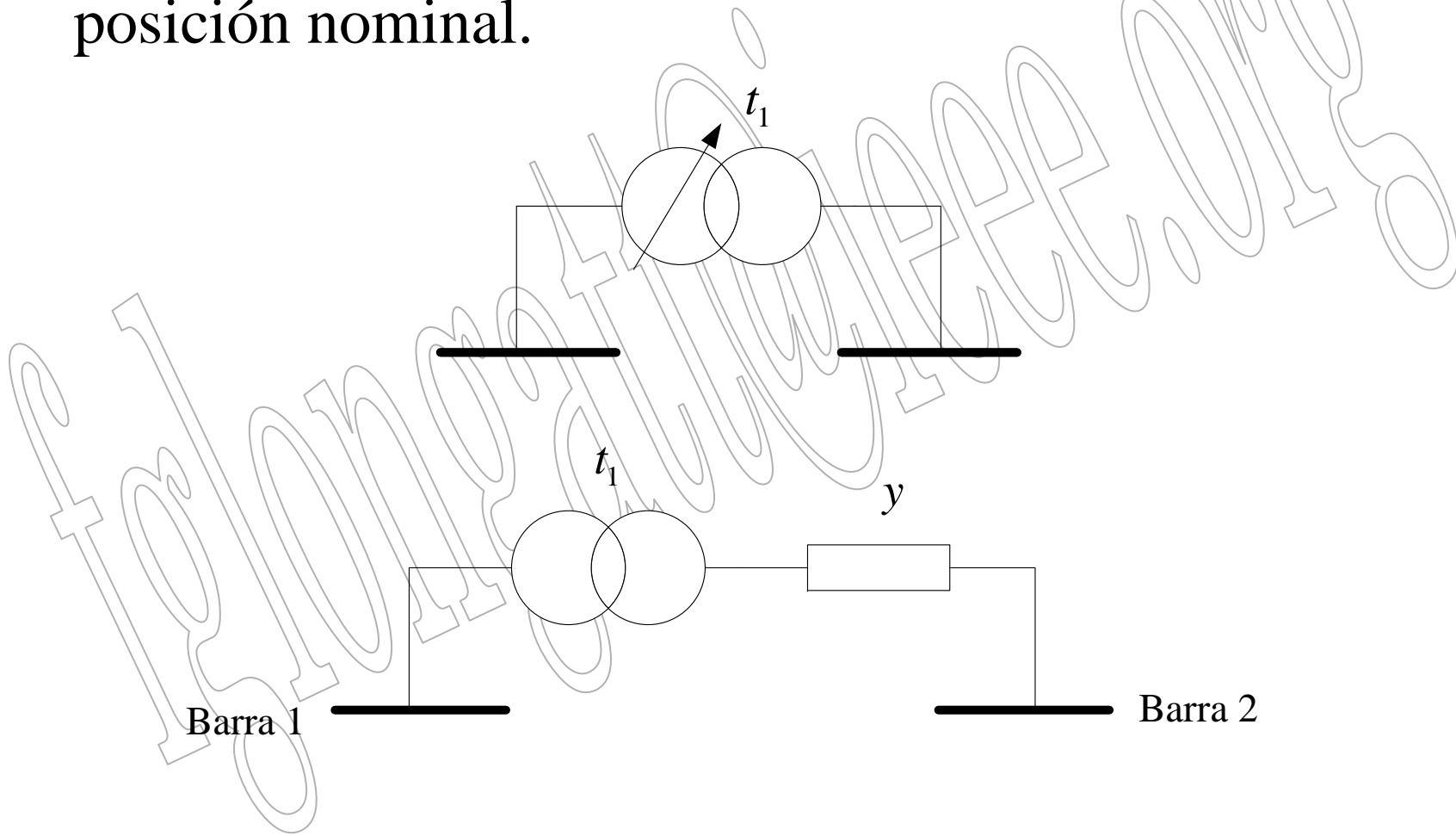
- Se conoce en buena forma como modelar una red usando la matriz admitancia de barra ( $Y_{bus}$ ).
- Ahora el interés es como efectuar la modelación cuando se incluyen transformadores con cambiadores de tomas fuera de la posición nominal.



## 2. $Y_{\text{bus}}$ de Un solo Transformador con Tap

---

- Considere un solo transformador con tap, fuera de la posición nominal.



