Capítulo 2
Sistemas Multi-Máquinas
-Equivalentes-

Prof. Francisco M. González-Longatt
fglongatt@ieee.org
http://www.giaelec.org/fglongatt/SP2.htm

Sistemas de Potencia II

Análisis de Estabilidad

Introducción

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Introducción

- El problema de estabilidad multi-máquina de un sistema, se conoce que es un *problema muy serio*, y que su *solución es sumamente compleja* y escapa de los objetivos de este curso.
- Para realizar el estudio de sistemas multi-máquinas en este curso, solo se estudiará, consiguiendo una *máquina equivalente de un grupo de máquinas*.

Introducción

- Inicialmente considérese un grupo de máquinas sincrónicas, que se encuentran conectadas en paralelo a una misma barra;
- Todas operan como generador, entregando una cierta cantidad de potencia de manera estable a un sistema exterior.
- Este es el caso muy común de una planta de generación.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas de Potencia II

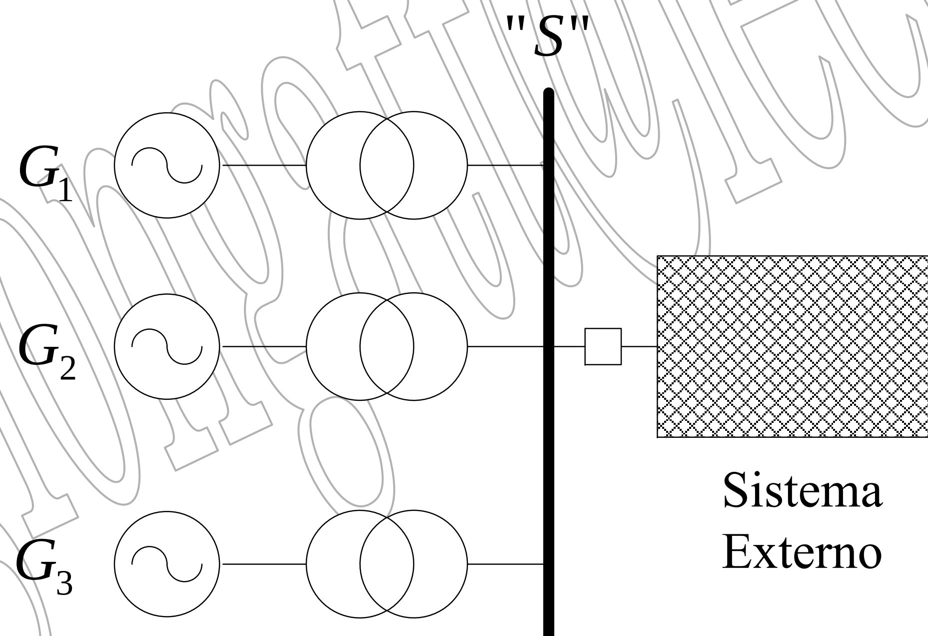
Análisis de Estabilidad

Unidades de Generación con Iguales Características

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

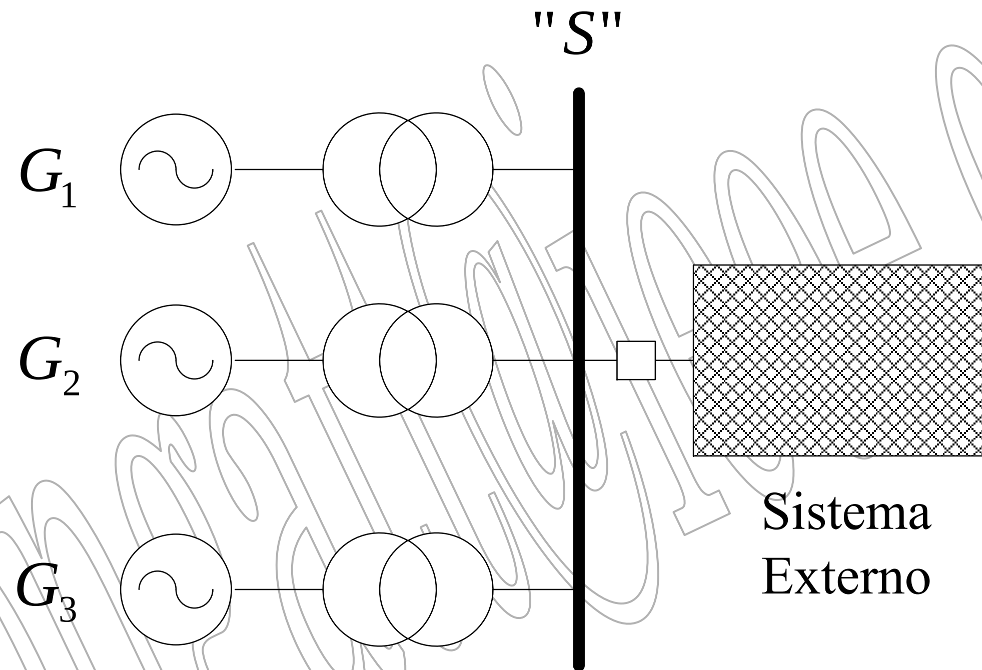
Unidades con Iguales Características

- Imagínese tres unidades generadoras sincrónicas (aunque se puede generalizar) que se encuentran conectadas en paralelo en una misma barra "*S*", suponga que las máquinas operan como generador.



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Unidades con Iguales Características



- Sean H_1, H_2 y H_3 son las constantes de inercia de cada una de las máquinas de la planta.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Unidades con Iguales Características

- El comportamiento dinámico de la potencia de cada máquina puede ser expresada a través de su ecuación de oscilación.

