Capítulo 2
Resolución de la Ecuación de Oscilación

Prof. Francisco M. González-Longatt
fglongatt@ieee.org
http://www.giaelec.org/fglongatt/SP2.htm

Sistemas de Potencia II

Análisis de Estabilidad

Introducción

Introducción

- Las *oscilaciones electromecánicas* producidas por una perturbación transitoria en un sistema de dos máquinas *son muy complicadas*.
- La solución matemática formal de esas oscilaciones no puede ser posible ya que el caso más simple envuelve *integrales elípticas*.
- La solución puede ser obtenida a un deseado grado de exactitud por los *métodos numéricos*, referenciados en algunos textos como métodos paso a paso.

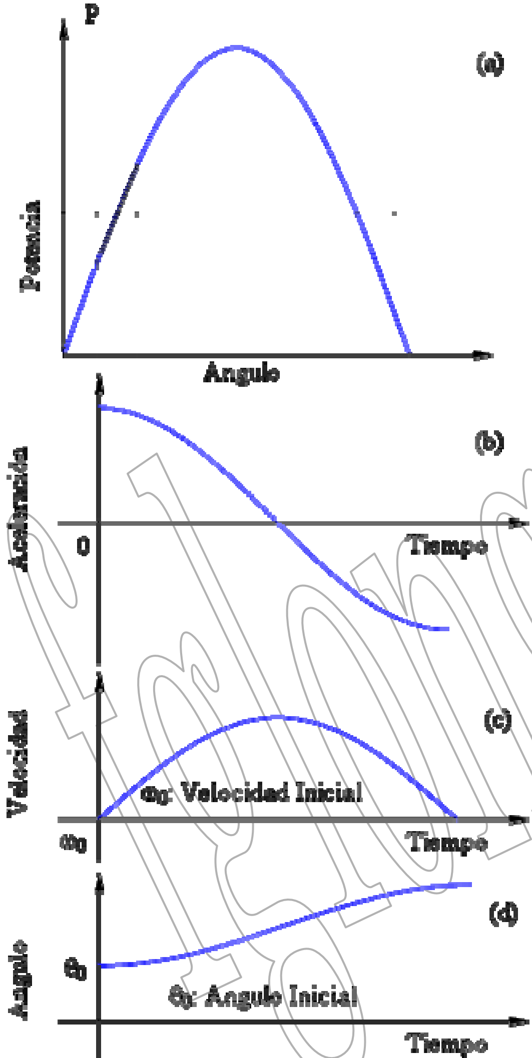
Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

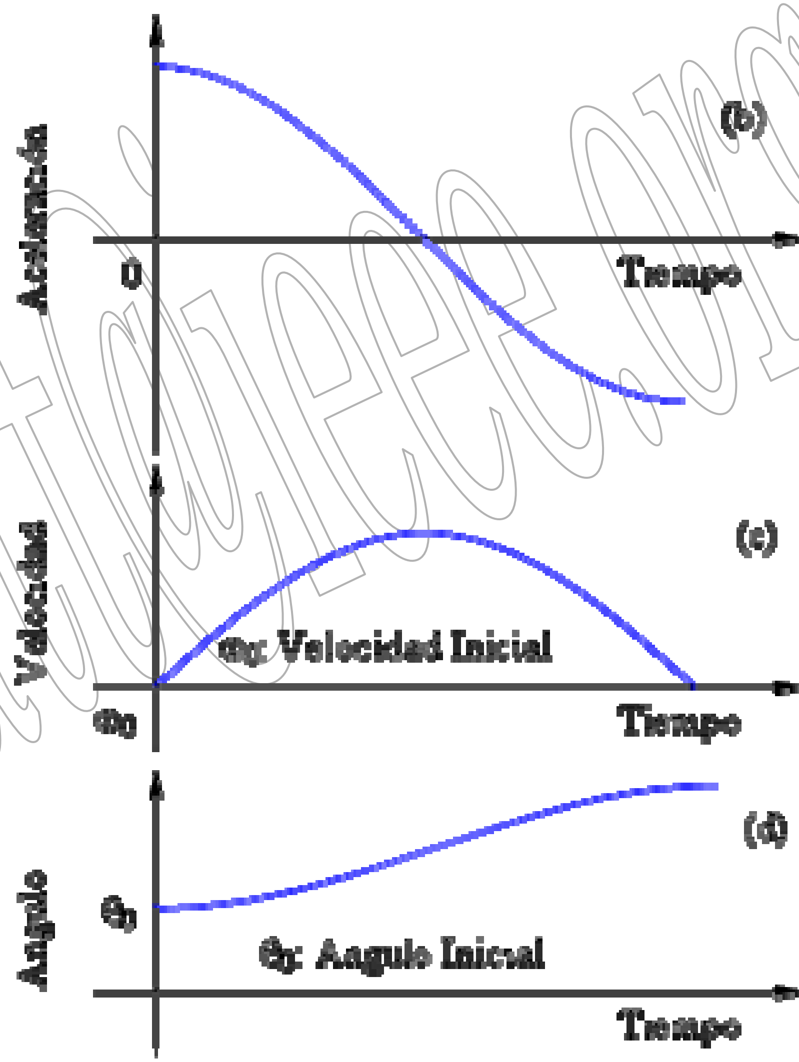
Introducción

- La solución de las ecuaciones diferenciales asociadas a la dinámica electromecánica de las maquinas en los sistemas de potencia permite establecer una serie de tiempo que corresponde a los valores de las variables de interés en función del tiempo.
- Además las relaciones de las principales variables puede ser fácilmente visualizado por curvas que se dan la aceleración, velocidad y desplazamiento anular como una función del tiempo.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