## 2. $Y_{bus}$ de Un solo Transformador con Tap

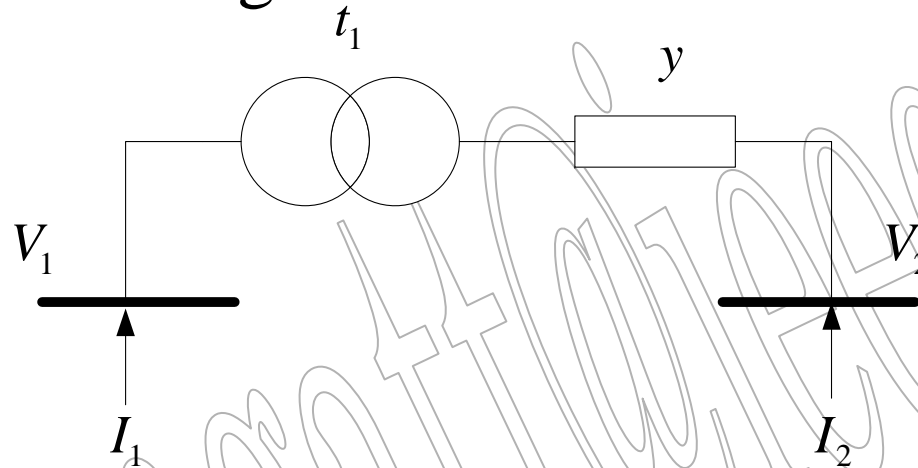
---

- Se desea desarrollar la matriz  $Y_{bus}$  solo para este sistema.
- Eso se refiere: se desea expresar la inyección de corriente de cada barra como función de los voltajes en cada barra.
- La siguiente figura ilustra esto mas claramente.

## 2. $Y_{\text{bus}}$ de Un solo Transformador con Tap

---

- La siguiente figura ilustra esto mas claramente.

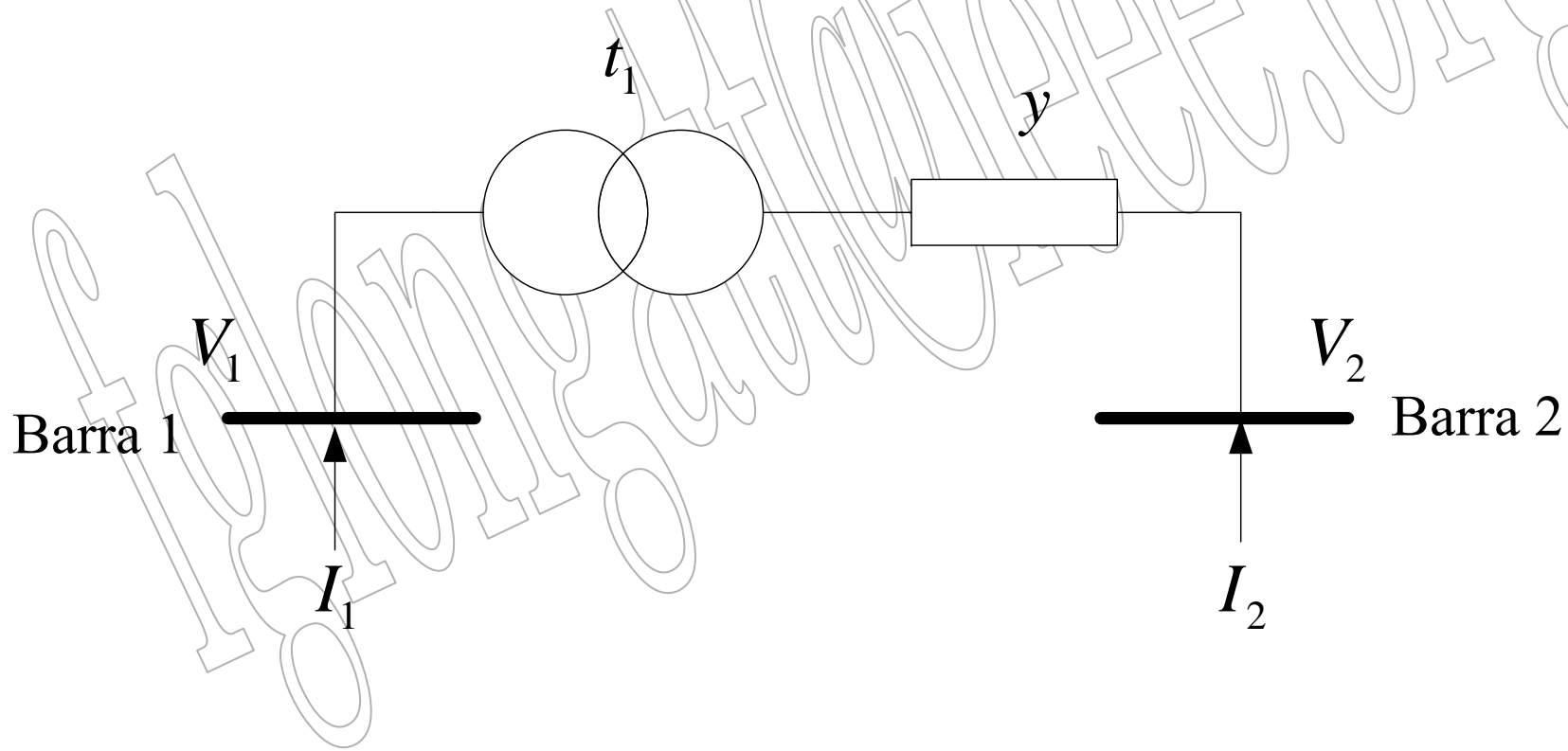


- La figura tiene sus valores en por unidad, pero esta implícito que todo esta en por unidad.