$$\begin{cases} \dfrac{H_1}{180f}\dfrac{d^2\delta_1}{dt^2} = P_{mec1} - P_{elec1} \\ \dfrac{H_2}{180f}\dfrac{d^2\delta_2}{dt^2} = P_{mec2} - P_{elec2} \\ \dfrac{H_3}{180f}\dfrac{d^2\delta_3}{dt^2} = P_{mec3} - P_{elec3} \end{cases}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Unidades con Iguales Características

- Si la potencia eléctrica se reparte de igual forma, sobre cada máquina se cumple:

$$S_1 = S_2 = S_3 = S_{13}$$

- Si se toma como base:

$$S_{base} = S_{13}$$

Unidades con Iguales Características

- Entonces las ecuaciones de oscilación de cada máquina resulta:

$$\begin{cases} \dfrac{H_{1b}}{180f}\dfrac{d^2\delta_1}{dt^2} = P_{mec1} - P_{elec1} \\ \dfrac{H_{2b}}{180f}\dfrac{d^2\delta_2}{dt^2} = P_{mec2} - P_{elec2} \\ \dfrac{H_{3b}}{180f}\dfrac{d^2\delta_3}{dt^2} = P_{mec3} - P_{elec3} \end{cases}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Unidades con Iguales Características

- Debido a que las máquinas se encuentran conectadas en paralelo y cada una de ellas posee características iguales, entonces se puede afirmar que las máquinas *oscilan juntas*, es decir, se refieren a que sufren igual variación de ángulo de potencia.

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta$$

- Si se suman las tres ecuaciones de oscilación, resulta, una ecuación única.

$$\frac{H_{bEQ}}{180\, f} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_{mecEQ} - P_{elecEQ}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Unidades con Iguales Características

$$\frac{H_{bEQ}}{180\,f}\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_{mecEQ} - P_{elecEQ}$$

- Donde:

$$\begin{cases} H_{bEQ} = \sum_{j=1}^{n} H_{jb} \\ P_{mecEQ} = \sum_{j=1}^{n} P_{mecj} \\ P_{elecEQ} = \sum_{j=1}^{n} P_{elecj} \end{cases}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