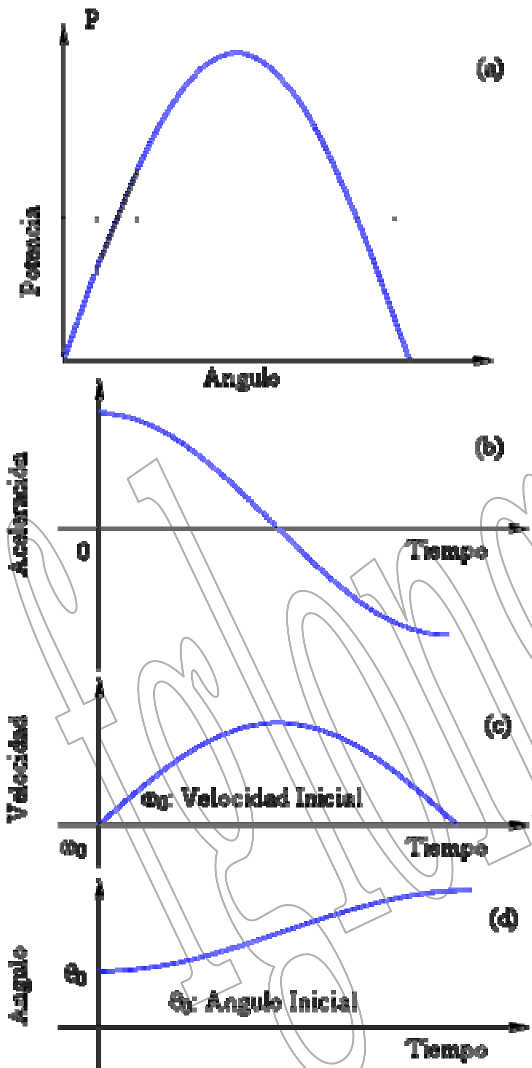
Introducción

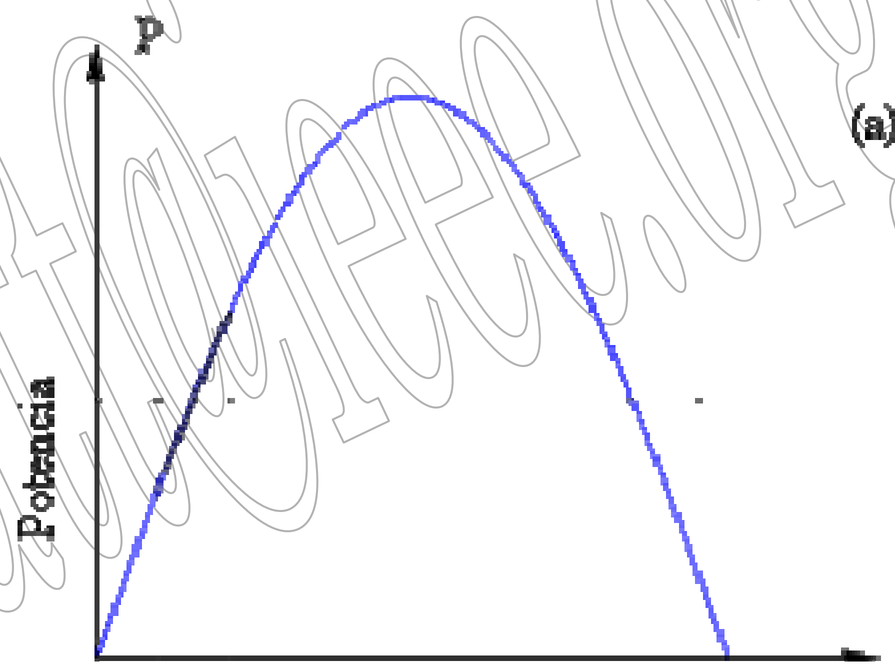




Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Introducción

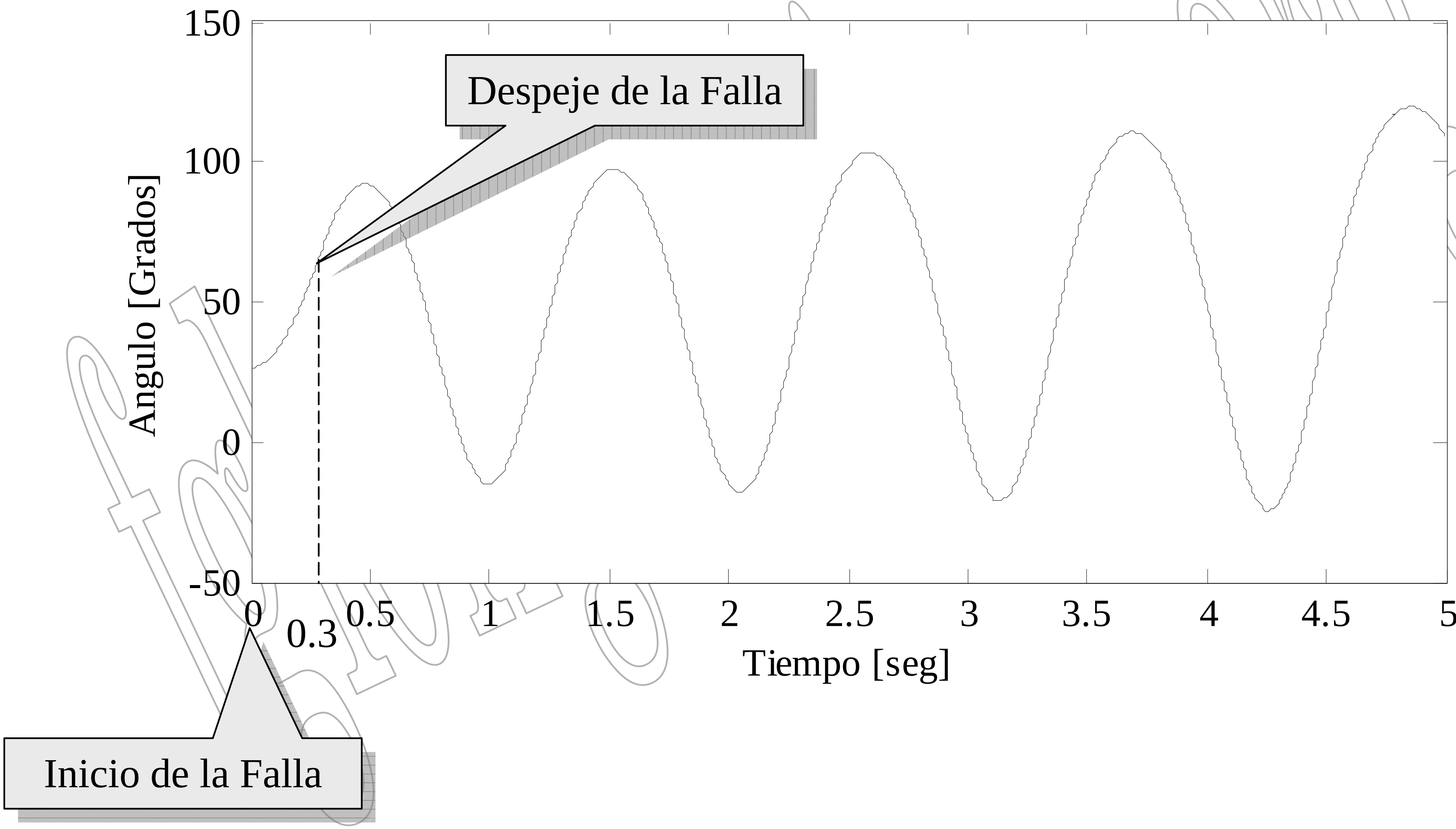




Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

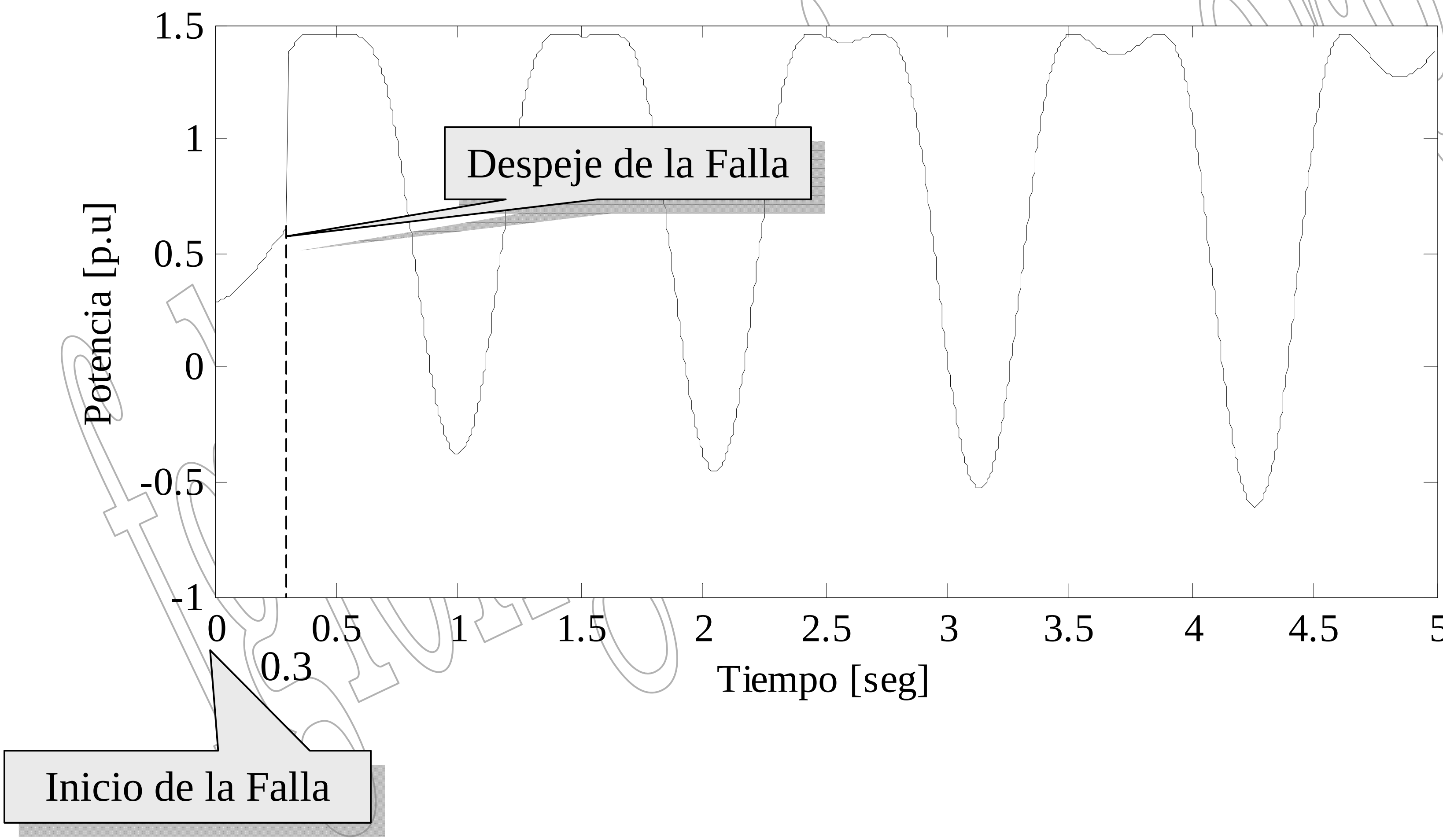
Introducción

- Curva Angulo tiempo



Introducción

- Curva Potencia eléctrica en el tiempo



Sistemas de Potencia II

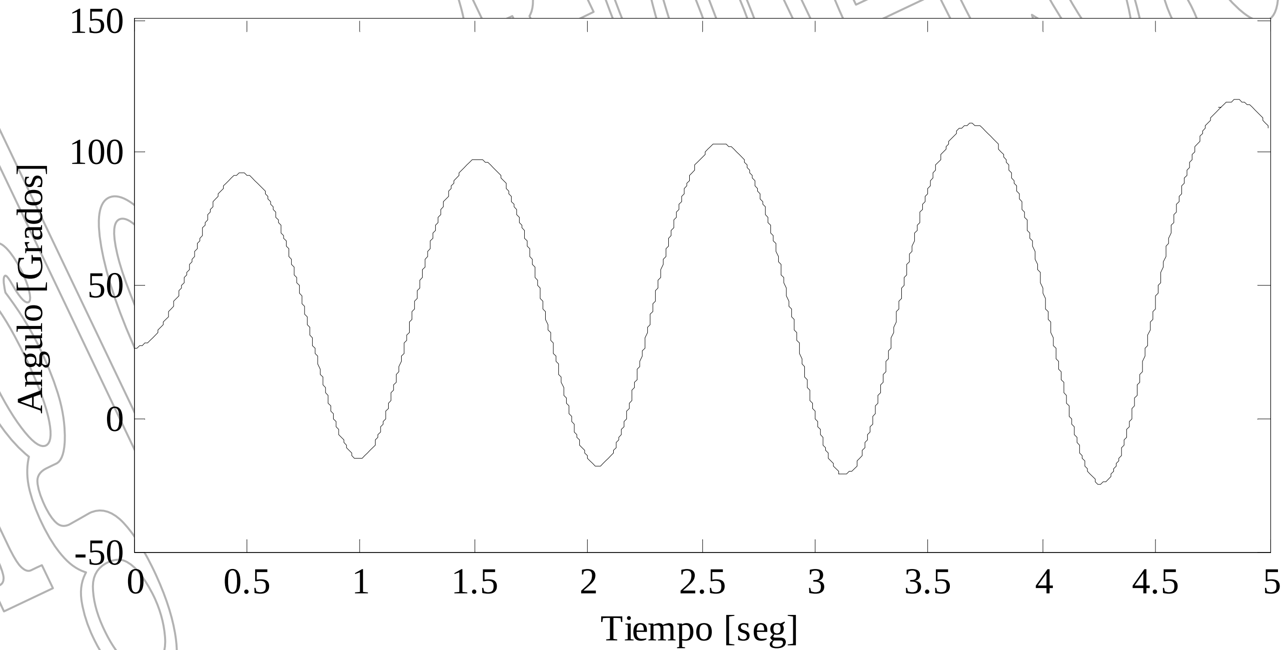
Análisis de Estabilidad

Ecuación de Oscilación

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

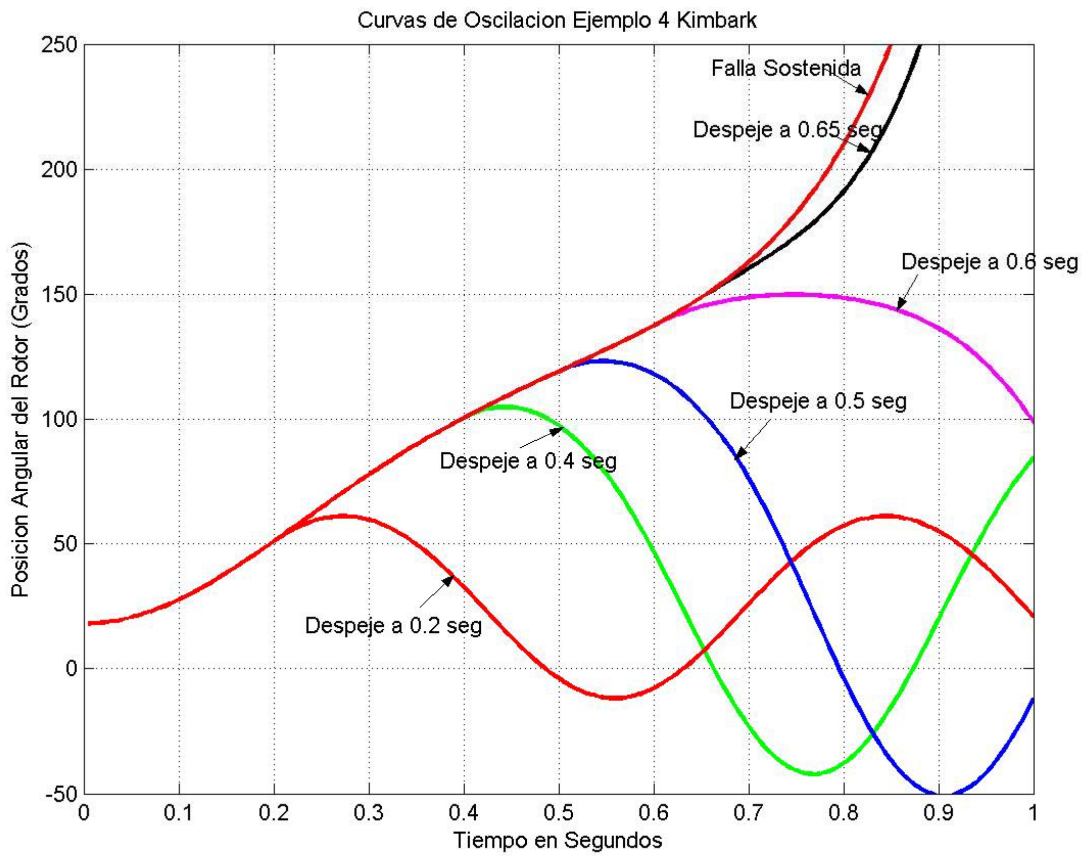
Curva de Oscilación

- Las *curvas ángulo-tiempo* o *curvas de oscilación* pueden ser calculada por medio la solución por métodos numéricos de las ecuaciones que definen la dinámica.