## 2. $Y_{\text{bus}}$ de Un solo Transformador con Tap

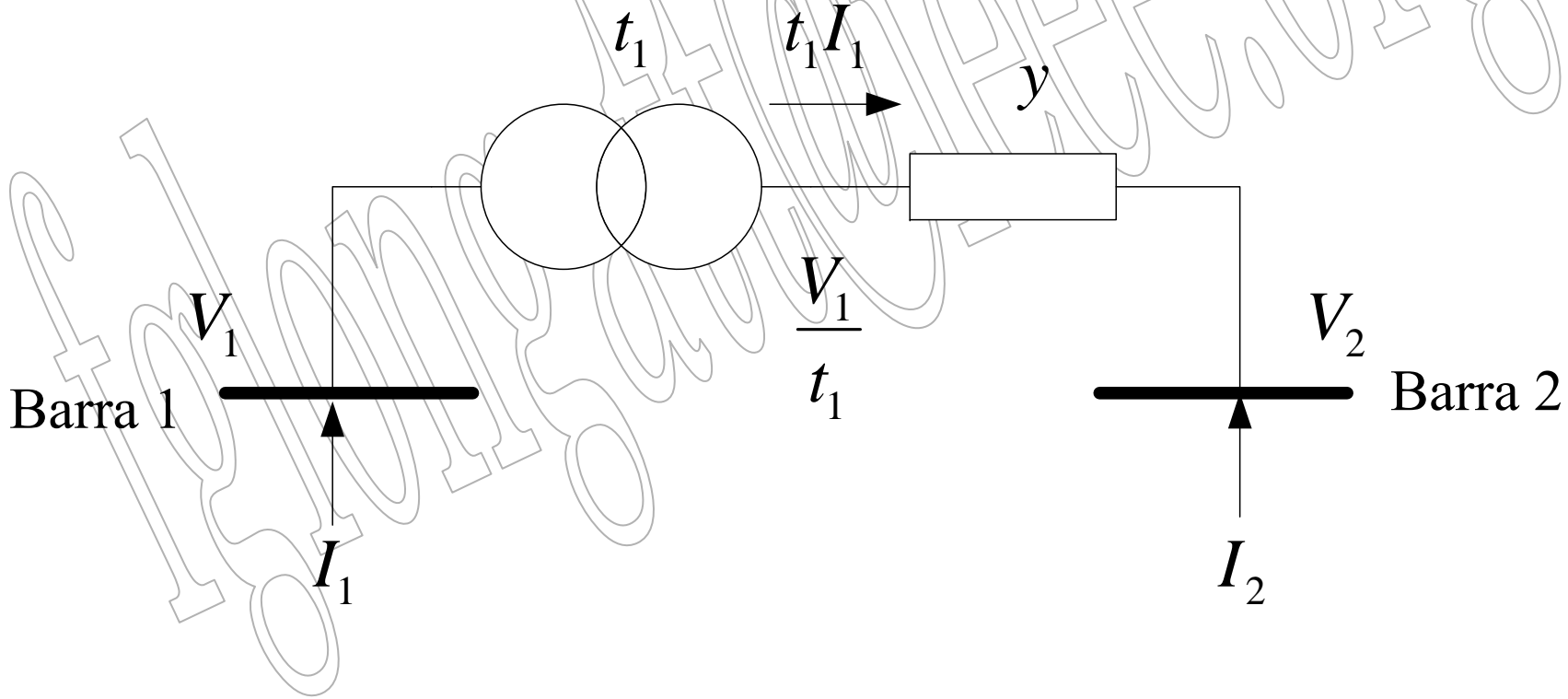
---

- Definase  $t_1$  como la relación de los voltajes en por unidad del lado izquierdo del transformador ideal al voltaje del lado derecho.



## 2. $Y_{\text{bus}}$ de Un solo Transformador con Tap

- Esto significa que el lado secundario del transformador ideal en la figura posee un voltaje  $(1/t_1)V_1$  y la corriente  $t_1 I_1$ , como se muestra.