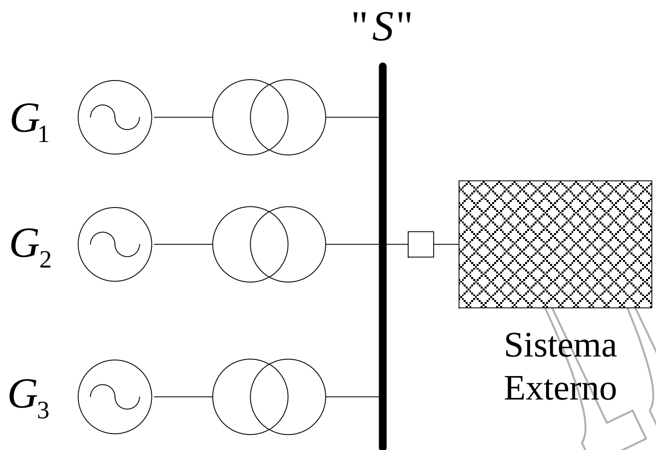
Unidades con Iguales Características

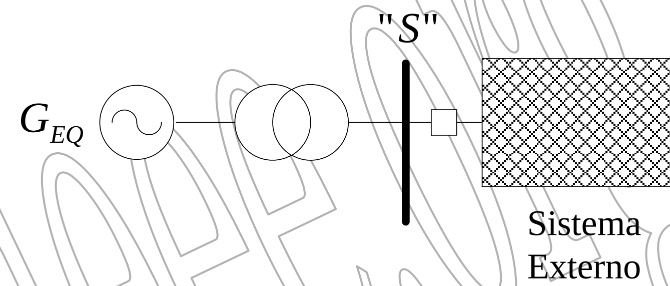
$$\frac{H_{bEQ}}{180 f}\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_{mecEQ} - P_{elecEQ}$$

- Donde se cumple que el generador equivalente posee las siguientes características.

$$\begin{cases} S_{gEQ} = \sum_{j=1}^{n} S_{gj} \\ X_{EQ} = \left(\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{X_j}\right)^{-1} \end{cases}$$

Unidades con Iguales Características





$$
\begin{cases}
\dfrac{H_{1b}}{180 f}\dfrac{d^2\delta_1}{dt^2} = P_{mec1} - P_{elec1} \\[2ex]
\dfrac{H_{2b}}{180 f}\dfrac{d^2\delta_2}{dt^2} = P_{mec2} - P_{elec2} \\[2ex]
\dfrac{H_{3b}}{180 f}\dfrac{d^2\delta_3}{dt^2} = P_{mec3} - P_{elec3}
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
\dfrac{H_{bEQ}}{180 f}\dfrac{d^2\delta}{dt^2} = P_{mecEQ} - P_{elecEQ} \\[2ex]
S_{gEQ} = \sum_{j=1}^{n} S_{gj} \qquad P_{mecEQ} = \sum_{j=1}^{n} P_{mecj} \\[2ex]
H_{bEQ} = \sum_{j=1}^{n} H_{jb} \qquad X_{EQ} = \left(\sum_{j=1}^{n}\dfrac{1}{X_j}\right)^{-1} \\[2ex]
P_{elecEQ} = \sum_{j=1}^{n} P_{elecj}
\end{cases}
$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas de Potencia II

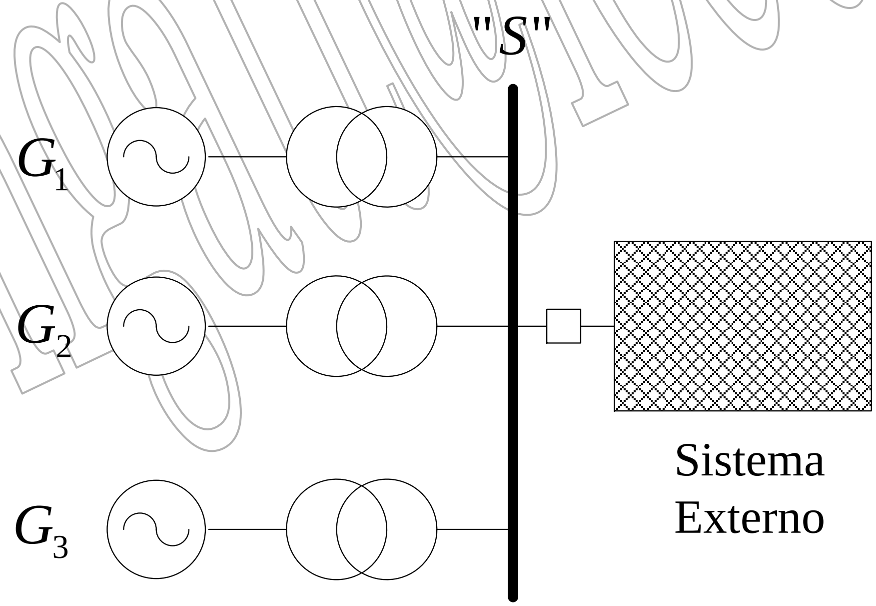
Análisis de Estabilidad

Unidades de Generación con Características DIFERENTES

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Unidades con Características Diferentes