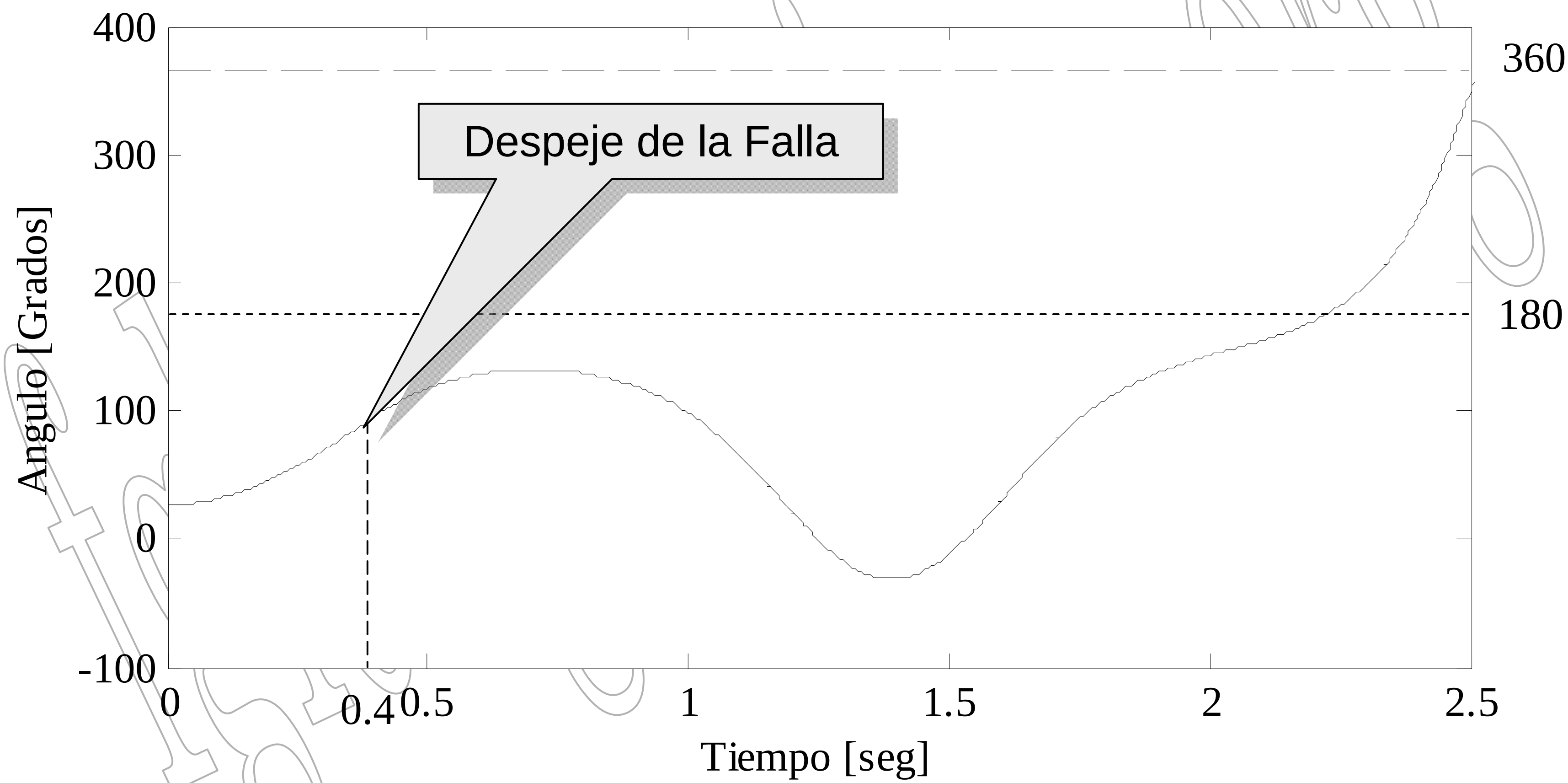
Curva de Oscilación

- Estas curvas muestran la posición angular del rotor trazado contra el tiempo medido desde la inserción de la falla.



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Curva de Oscilación



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Curva de Oscilación

- Si un sistema de dos máquinas e sujeto a un transitorio de suicheo o de maniobra, es posible determinar por el método de *áreas iguales* cuando un sistema es estable.
- Esta respuesta, será dada, pudiendo ser obtenido sin un conocimiento de la variación en el tiempo de varias cantidades electromecánicas.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Curva de Oscilación

- Similarmente, si un sistema de dos máquinas es sujeto a una perturbación transitoria que envuelve una falla y su subsecuente despeje (*clearing*), es también posible determinar cuando el sistema es estable.
- En este caso *la duración de la condición de falla debe ser expresado en términos de la variación angular*.
- Para un punto de vista *tal información no es generalmente posible* debido a que las fallas son despejadas como una función del tiempo medido desde la aplicación de falla.

Curva de Oscilación

- La determinación de este tiempo requiere la solución de la oscilación electromecánica.
- Un examen de las curvas ángulo-tiempo para un sistema particular sujeto a un disturbio especifico *no solo establece cuando un sistema es estable*, sino que si este es estable *provee algunas bases para estimar el margen de estabilidad*.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Curva de Oscilación

- Las curvas ángulo-tiempo o curvas de oscilación también provee las bases para estimar la magnitud del voltaje, corriente, potencia, y otras cantidades a través de la perturbación, tal información es frecuentemente de gran valor en aplicaciones de *circuit breaker* y relés.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Curva de Oscilación

- La determinación de las curvas ángulo tiempo es llevado a cabo por:
  - Métodos aproximantes analíticamente
  - Calculadoras de redes AC:

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas de Potencia II

Análisis de Estabilidad

Problema de Estabilidad

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Problema de Estabilidad

- La ecuación que define la dinámica electromecánica asociada a la maquina sincrónica es la denominada ecuación de oscilación:

$$\frac{H}{\pi f}\frac{d^2\delta(t)}{dt^2} = P_{mec} - P_{elec}$$

- Se trata de una ecuación diferencial lineal de segundo orden.

$$\frac{H}{\pi f}\frac{d^2\delta(t)}{dt^2} = \frac{\pi f\left(P_{mec} - P_{elec}\right)}{H} = \dot{\delta}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Problema de Estabilidad

- Para resolver esta ecuación diferencial, se debe reconocer como un problema a condiciones iniciales:

$$\begin{cases} \dfrac{H}{\pi f}\dfrac{d^2\delta(t)}{dt^2} = P_{mec} - P_{elec} \\ \dfrac{d\delta(t=t_0)}{dt} = \omega(t=t_0) = \omega_0 \\ \delta(t=t_0) = \delta_0 \end{cases}$$

Condición inicial de velocidad

Condición inicial de ángulo

Problema de Estabilidad

- La ecuación diferencial es de segundo orden, pero no puede ser directamente resulta por métodos numéricos.
- Se requiere de un cambio de variable adecuada para llevar esta ecuación a un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Problema de Estabilidad

- Sea la ecuación diferencial:

$$\frac{H}{\pi f}\frac{d^2\delta(t)}{dt^2} = P_{mec} - P_{elec}$$

- Tómese el siguiente cambio de variable:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 = \delta \\ x_2 = \omega \end{bmatrix}$$

- De tal modo la derivada queda:

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{d\delta(t)}{dt} \\ \dfrac{d\omega(t)}{dt} \end{bmatrix}$$

Problema de Estabilidad

- La ecuación diferencial se transforma:

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{d\delta(t)}{dt} \\ \dfrac{d\omega(t)}{dt} \end{bmatrix} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, t) = \begin{bmatrix} \omega(t) \\ \dfrac{d^2\delta(t)}{dt^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega(t) \\ \dfrac{\pi f\left(P_{mec} - P_{elec}\right)}{H} \end{bmatrix}$$

- En forma explicita queda:

$$\begin{cases} \dfrac{d\delta(t)}{dt} = \omega(t) \\ \dfrac{d\omega(t)}{dt} = \dfrac{\pi f\left(P_{mec} - P_{elec}\right)}{H} \end{cases} \qquad \begin{cases} \omega(t = t_0) = \omega_0 \\ \delta(t = t_0) = \delta_0 \end{cases}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Problema de Estabilidad

- En forma vectorial queda:

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, t) = \begin{bmatrix} x_2 \\ \dfrac{\pi f \left(P_{mec} - P_{\max} sen x_1\right)}{H} \end{bmatrix}$$

- Nótese que se ha llegado a la forma vectorial del problema de Cauchy:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, t) \\ \mathbf{X}(t = t_0) = \mathbf{X_0} \end{cases}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Problema de Estabilidad

- El problema de Cauchy:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, t) \\ \mathbf{X}(t = t_0) = \mathbf{X_0} \end{cases}$$

- Puede ser resuelto por múltiples métodos numéricos, sin embargo, los mas empleados en el análisis de estabilidad de sistemas de potencia son:
  - Método de Euler
  - Método de Euler Modificado
  - Método de Runge-Kutta

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas de Potencia II

Análisis de Estabilidad

Aplicación del Método de Euler

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Aplic. Método de Euler

- El método de Euler para la resolución de ecuaciones diferenciales es el mas empleado, debido a su simplicidad.
- Posee el mayor de los errores, comparados con métodos como Runge-Kutta.
- Pártase del problema de Cauchy en forma vectorial:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, t) \\ \mathbf{X}(t = t_0) = \mathbf{X_0} \end{cases}$$

Aplic. Método de Euler

- Se supone que existe una *ventana de tiempo* donde se desea determinar la solución:

$$t_0 \leq t \leq t_n$$

- Para ello, el problema de Cauchy se discretiza, considerando:

$$t_k = t_0 + k\Delta t$$

Forma Explicita

$$t_k = t_{k-1} + \Delta t$$

Forma Recursiva

para $k = 1, 2, \ldots, n$

Aplic. Método de Euler

- Para ello, el problema de Cauchy se discretiza, considerando:

$$t_k = t_0 + k\Delta t$$

Forma Explicita

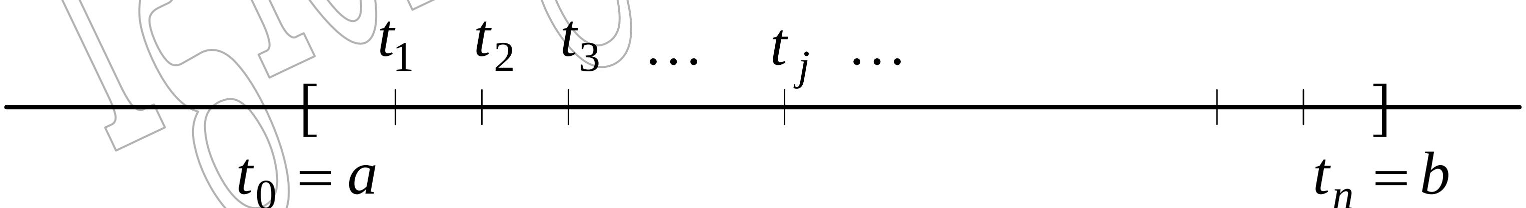
$$t_k = t_{k-1} + \Delta t$$

Forma Recursiva

para $k = 1, 2, \ldots, n$

- Donde:

$$\Delta t = \frac{t_n - t_0}{n}$$



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Aplic. Método de Euler

- Sea:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{X}(t_k)$$

- Entonces el problema de Cauchy discretizado resulta ser:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}_k = \mathbf{F}(\mathbf{X}_k, t_k) \\ \mathbf{X}_0(t = t_0) = \mathbf{X_0} \end{cases}$$

$$t_k = t_0 + k\Delta t \qquad \Delta t = \frac{t_n - t_0}{n}$$

$$t_0 \le t \le t_n$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Aplic. Método de Euler

- El problema discretizado queda de la forma:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}_k = \mathbf{F}(\mathbf{X}_k, t_k) \\ \mathbf{X}_0(t = t_0) = \mathbf{X}_0 \end{cases}$$

- El cual puede ser resuelto fácilmente aplicando la aproximación del cociente diferencial hacia delante, dado por Euler:

$$\mathbf{X}(t_{k+1}) = \mathbf{X}(t_k) + \Delta t \mathbf{F}(\mathbf{X}(t_k), t_k)$$