## 2. $Y_{\text{bus}}$ de Un solo Transformador con Tap

---

- Se puede expresar la corriente  $t_1 I_1$  usando la ley de Ohm:

$$t_1 I_1 = \left( \frac{V_1}{t_1} - V_2 \right) y$$

- Dividiendo por  $t_1$  y expandiendo los términos de la mano derecha, se tiene:

$$I_1 = \frac{y}{t_1^2} V_1 - \frac{y}{t_1} V_2$$



- 
- Ahora se expresa la corriente  $I_2$  como:

$$I_2 = \left( V_2 - \frac{V_1}{t_1} \right) y = V_2 y - \frac{y}{t_1} V_1$$

- Las ecuaciones antes desarrolladas se pueden escribir en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y}{t_1} & -\frac{y}{t_1} \\ -\frac{y}{t_1} & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

## 2. $Y_{bus}$ de Un solo Transformador con Tap

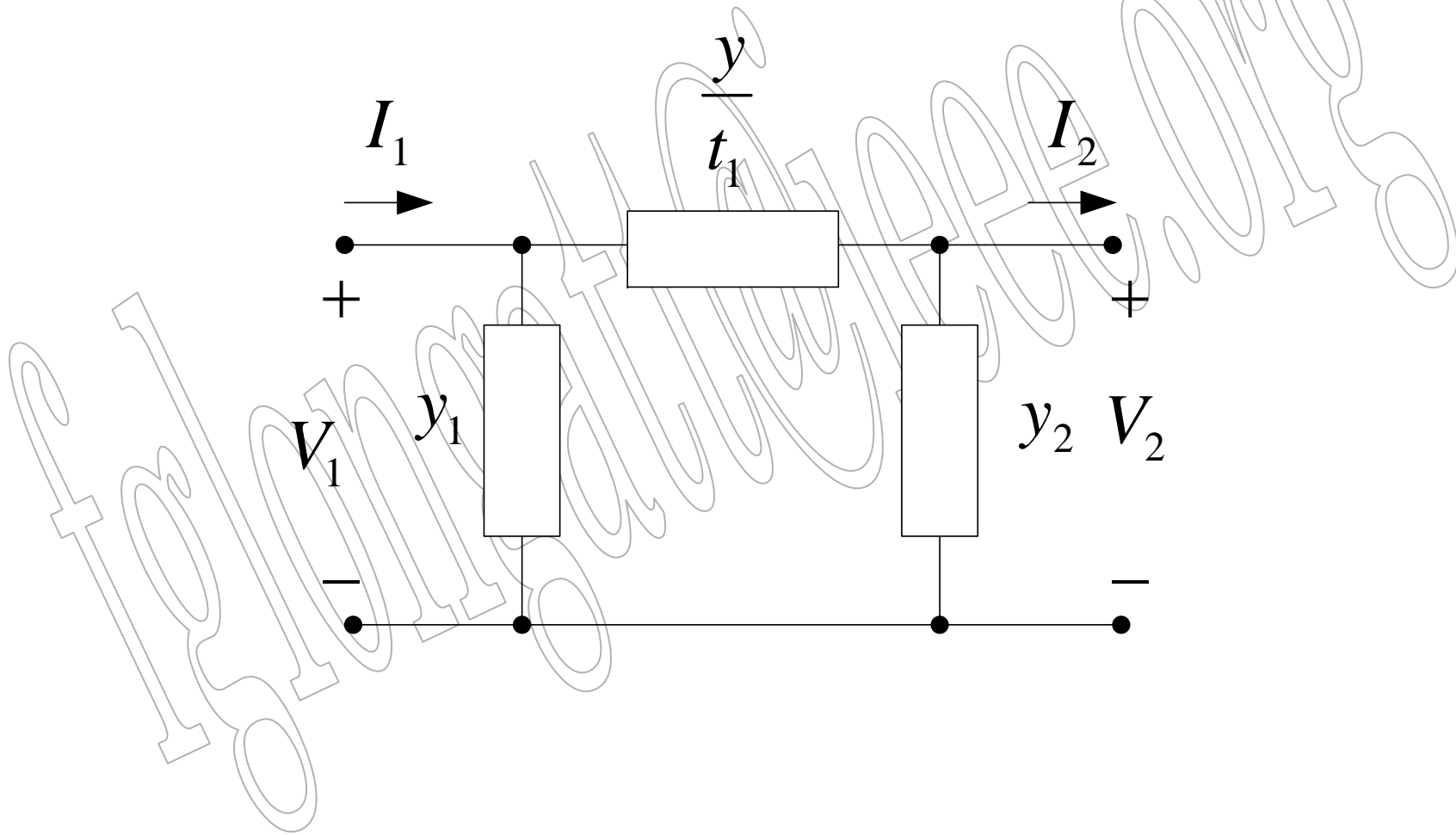
---

- Para aplicar estas ecuaciones en la construcción de  $Y_{bus}$ , se debe concebir un modelo circuital para las ecuaciones.
- Se nota que los elementos fuera de la diagonal deben ser el negativo de la admitancia que conecta las barras.
- Esta admitancia es  $y/t_1$ .