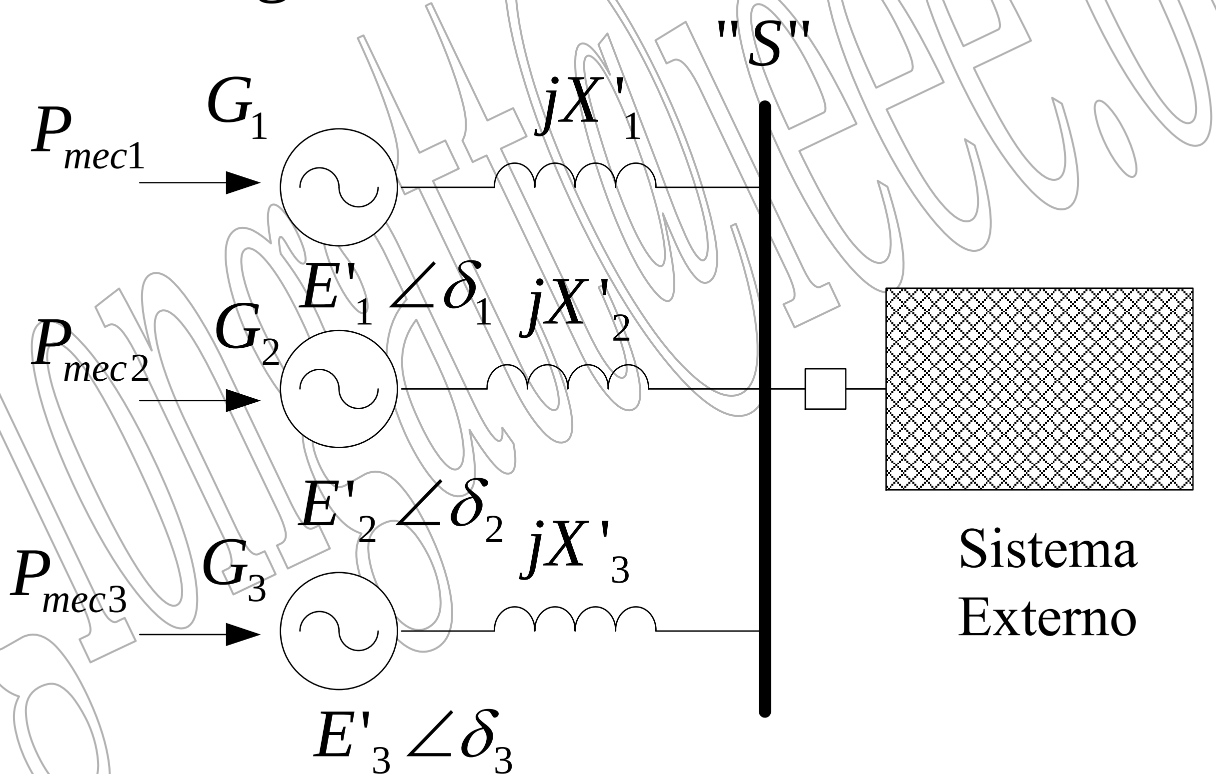
- Imagínese tres unidades de generación sincrónicas (aunque se puede generalizar).
- Estas unidades se encuentran conectadas en paralelo a una misma barra "S", entregando en condiciones estables potencia a un sistema exterior.



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Unidades con Características Diferentes

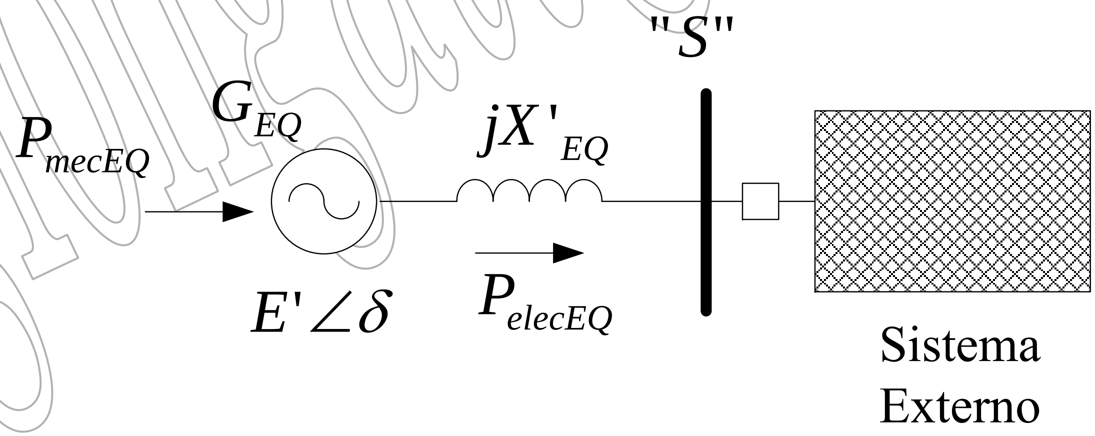
- Supóngase que cada máquina posee diferentes características, debido a esto, las máquinas se reparten la carga en forma diferente entre sí.