- Donde:

$$\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0$$

Aplic. Método de Euler

- Para el caso particular de la ecuación de oscilación se conoce que:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{X}(t_k) = \begin{bmatrix} x_1^{(k)} \\ x_2^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta(t_k) \\ \omega(t_k) \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{X}}_k = \begin{bmatrix} \dot{x}_1^{(k)} \\ \dot{x}_2^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{d\delta(t_k)}{dt} \\ \dfrac{d\omega(t_k)}{dt} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}_k, t_k) = \begin{bmatrix} \omega(t_k) \\ \dfrac{d^2\delta(t_k)}{dt^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega(t) \\ \dfrac{\pi f\left(P_{mec} - P_{\max} sen\delta(t_k)\right)}{H} \end{bmatrix}$$

Aplic. Método de Euler

- En los textos de análisis de sistemas de potencia, no es común una notación tan matemática.
- Se suele sustituir los términos en la función aproximante de Euler en forma explicita:

$$\mathbf{X}(t_{k+1}) = \mathbf{X}(t_k) + \mathbf{F}(\mathbf{X}(t_k)).t_k)$$

- Sustituyendo los respectivos términos:

$$\begin{bmatrix} \delta(t_{k+1}) \\ \omega(t_{k+1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta(t_k) \\ \omega(t_k) \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} \omega(t_k) \\ \dfrac{\pi f \left(P_{mec} - P_{\max} sen\delta(t_k)\right)}{H} \end{bmatrix}$$

Aplic. Método de Euler

- En forma de ecuaciones se tiene:

$$\begin{cases} \delta(t_{k+1}) = \delta(t_k) + \Delta t \omega(t_k) \\ \omega(t_{k+1}) = \omega(t_k) + \dfrac{\pi f \Delta t}{H}\left(P_{mec} - P_{\max} sen \delta(t_k)\right) \end{cases}$$

- Se puede suponer:

$$\begin{cases} \delta(t_k) = \delta_k \\ \omega(t_k) = \omega_k \end{cases}$$

- De tal forma que se puede escribir en forma mas compacta las ecuaciones:

Aplic. Método de Euler

- En forma mas compacta resulta:

$$\begin{cases} \delta_{k+1} = \delta_k + \Delta t \omega_k \\ \omega_{k+1} = \omega_k + \dfrac{\pi f \Delta t}{H}\left(P_{mec} - P_{\max} sen \delta_k\right) \end{cases}$$

- donde:

$$\begin{cases} \delta(t_k) = \delta_k \\ \omega(t_k) = \omega_k \end{cases}$$

Aplic. Método de Euler

- En algunos textos llaman a la aplicación del método de Euler para resolver la ecuación de oscilación, el *método paso a paso*.

$$\begin{cases} \delta_{k+1} = \delta_k + \Delta t \omega_k \\ \omega_{k+1} = \omega_k + \dfrac{\pi f \Delta t}{H}\left(P_{mec} - P_{\max} sen \delta_k\right) \end{cases}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas de Potencia II

Análisis de Estabilidad

Procedimiento Paso a Paso

Step by Step Methods

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Método Paso a Paso

- El procedimiento paso a paso puede ser llevado a cabo por varios caminos, dependiendo en el conjunto de suposiciones para minimizar el error resultante de la aproximación.
- El siguiente procedimiento es uno de los que se han encontrado más ajustado a los estudios de estabilidad transitoria utilizando calculadoras de redes AC.

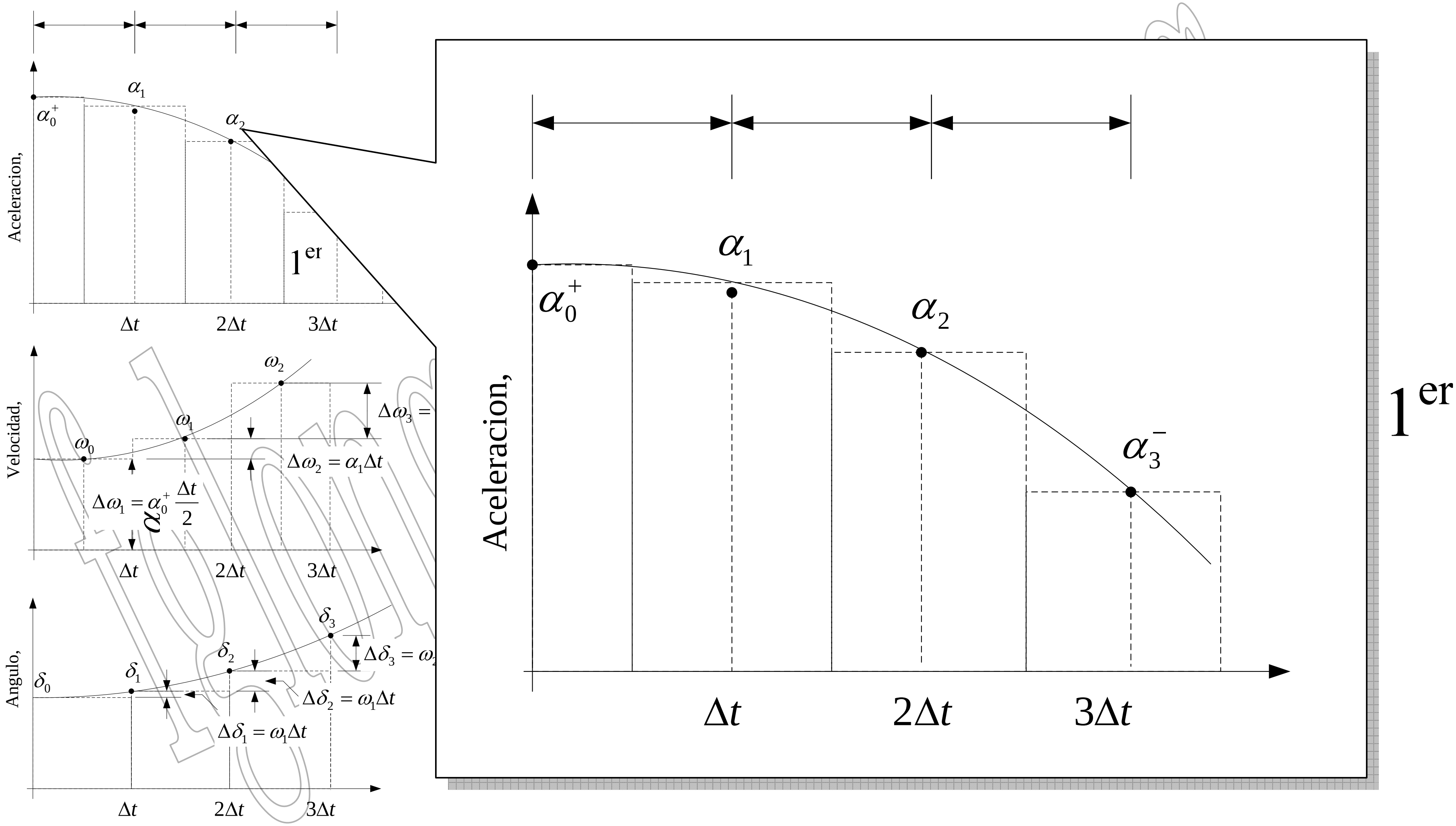
Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Método Paso a Paso

- En el estudio de método de paso a paso, es sugerido que consideración es dada primero para su aplicación a un sistema de una sola máquina, que es, un sistema de dos máquinas, para la cual una máquina se considera de constante de inercia infinita.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