## 2. $Y_{\text{bus}}$ de Un solo Transformador con Tap

---

- El modelo circuital resulta ser:



## 2. $Y_{\text{bus}}$ de Un solo Transformador con Tap

---

- Los valores de  $y_1$  y  $y_2$  se obtiene:

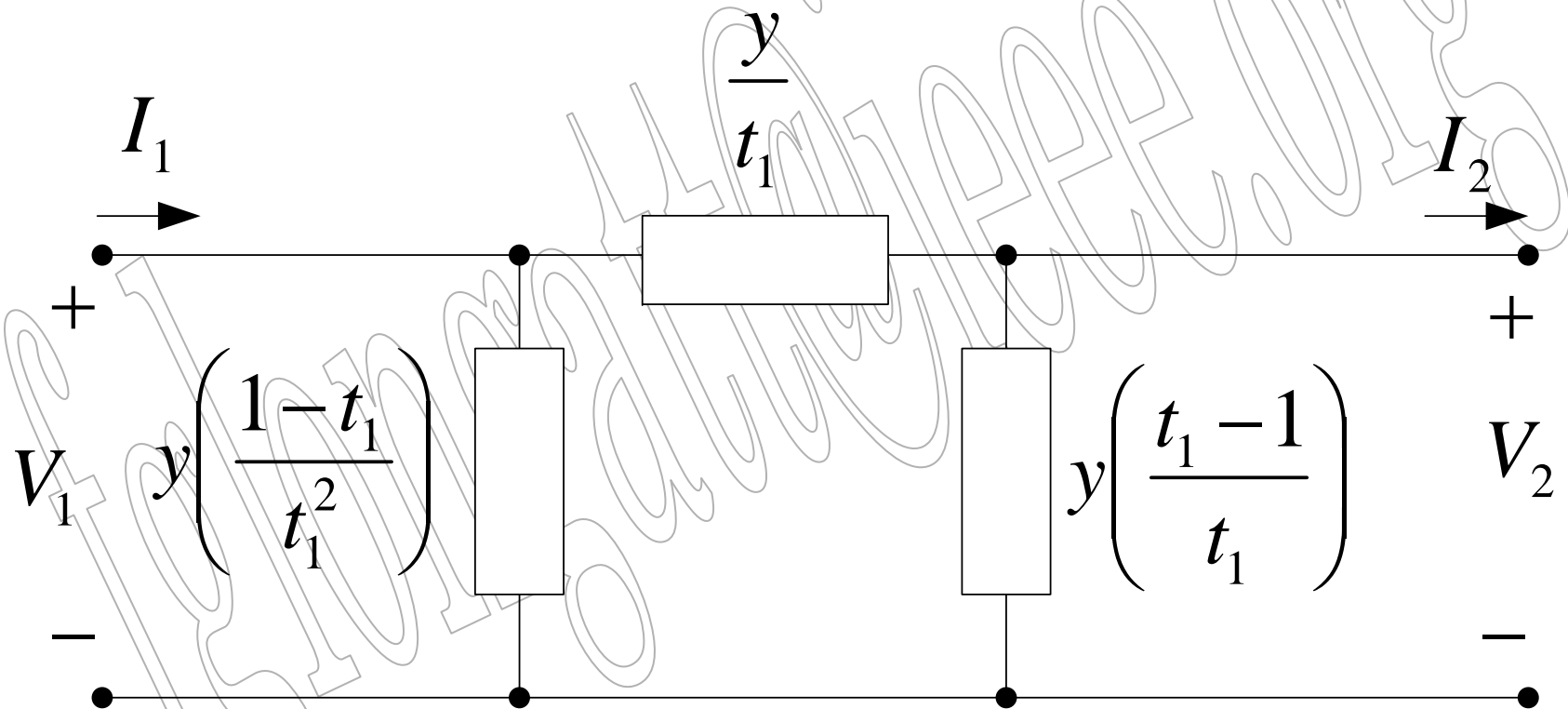
$$\begin{cases} \frac{y}{t_1^2} = y_1 + \frac{y}{t_1} \\ y = y_2 + \frac{y}{t_1} \end{cases}$$

- Resolviendo estas ecuaciones para  $y_1$  y  $y_2$  se tiene:

$$\begin{cases} y_1 = \frac{y}{t_1^2} - \frac{y}{t_1} = y \left( \frac{1-t_1}{t_1^2} \right) \\ y_2 = y - \frac{y}{t_1} = y \left( \frac{t_1-1}{t_1} \right) \end{cases}$$