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

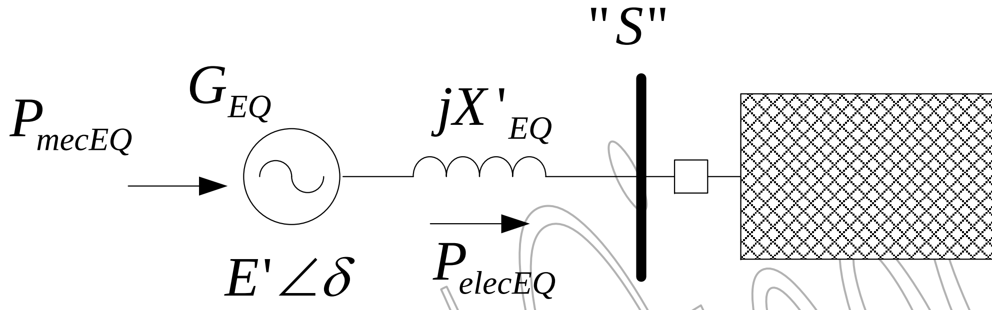
Unidades con Características Diferentes

- Si las máquinas no son muy diferentes en sus características y si las impedancias entre estas y la barra de conexión “*S*” común, no es tan grande comparada con la impedancia del sistema de transmisión *se puede asumir que las máquinas oscilan juntas*; en esta condición el sistema puede ser representado por un generador equivalente único.



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Unidades con Características Diferentes



- Donde:

$$\begin{cases} H_{bEQ} = \sum_{j=1}^{n} H_{jb} \\ P_{mecEQ} = \sum_{j=1}^{n} P_{mecj} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_{gEQ} = \sum_{j=1}^{n} S_{gj} \\ P_{elecEQ} = \sum_{j=1}^{n} P_{elecj} \end{cases}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Unidades con Características Diferentes

- La reactancia equivalente X_{EQ}, es la reactancia equivalente de Thevenin vista desde la barra de conexión común "S" de más máquinas.
- El voltaje $E\angle\delta$, es el voltaje interno de la máquina equivalente que queda determinada por las condiciones de carga antes de la perturbación.

$$|E|\angle\delta = |E_{th}|\angle\delta_{th} = V_s + jX_{th}I_s$$

- V_s: Tensión en la barra de conexión antes de que ocurra la perturbación, I_s: Corriente antes de la perturbación.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas de Potencia II