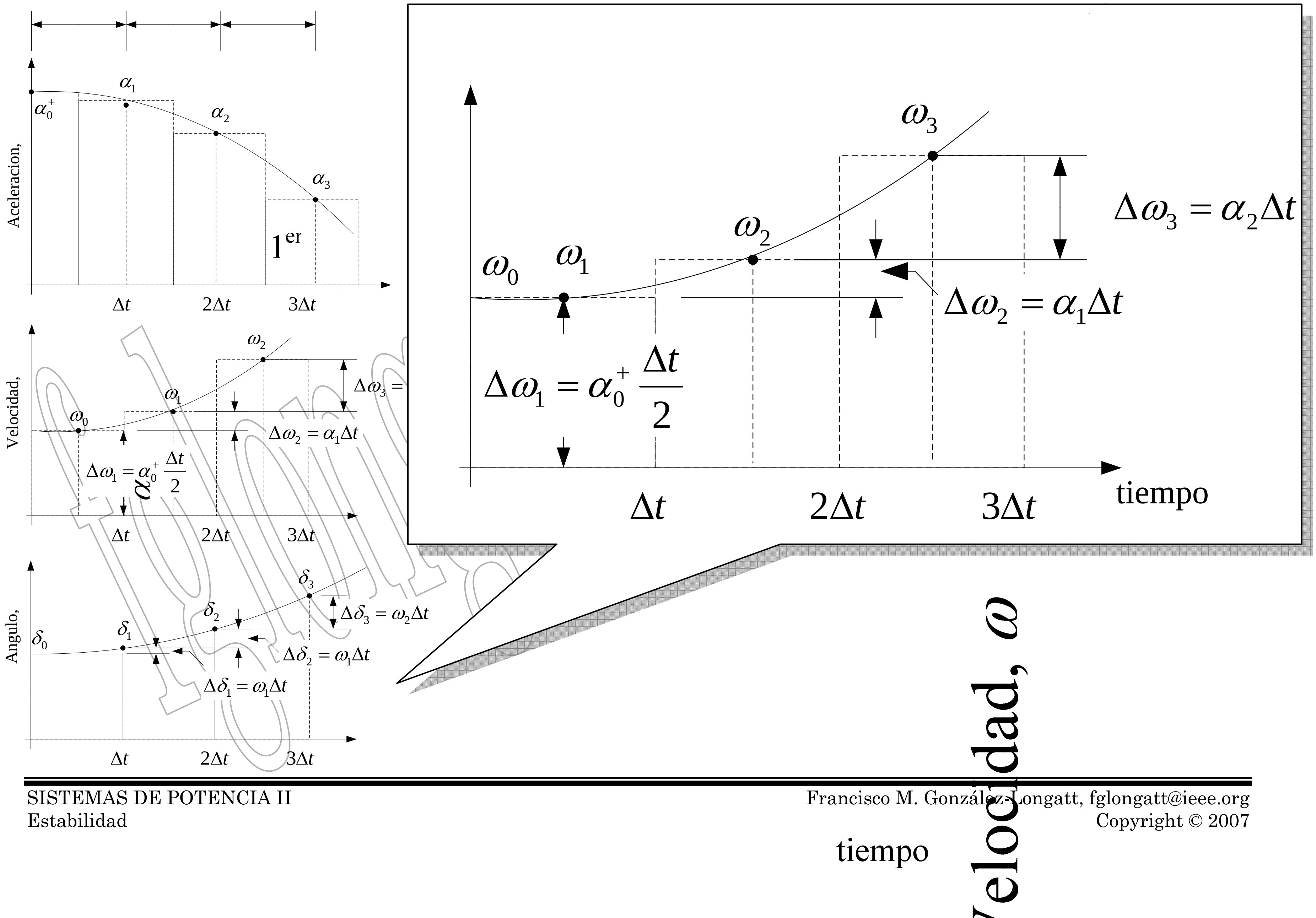
Método Paso a Paso



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

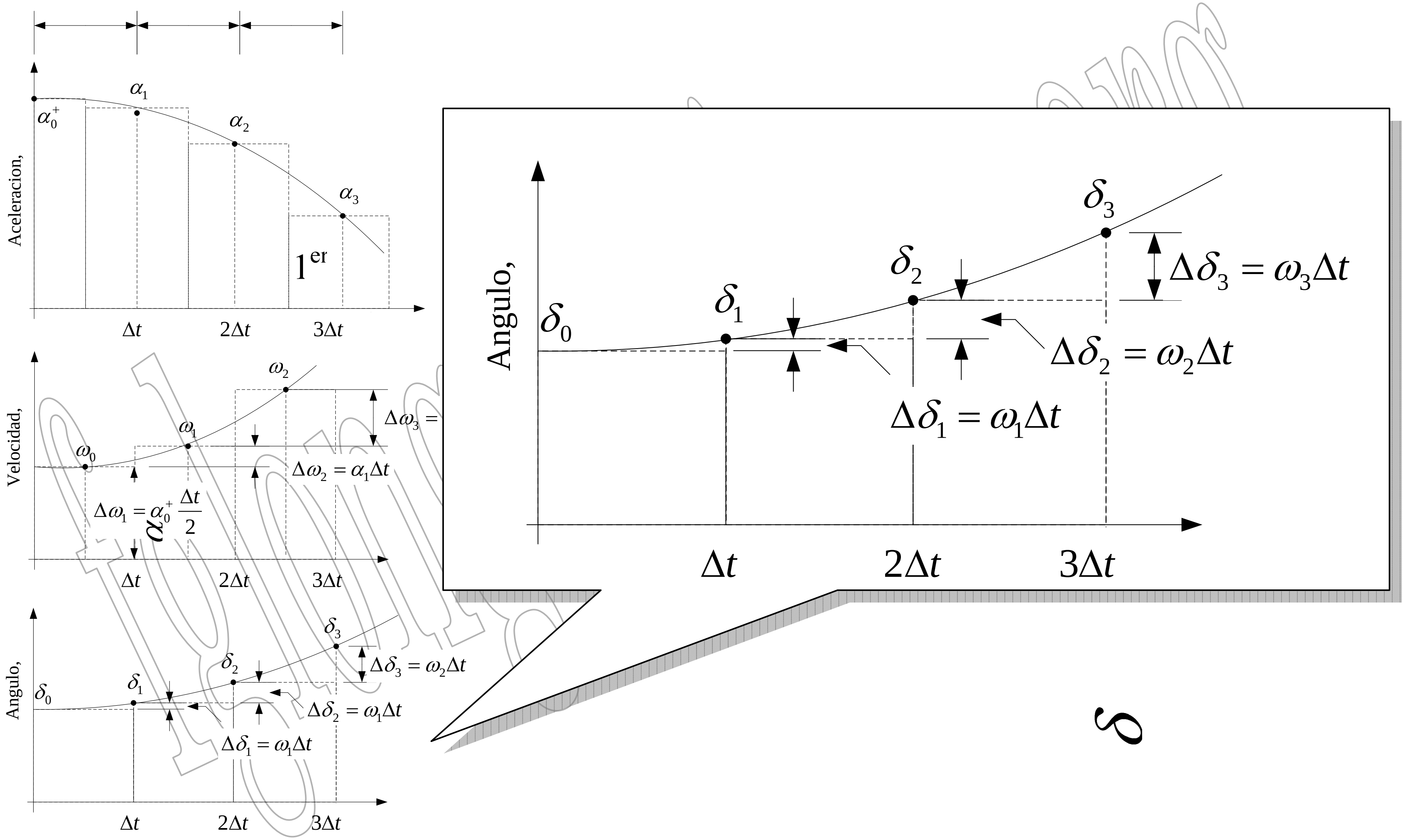
tiempo

Método Paso a Paso



tiempo

Método Paso a Paso



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Método Paso a Paso

- Se muestra para una particular máquina la variación de la aceleración, velocidad y ángulo del rotor con respecto a otra máquina, la cual es asumida es de inercia infinita.
- El método en el cual esta figura es basado puede ser fácilmente modificado para aplicarse al caso general de dos máquinas de inercia finita concediendo los cambios en la posición del rotor e la otra máquina.
- Los cálculos son arreglados en forma de tabla y mostrados en la Tabla 1.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Método Paso a Paso

- Los cálculos son arreglados en forma de tabla y mostrados en la Tabla 1.

Estación:________ Máquina Nº:________ kVA Total :______

Máquina, WR^2: ______

H = ______, Energía almacenada, Kilowatt-seg/kVA

Aceleración, $\alpha = \dfrac{180 f \Delta P}{HkVA}$, grados por segundos, por segundo

$$k = \frac{180 f}{Hkva} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

P_{mec} = __________ kilowatt, entrada Mecánica

	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
Tiempo [seg]	Angulo δ [grad]	P_{elec} [kW] Salida eléctrica mas perdidas	ΔP [kW] Entrada mecánica menos (Salida Eléctrica más pérdidas)	α Aceleración [grad/seg^2]	$\Delta\omega$ Cambio de Velocidad [grad/seg]	Tiempo de Aceleración	ω Velocidad [grad/seg]	Angulo Incremento de Tiempo, Δt	$\Delta\delta$ Cambio Angular por Máquina Bajo Consideración	Cambio Angular Otra Máquina $\Delta\delta'$	Angulo Final δ
-	-	-	P_{mec} - (3)	(4) × K	(5) ×(6)	-	(7)+(8)$_{n-1}$	-	(8) ×(9)	**	(2)+(10)+(11)
0.000	δ_0	P_0	$P_{mec} - P_0$	$K\Delta P_0=\alpha_0^+$	$\Delta\omega_1$	$\Delta t/2$	$\omega_0 + \Delta\omega_1 = \omega_1$	Δt	$\omega_1\Delta t=\Delta\theta_1$	$\Delta\delta_1'$	$\delta_0+\Delta\delta_1+\Delta\delta_1'=\delta_1$
0.100	δ_1	P_1	$P_{mec} - P_1$	$K\Delta P_1=\alpha_1$	$\Delta\omega_2$	Δt	$\omega_1 + \Delta\omega_2 = \omega_2$	Δt	$\omega_2\Delta t =\Delta\theta_2$	$\Delta\delta_2'$	$\delta_1+\Delta\delta_2+\Delta\delta_2'=\theta_2$
0.200	δ_2	P_2	$P_{mec} - P_2$	$K\Delta P_2=\alpha_2$	$\Delta\omega_3$	Δt	$\omega_2 + \Delta\omega_3 = \omega_3$	Δt	$\omega_3\Delta t=\Delta\theta_3$	$\Delta\delta_3'$	$\delta_2+\Delta\delta_3+\Delta\delta_3'=\delta_3$
0.300$^-$	δ_3	P_{3^-}	$P_{mec} - P_{3^-}$	$K\Delta P_{3^-}=\alpha_{3^-}$	V_0	$\Delta t/2$	$\omega_3 + v_0 = \omega_2$	-			
0,300$^+$	δ_4	P_3^+	$P_{mec} - P_3^+$	$K\Delta P_3^+=\alpha_3^+$	$\Delta\omega_4$	$\Delta t/2$	$\omega_3 +(v_0 +\Delta\omega_4 = \omega_4$	Δt	$\omega_4\Delta t=\Delta\theta_4$	$\Delta\delta_4'$	$\delta_3+\Delta\delta_4+\Delta\delta_4'=\delta_4$
0.400	δ_5	P_4	$P_{mec} - P_4$	$K\Delta P_4=\alpha_4$	$\Delta\omega_5$	Δt		Δt	$\omega_5\Delta t=\Delta\theta_5$	$\Delta\delta_5'$	$\delta_4+\Delta\delta_5+\Delta\delta_5'=\delta_5$
0.500	δ_6										

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Método Paso a Paso

Estación:_________ Máquina Nº:_________ kVA Total :______

Máquina, WR^2: ______

$H =$ ______, Energía almacenada, Kilowatt-seg/kVA

Aceleración, $\alpha = \dfrac{180 f \Delta P}{HkVA}$, grados por segundos, por segundo

$$k = \frac{180 f}{Hkva} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

$P_{mec} =$ ___________ kilowatt, entrada Mecánica

	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
Tiempo [seg]	Angulo δ [grad]	P_{elec} [kW] Salida eléctrica mas perdidas	ΔP [kW] Entrada mecánica menos (Salida Eléctrica más pérdidas)	α Aceleración [qrad/seg²]	$\Delta\omega$ Cambio de Velocidad [grad/seg]	Tiempo de Aceleración	ω Velocidad [grad/seg]	Angulo Incremento de Tiempo, Δt	$\Delta\delta$ Cambio Angular por Máquina Bajo Consideración	Cambio Angular Otra Máquina $\Delta\delta'$	Angulo Final δ
-	-	-	P_{mec}- (3)	(4) × K	(5) ×(6)	-	(7)+$(8)_{n-1}$	-	(8) ×(9)	**	(2)+(10)+(11)
0.000	δ_0	P_0	$P_{mec} - P_0$	$K\Delta P_0=\alpha_0^+$	$\Delta\omega_1$	$\Delta t/2$	$\omega_0 + \Delta\omega_1 = \omega_1$	Δt	$\omega_1\Delta t=\Delta\theta_1$	$\Delta\delta_1'$	$\delta_0+\Delta\delta_1+\Delta\delta_1'=\delta_1$
0.100	δ_1	P_1	$P_{mec} - P_1$	$K\Delta P_1=\alpha_1$	$\Delta\omega_2$	Δt	$\omega_1 + \Delta\omega_2 = \omega_2$	Δt	$\omega_2\Delta t=\Delta\theta_2$	$\Delta\delta_2'$	$\delta_1+\Delta\delta_2+\Delta\delta_2'=\theta_2$
0.200	δ_2	P_2	$P_{mec} - P_2$	$K\Delta P_2=\alpha_2$	$\Delta\omega_3$	Δt	$\omega_2 + \Delta\omega_3 = \omega_3$	Δt	$\omega_3\Delta t=\Delta\theta_3$	$\Delta\delta_3'$	$\delta_2+\Delta\delta_3+\Delta\delta_3'=\delta_3$
0.300^-	δ_3	P_3^-	$P_{mec} - P_3^-$	$K\Delta P_3^-=\alpha_3^-$	V_0	$\Delta t/2$	$\omega_3 + v_0 = \omega_2$	-			
$0,300^+$	δ_4	P_3^+	$P_{mec} - P_3^+$	$K\Delta P_3^+=\alpha_3^+$	$\Delta\omega_4$	$\Delta t/2$	$\omega_3 + (v_0 + \Delta\omega_4 = \omega_4$	Δt	$\omega_4\Delta t=\Delta\theta_4$	$\Delta\delta_4'$	$\delta_3+\Delta\delta_4+\Delta\delta_4'=\delta_4$
0.400	δ_5	P_4	$P_{mec} - P_4$	$K\Delta P_4=\alpha_4$	$\Delta\omega_5$	Δt		Δt	$\omega_5\Delta t=\Delta\theta_5$	$\Delta\delta_5'$	$\delta_4+\Delta\delta_5+\Delta\delta_5'=\delta_5$
0.500	δ_6										

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Método Paso a Paso

- *Dos tabulaciones similares son requeridos para un sistema de dos máquinas*, una para cada máquina.
- Los cálculos de una máquina por medio de la columna (11) de la Tabla 1, la cual es obtenida de la columna (10) de la Tabla realizada para la otra máquina.