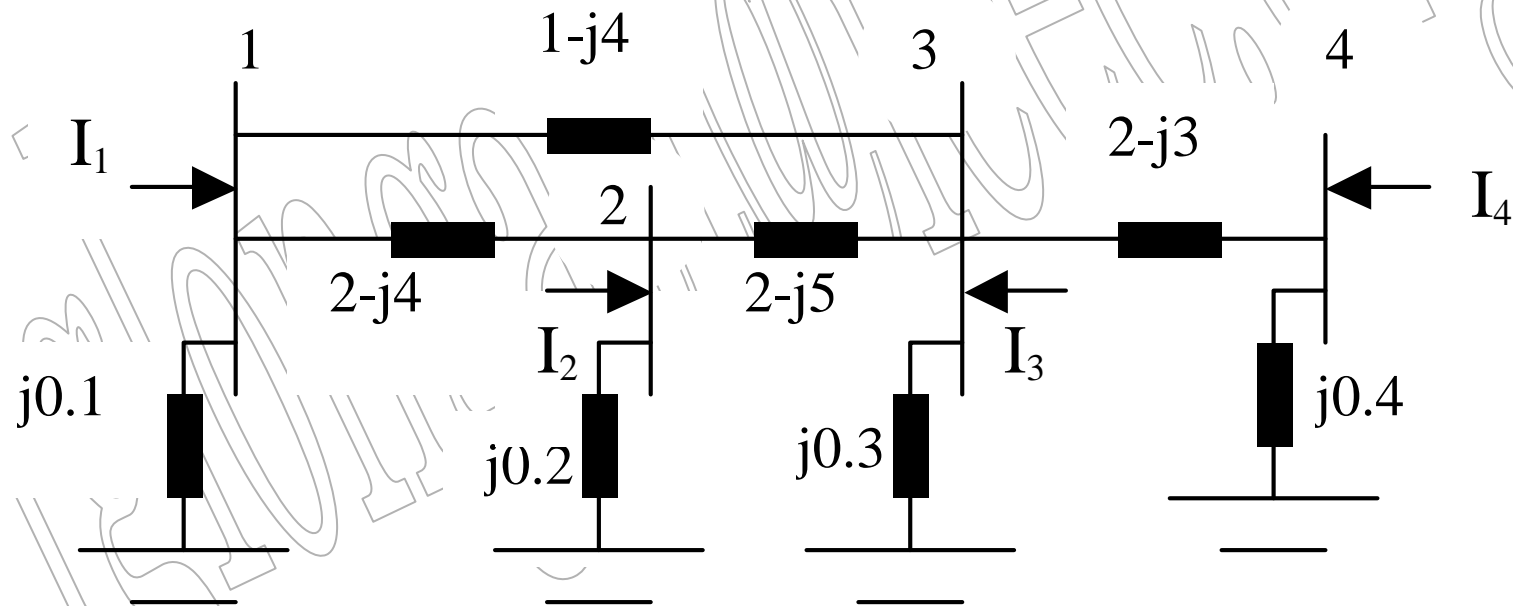
## 2. $Y_{\text{bus}}$ de Un solo Transformador con Tap

- Finalmente el modelo resulta ser:

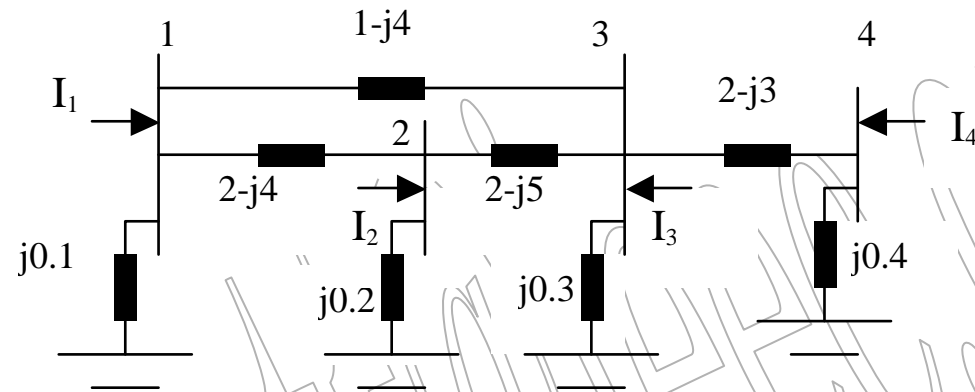


### 3. Ejemplo

- Considere la red considerada mas abajo, donde los numeros indican las admitancias.