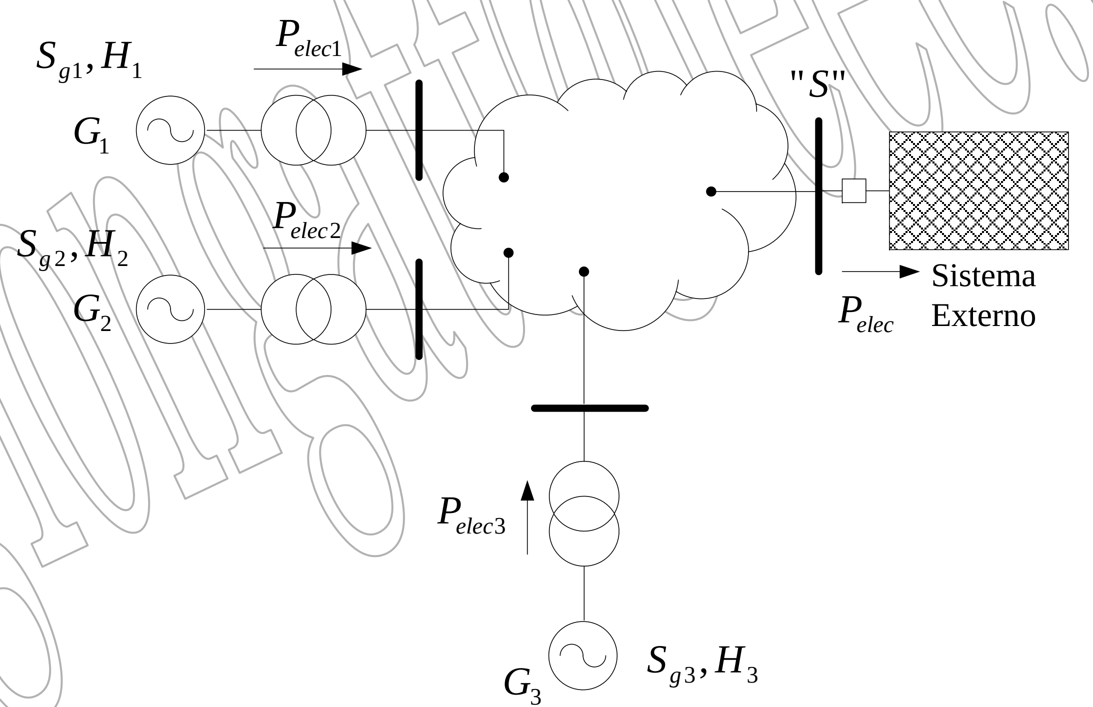
Análisis de Estabilidad

Grupos de Generación

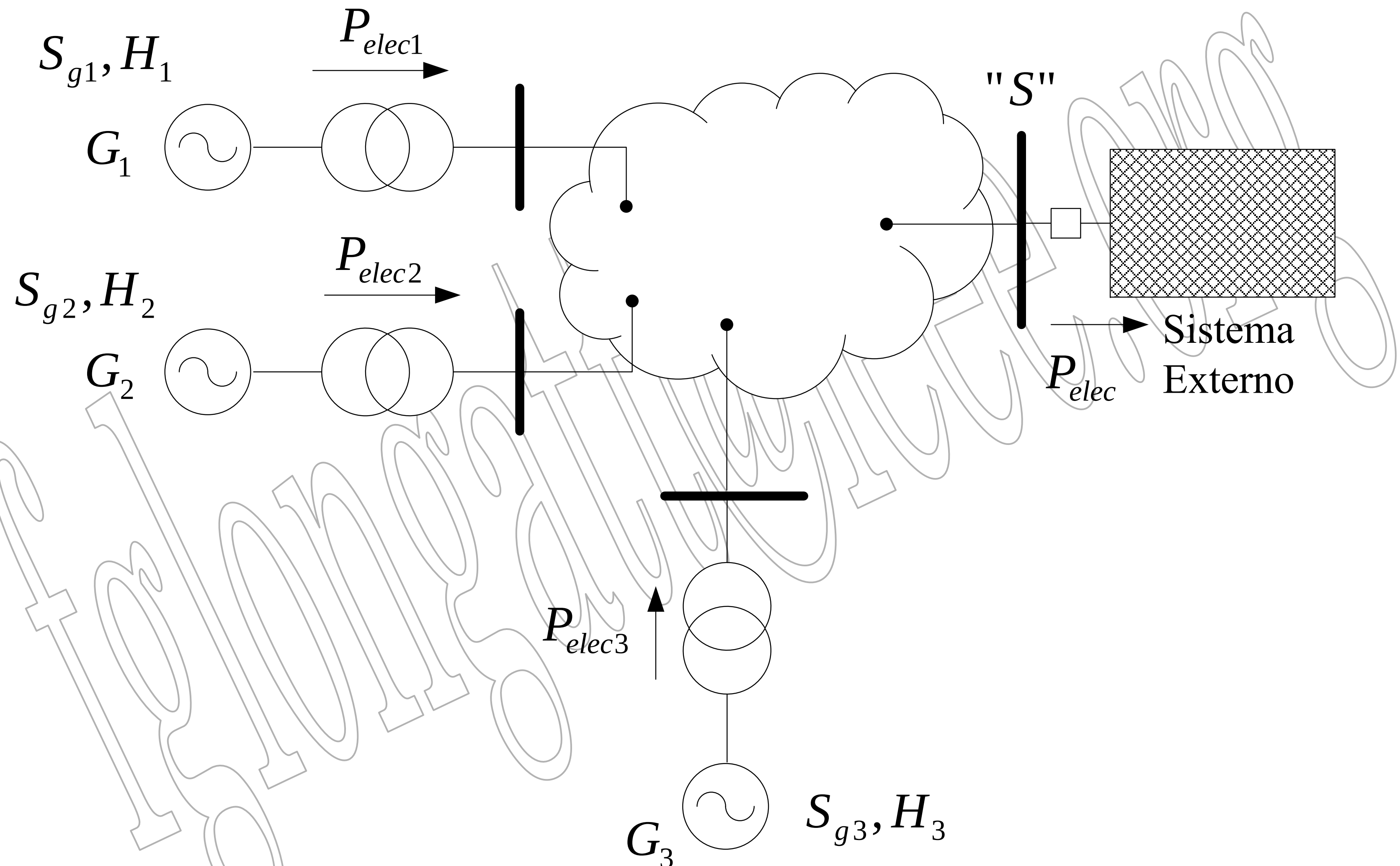
Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Grupos de Generación