	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
Tiempo [seg]	Angulo δ [grad]	P_{elec} [kW] Salida eléctrica mas perdidas	ΔP [kW] Entrada mecánica menos (Salida Eléctrica más pérdidas)	α Aceleración [grad/seg^2]	$\Delta\omega$ Cambio de Velocidad [grad/seg]	Tiempo de Aceleración	ω Velocidad [grad/seg]	Angulo Incremento de Tiempo, Δt	$\Delta\delta$ Cambio Angular por Máquina Bajo Consideración	Cambio Angular Otra Máquina $\Delta\delta'$	Angulo Final δ
-	-	-	P_{mec} - (3)	(4) × K	(5) ×(6)	-	(7)+$(8)_{n-1}$	-	(8) ×(9)	**	(2)+(10)+(11)
0.000	δ_0	P_0	$P_{mec} - P_0$	$K\Delta P_0=\alpha_0^+$	$\Delta\omega_1$	$\Delta t/2$	$\omega_0 + \Delta\omega_1 = \omega_1$	Δt	$\omega_1\Delta t=\Delta\theta_1$	$\Delta\delta_1'$	$\delta_0+\Delta\delta_1+\Delta\delta_1'=\delta_1$
0.100	δ_1	P_1	$P_{mec} - P_1$	$K\Delta P_1=\alpha_1$	$\Delta\omega_2$	Δt	$\omega_1 + \Delta\omega_2 = \omega_2$	Δt	$\omega_2\Delta t =\Delta\theta_2$	$\Delta\delta_2'$	$\delta_1+\Delta\delta_2+\Delta\delta_2'=\theta_2$

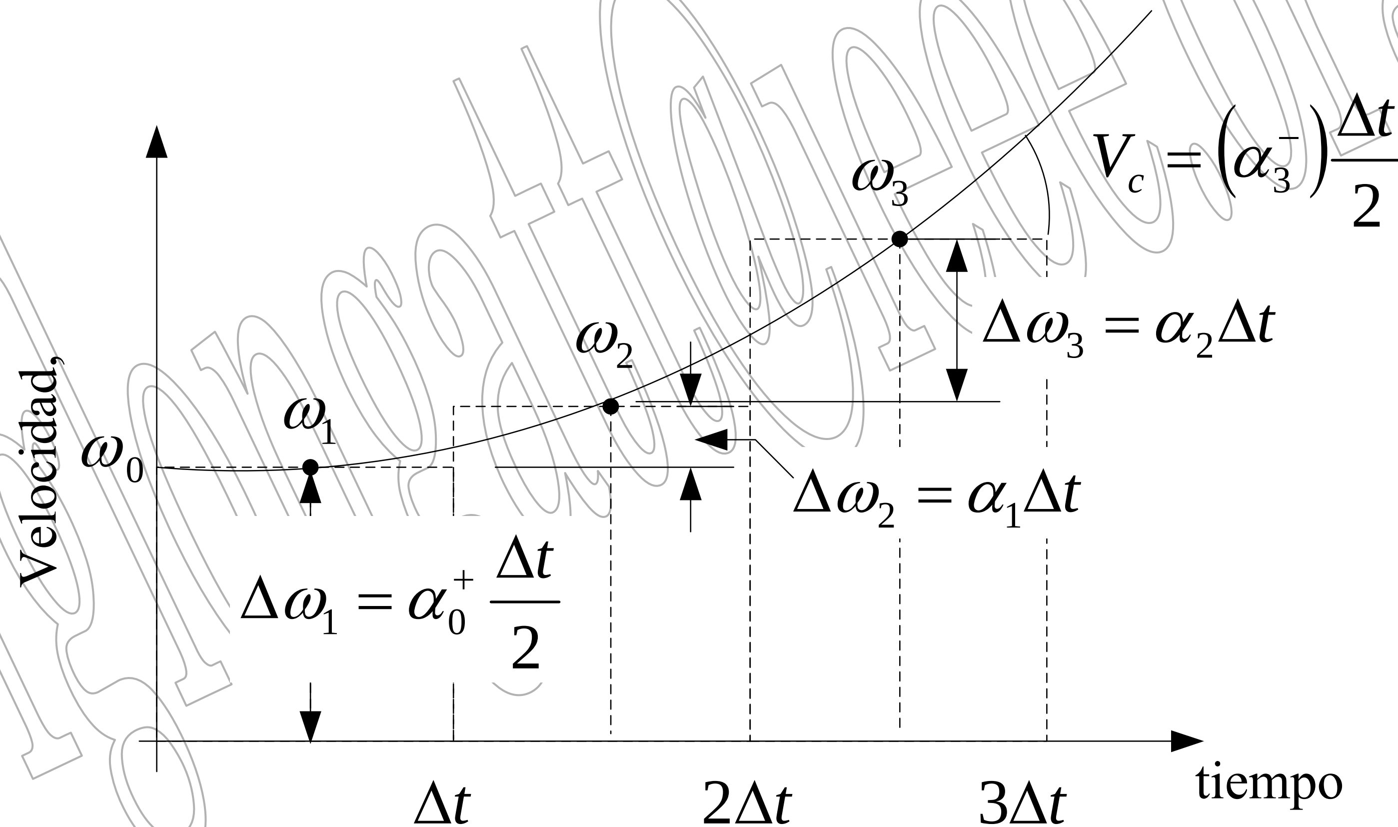
Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Método Paso a Paso

- Si una de las máquinas es asumida que *posee un inercia infinita*, el *problema se reduce a un sistema de una sola máquina*, y una sola tabla es requerida, donde $\Delta\delta$', el cambio angular de la otra máquina, puede ser tomada como cero.

Método Paso a Paso

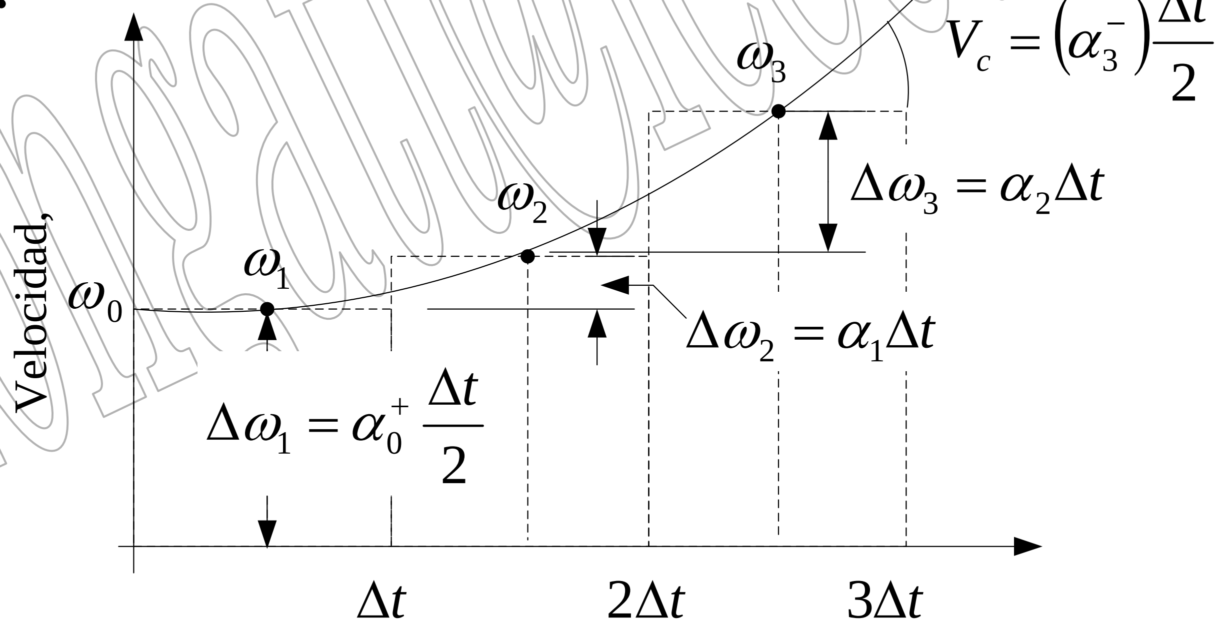
- Tres intervalos en el método paso a paso son mostrados



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Método Paso a Paso

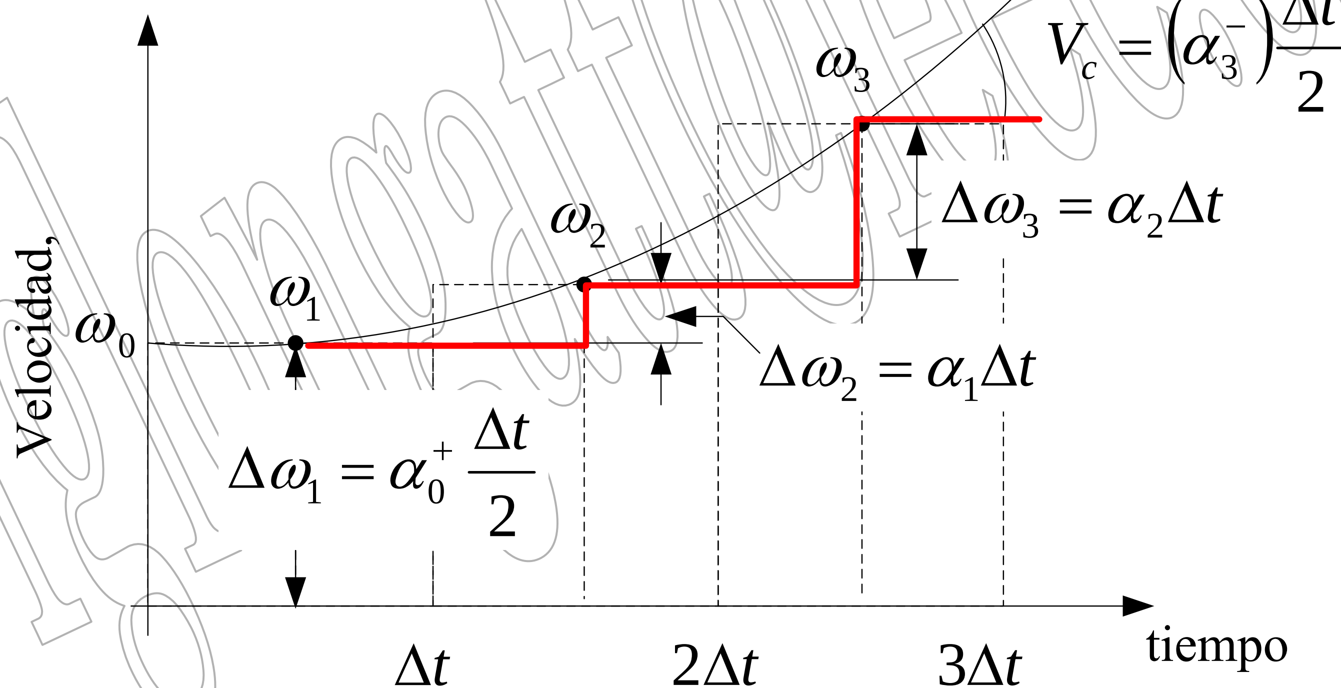
- Un cambio circuital es asumido que tiene lugar al final del tercer intervalo.
- Las velocidades ω_1 , ω_2 , y ω_3 son asumidas que permanecen constantes en sus correspondientes tres intervalos.