### 3. Ejemplo

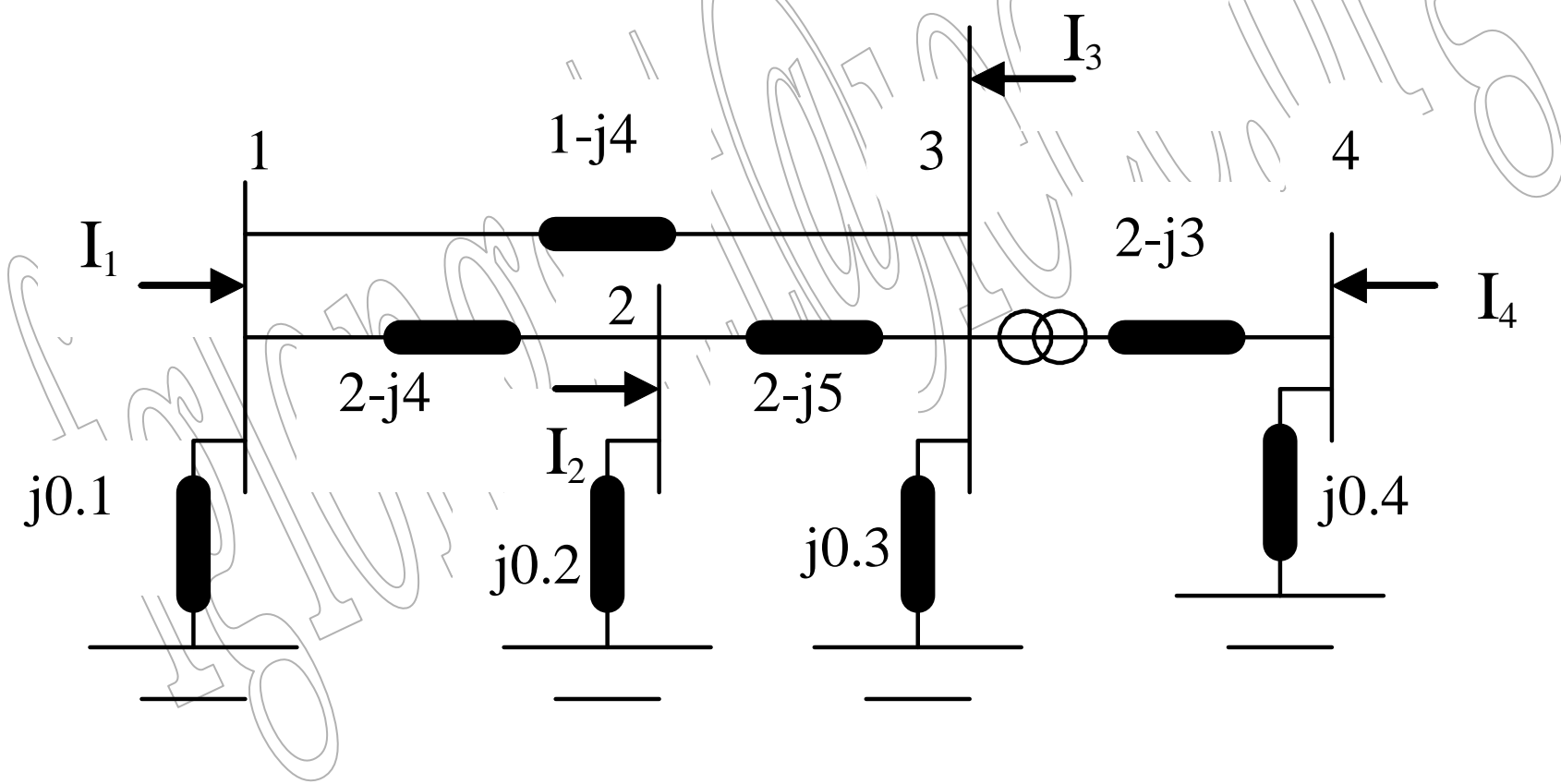


- La matriz admitancia de barra, construida por inspección resulta ser:

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 - j7.9 & -2 + j4 & -1 + j4 & 0 \\ -2 + j4 & 4 - j8.8 & -2 + j5 & 0 \\ -1 + j4 & -2 + j5 & 5 - j11.7 & -2 + j3 \\ 0 & 0 & -2 + j3 & 2 - j2.6 \end{bmatrix}$$

### 3. Ejemplo

- Ahora considere que la conexión entre las barras 3 y 4 es un transformador con tap, con  $t_1 = 1.02$ .





### 3. Ejemplo

---

- Se hace necesario reemplazar la porción del circuito de la barra 3 y 4 con el modelo ya formulado.
- Calculando los parámetros del modelo se tiene:

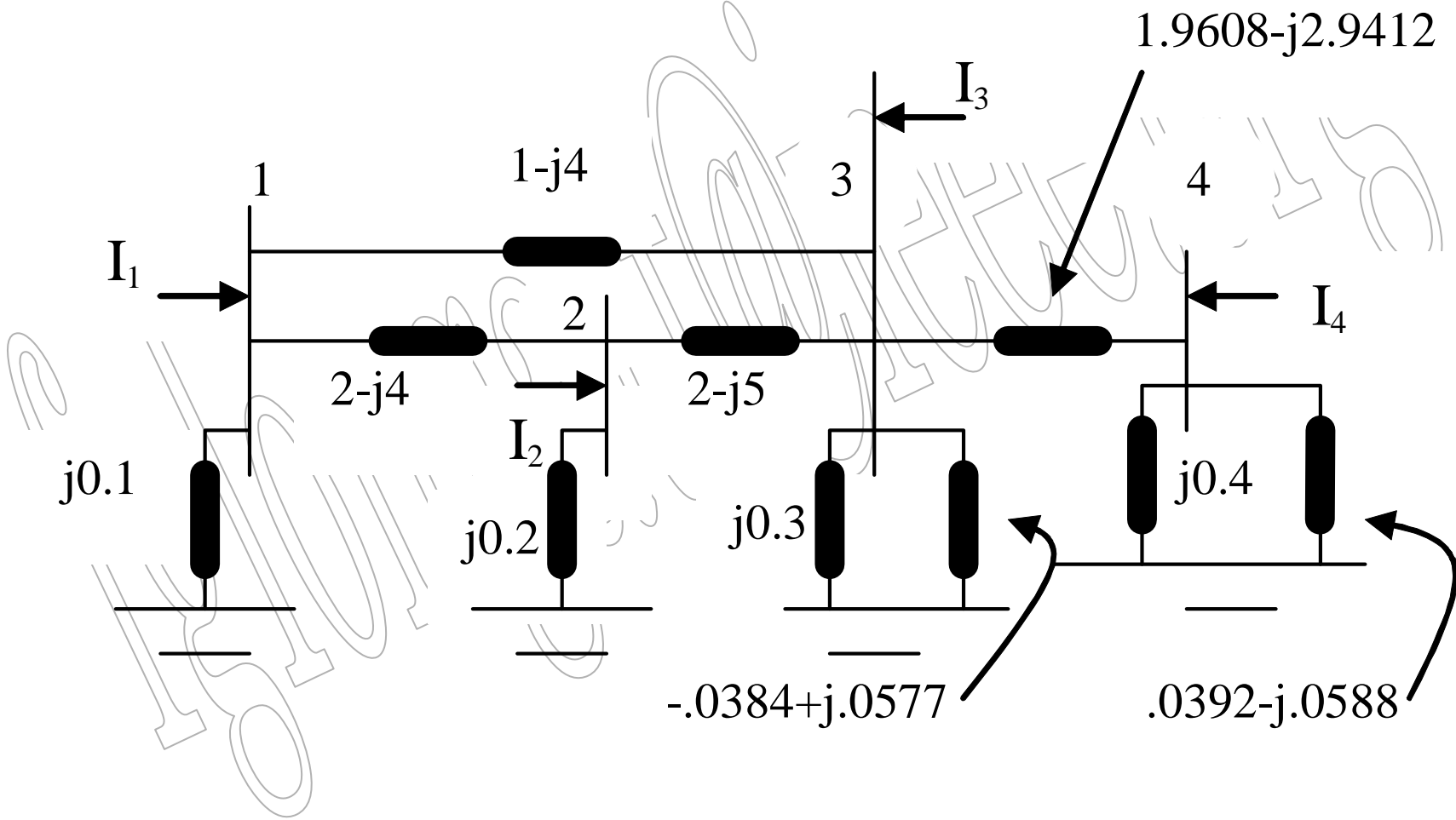
$$y / t_1 = (2 - j3) / 1.02 = 1.9608 - j2.9412$$

$$y \left( \frac{1 - t_1}{t_1^2} \right) = (2 - j3) \left( \frac{1 - 1.02}{1.02^2} \right) = -0.0384 + j0.0577$$

$$y \left( \frac{t_1 - 1}{t_1} \right) = (2 - j3) \left( \frac{1.02 - 1}{1.02} \right) = 0.0392 - j0.0588$$

# 3. Ejemplo

- La red resulta:



### 3. Ejemplo

---

- La matriz admitancia de barra resulta ser:

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 3 - j7.9 & -2 + j4 & -1 + j4 & 0 \\ -2 + j4 & 4 - j8.8 & -2 + j5 & 0 \\ -1 + j4 & -2 + j5 & 4.9224 - 11.5835i & -1.9608 + j2.9412 \\ 0 & 0 & -1.9608 + j2.9412 & 2 - j2.6 \end{bmatrix}$$

## 4. Lectura Recomendada

---

- W. Stevenson. *Análisis de Sistemas de Potencia*. Cap 2. Sección 2.9. *Transformadores de Cambio de derivación y regulantes*.
- Stagg & El-Abiad. *Computer Methods in Power System Analysis*. Capítulo 8. Sección 8.7, *Representation of Transformers*. Mc Graw Hill.
- González-Longatt, F. “Ajuste del Cambiador de tomas de transformador por el análisis de Sensibilidad en el Flujo de Potencia”, *IV Congreso Venezolano de Ingeniería. Eléctrica CVIE-2004, Caracas, Venezuela, 7-10 Septiembre, 2004*.