- Imagínese que se tiene un grupo de plantas de generación las cuales se encuentran interconectadas entre sí, por medio de un sistema de transmisión y que alimentan una barra común "S", con un sistema.



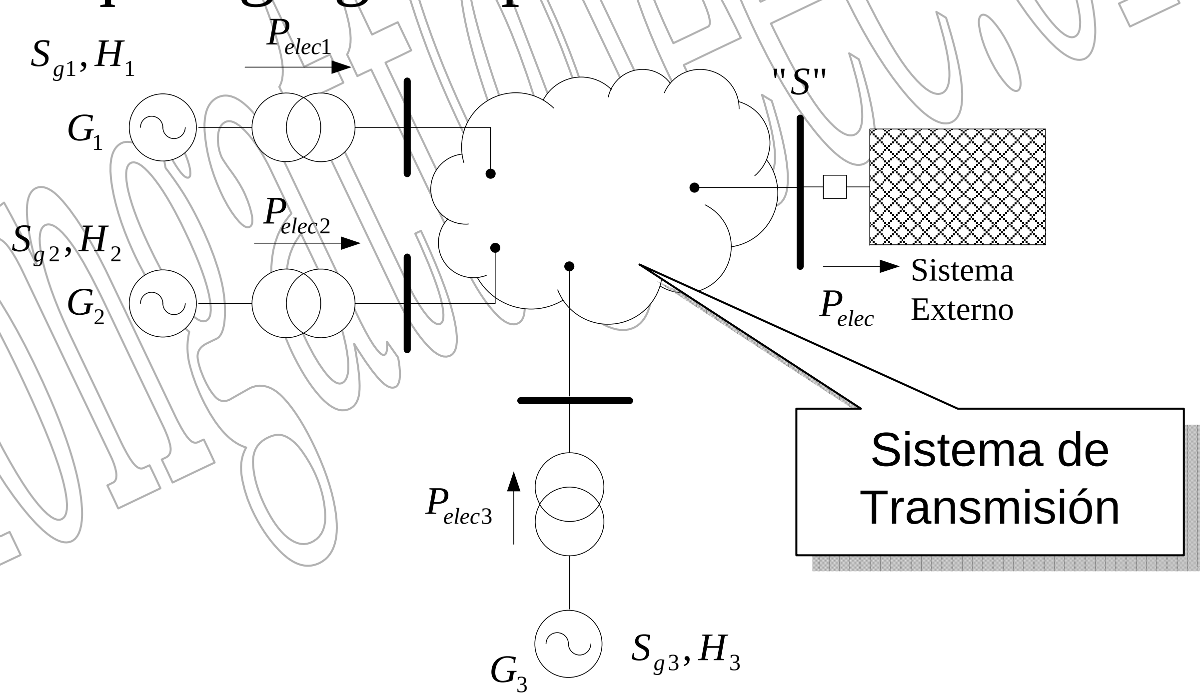
Grupos de Generación



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Grupos de Generación

- En este caso las unidades de generación, no necesariamente se encuentran conectadas a una barra común; sino que por el contrario existe un sistema de transmisión que agrega impedancia entre ellos.