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

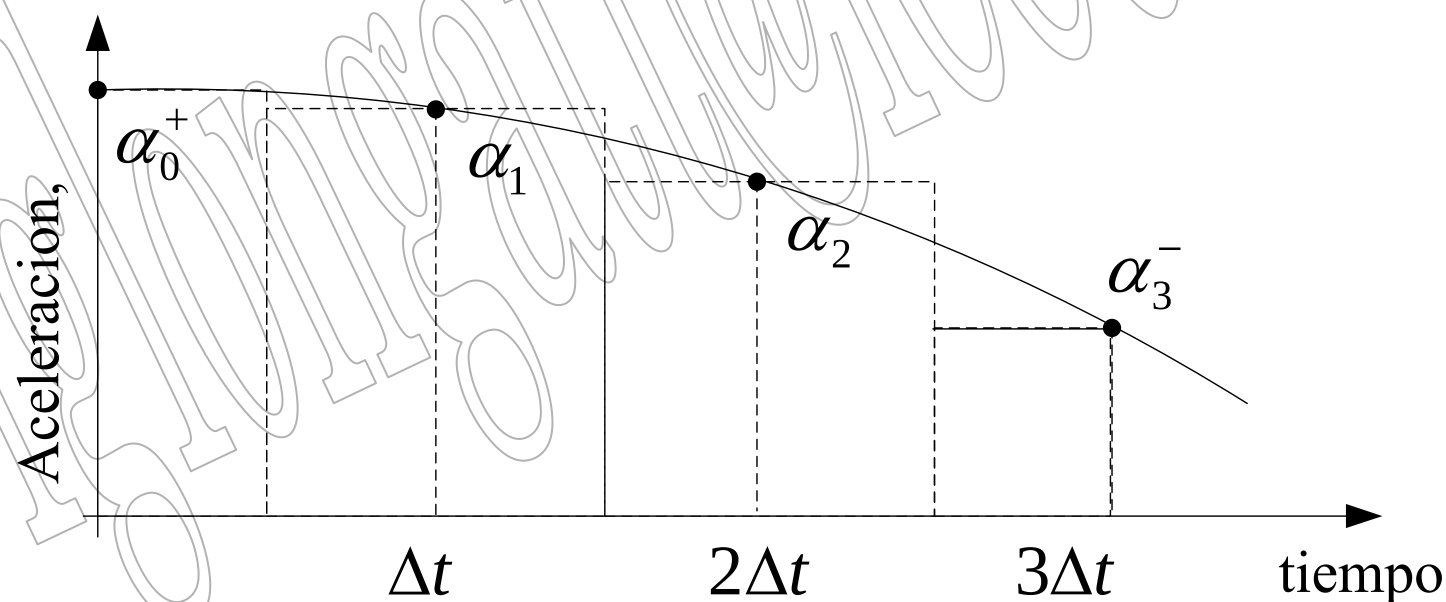
Método Paso a Paso

- Las velocidades velocidades ω_1 , ω_2 , y ω_3 son asumidas que permanecen constantes desde la mitad del intervalo hasta la mitad del subsecuente intervalo.



Método Paso a Paso

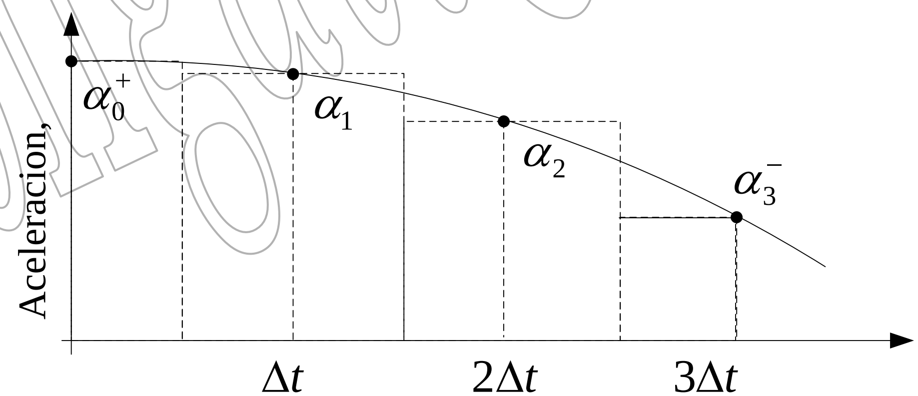
- Por estos medios la aceleración es elegida para que alternativamente mayor o menor que el valor actual como muestra en la curva trazada.
- Este arreglo es usado para minimizar el error acumulativo.



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

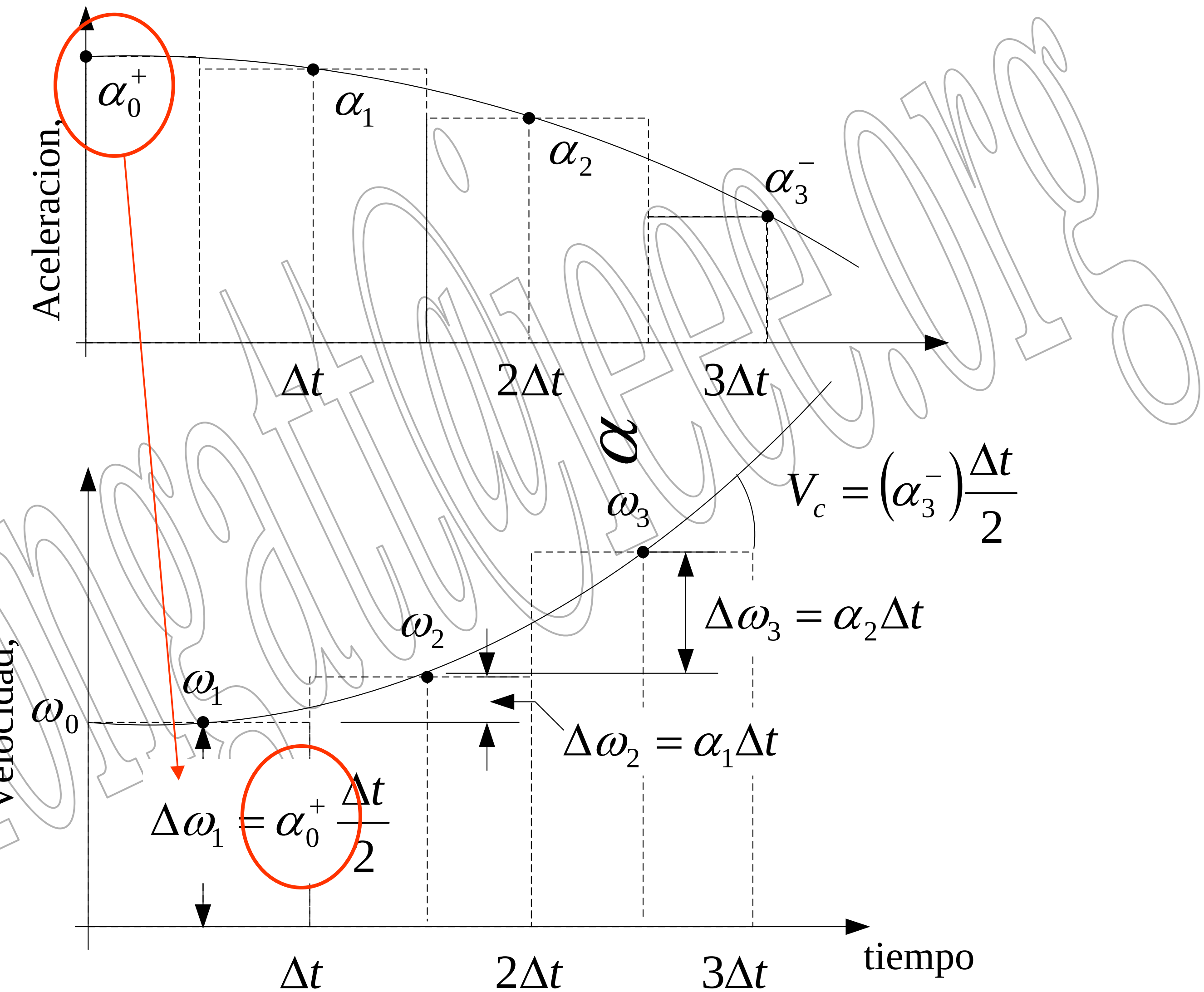
Método Paso a Paso

- La aceleración inicial α_0^+ es calculado a partir de la del flujo de potencia correspondiente a la posición de fase al comienzo del disturbio transitorio el cual tiene lugar a $t = 0$.
- Esta aceleración es entonces usada por la mitad del primer intervalo de tiempo Δt para determinar la velocidad ω_1, la cual es asumida a través de ese intervalo.



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Método Paso a Paso



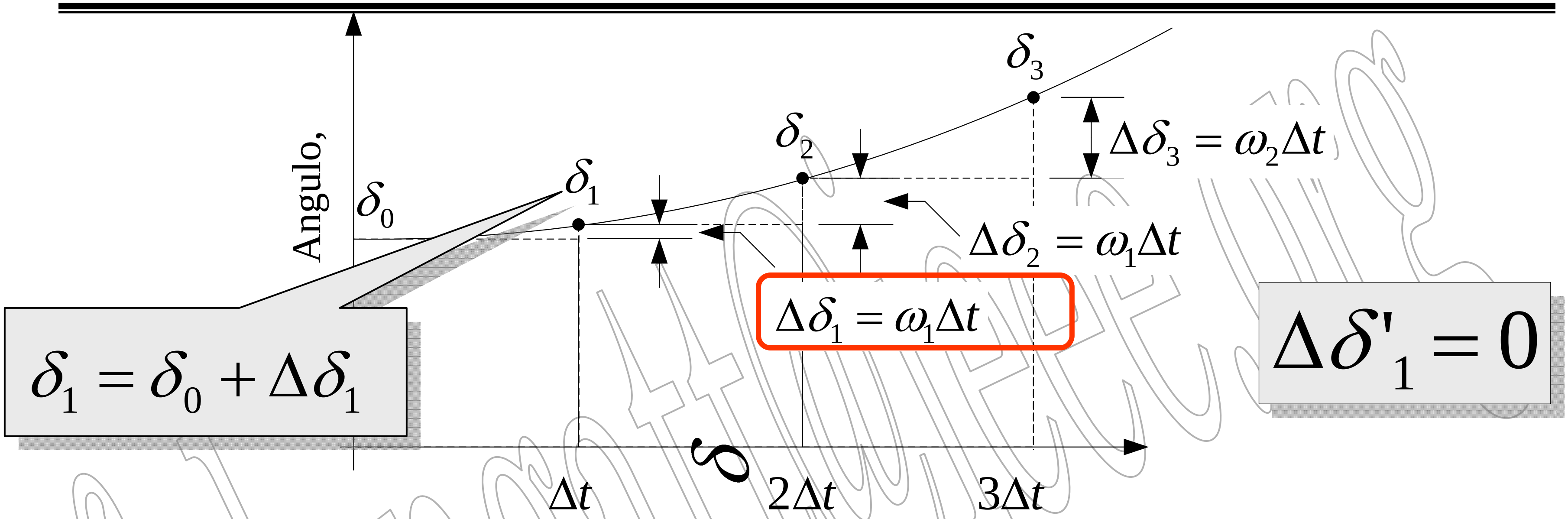
Método Paso a Paso

- Cálculos similares son hechos para la otra máquina para determinar su cambio de posición angular durante el mismo intervalo.
- El ángulo final, el ángulo δ_1, al final de este intervalo, es la suma del ángulo inicial δ_0 y los desplazamientos angulares $\Delta\delta_1$ y $\Delta\delta'_1$, para las dos máquinas.

	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
Tiempo [seg]	Angulo δ [grad]	P_{elec} [kW] Salida eléctrica mas perdidas	ΔP [kW] Entrada mecánica menos (Salida Eléctrica más pérdidas)	α Aceleración [qrad/seg^2]	$\Delta\omega$ Cambio de Velocidad [grad/seg]	Tiempo de Aceleración	ω Velocidad [grad/seg]	Angulo Incremento de Tiempo, Δt	$\Delta\delta$ Cambio Angular por Máquina Bajo Consideración	Cambio Angular Otra Máquina $\Delta\delta'$	Angulo Final δ
-	-	-	P_{mec}- (3)	(4) $\times$ K	(5) $\times$(6)	-	(7)+$(8)_{n-1}$	-	(8) $\times$(9)	**	(2)+(10)+(11)
0.000	δ_0	P_0	P_{mec} - P_0	$K\Delta P_0=\alpha_0^+$	$\Delta\omega_1$	$\Delta t/2$	$\omega_0 + \Delta\omega_1 = \omega_1$	Δt	$\omega_1\Delta t=\Delta\theta_1$	$\Delta\delta_1'$	$\boxed{\delta_0+\Delta\delta_1+\Delta\delta_1'=\delta_1}$
0.100	δ_1	P_1	P_{mec} - P_1	$K\Delta P_1=\alpha_1$	$\Delta\omega_2$	Δt	$\omega_1 + \Delta\omega_2 = \omega_2$	Δt	$\omega_2\Delta t =\Delta\theta_2$	$\Delta\delta_2'$	$\delta_1+\Delta\delta_2+\Delta\delta_2'=\theta_2$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Método Paso a Paso



	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
Tiempo [seg]	Angulo δ [grad]	P_{elec} [kW] Salida eléctrica mas perdidas	ΔP [kW] Entrada mecánica menos (Salida Eléctrica más pérdidas)	α Aceleración [qrad/seg^2]	$\Delta\omega$ Cambio de Velocidad [grad/seg]	Tiempo de Aceleración	ω Velocidad [grad/seg]	Angulo Incremento de Tiempo, Δt	$\Delta\delta$ Cambio Angular por Máquina Bajo Consideración	Cambio Angular Otra Máquina $\Delta\delta'$	Angulo Final δ
-	-	-	P_{mec}- (3)	(4) × K	(5) ×(6)	-	(7)+$(8)_{n-1}$	-	(8) ×(9)	**	(2)+(10)+(11)
0.000	δ_0	P_0	$P_{mec} - P_0$	$K\Delta P_0=\alpha_0^+$	$\Delta\omega_1$	$\Delta t/2$	$\omega_0 + \Delta\omega_1 = \omega_1$	Δt	$\omega_1\Delta t=\Delta\theta_1$	$\Delta\delta_1'$	$\boxed{\delta_0+\Delta\delta_1+\Delta\delta_1'=\delta_1}$
0.100	δ_1	P_1	$P_{mec} - P_1$	$K\Delta P_1=\alpha_1$	$\Delta\omega_2$	Δt	$\omega_1 + \Delta\omega_2 = \omega_2$	Δt	$\omega_2\Delta t=\Delta\theta_2$	$\Delta\delta_2'$	$\delta_1+\Delta\delta_2+\Delta\delta_2'=\theta_2$

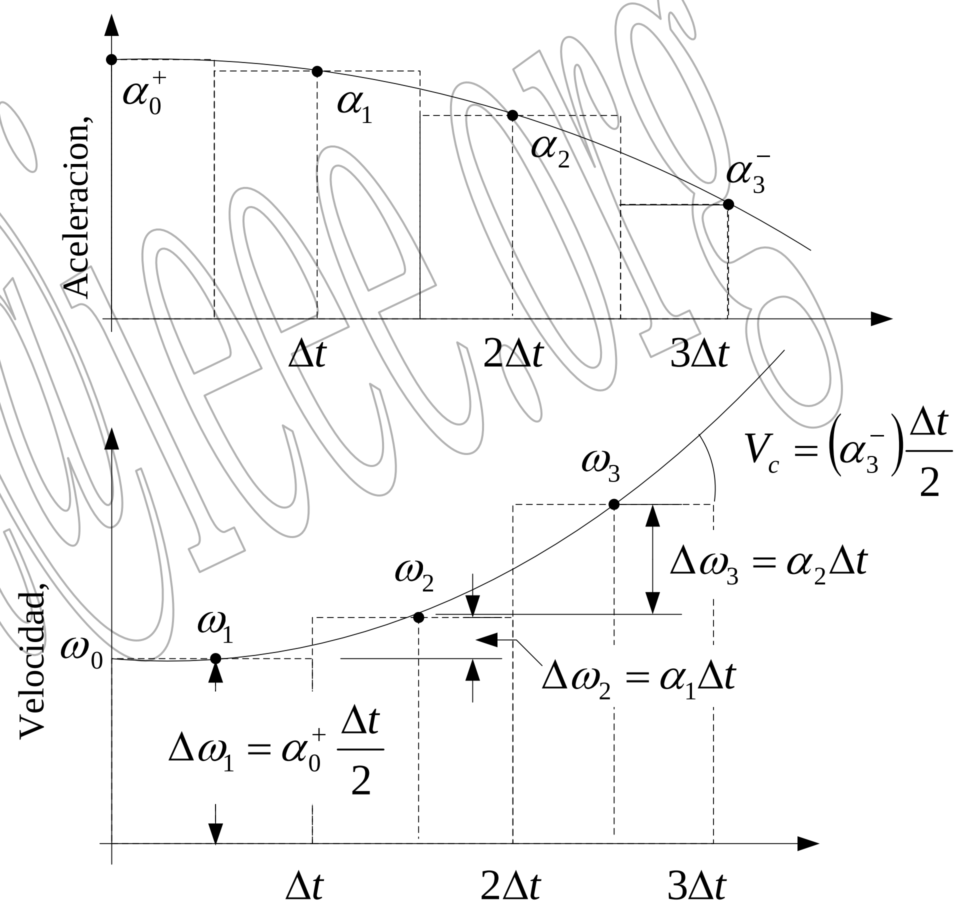
Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Método Paso a Paso

- Los cálculos del segundo intervalo son hechos de manera similar.
- La aceleración es calculada con la ayuda del ángulo obtenido al final del primer intervalo.
- El próximo incremento de velocidad es obtenido por la aceleración α_1 a través del intervalo Δt.
- Esta velocidad es entonces usado para calcular el cambio de ángulo que tiene lugar a través del segundo intervalo, la cual es igual a la velocidad ω_2 veces el incremento Δt.

Método Paso a Paso

- Este proceso es repetido para cada paso a lo largo de algunos períodos para los cuales el circuito no es cambiado o para el cual el mismo intervalo de tiempo es empleado.



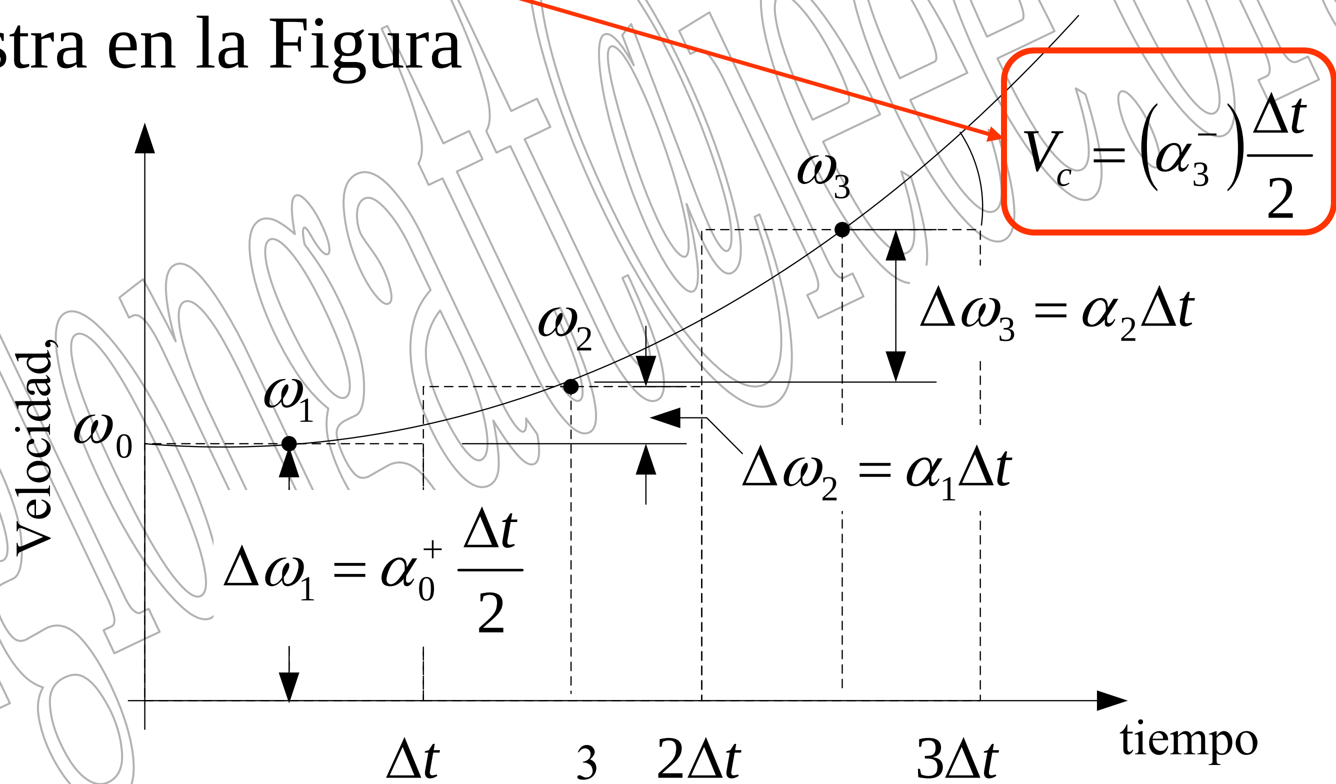
Método Paso a Paso

- *Si se produce un cambio de condición*, es necesario *calcular un término de corrección de velocidad*, debido, a que como ya se ha mencionado anteriormente, las velocidades son calculadas en la mitad del intervalo mientras la aceleración y el desplazamiento angular son calculados al final de ese intervalo.
- Para el caso de la Figura, el circuito es asumido esta cambiando al final del tercer intervalo

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Método Paso a Paso

- Frecuentemente, es necesario agregar un *termino de corrección* V_c a la velocidad ω_3, para obtener la velocidad al final del tercer intervalo como se muestra en la Figura



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Método Paso a Paso

- El cuarto y subsecuentes intervalos pueden ser calculados como el primer y subsecuentes intervalos.
- Para distinguir entre las ratas de aceleración correspondiente al comienzo de un intervalo o al final del procedente intervalo, la practica ha sido seguida usando un signo más o menos respectivamente como superíndice.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Método Paso a Paso

- Este procedimiento ha sido aplicado al caso bajo consideración usando los términos α_0^- y α_0^+ en tiempo cero.
- En este caso la aceleración α_0^- es cero debido a que se asume que *el sistema esta en equilibrio antes de la aplicación del transitorio* en el tiempo $t = 0$,
- La aceleración α_0^+ , aplica en la *inserción del transitorio*.

Método Paso a Paso

- El término α_3^- da la aceleración al final el tercer intervalo del cambio del circuito, y el término α_3^+ la aceleración subsiguiente al cambio del circuito.
- Ordinariamente los signos más y menos deben ser omitidos, y en aquel caso el término es entendido para dar la aceleración y el final del intervalo es indicad por el subrayado.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Método Paso a Paso

- El intervalo de tiempo a ser usado en el análisis paso a paso es una *materia de criterio y conveniencia*.
- En el problema ordinario de estabilidad el intervalo *no debe ser más grande de 0.1 segundos*, lo cual es conveniente intervalo debido a que da el tiempo a un número de ciclos.
- Para algunas aplicaciones es deseable *acortar el intervalo a 0.05 segundos*, lo cual *corresponde a tres ciclos*.
- El intervalo de tiempo puede ser cambiado punto a punto a través de la perturbación transitoria.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Método Paso a Paso

- Por ejemplo, durante una parte de una perturbación que envuelve algún cambio de circuito, este debe ser pequeño relativo cambios en la posición angular, y relativamente grandes intervalos pueden ser permitidos.
- Otras condiciones transitorias pueden introducir grandes cambios de ángulo durante un intervalo.

Método Paso a Paso

- Como una regla práctica, *la longitud del intervalo debe ser siempre disminuido si el cambio resulta en una oscilación angular de 20° a 30° en un simple intervalo.*

Lectura Recomendada

- *Transmission and Distribution Reference Book*. Westhinghouse.
- Chapter 13. *Power System Basic Elements of Theory and Applications*.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org