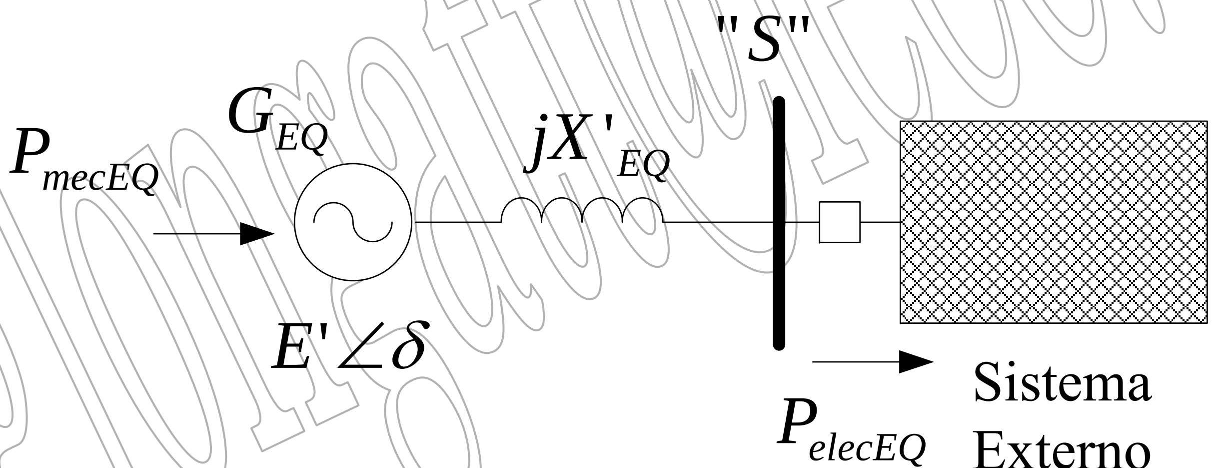
Grupos de Generación

- Si las impedancias de las conexiones entre los generadores y entre estas y las barras en común *no es muy grande comparada con la impedancia del sistema de transmisión que realiza la interconexión*, entonces es válido *asumir que todas la plantas oscilan juntas.*
- Para perturbaciones en el sistema de transmisión de interconexión (suponiendo semejanza en plantas de generación).

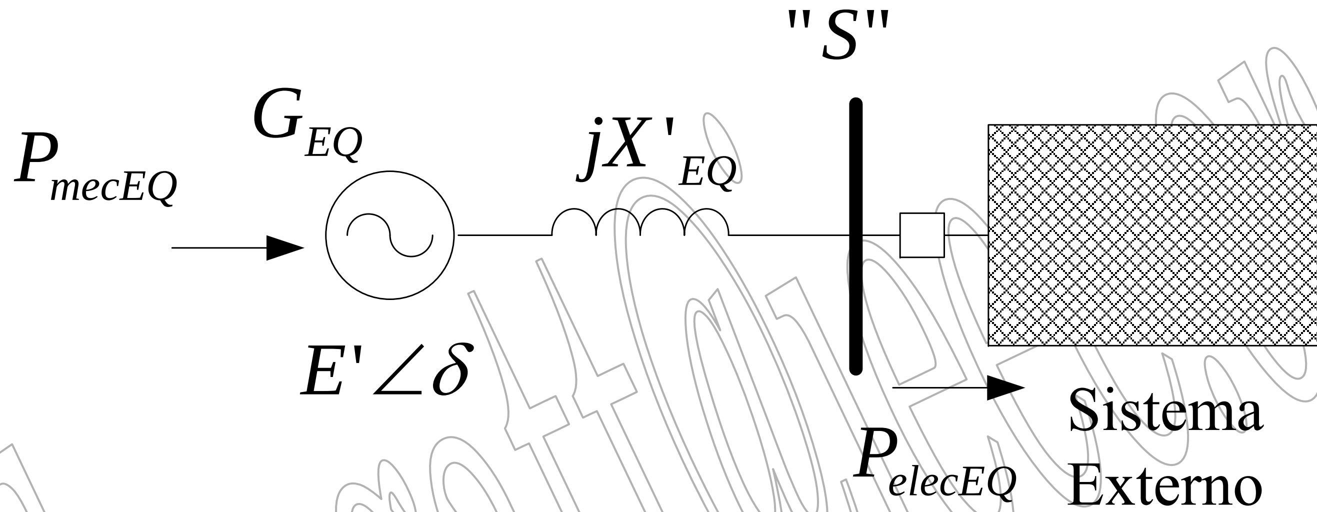
Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Grupos de Generación

- Con las consideraciones anteriores, si se considera que las cargas absorben la mismo potencia antes y después de la perturbación el grupo de plantas puede ser representada por una máquina equivalente.



Grupos de Generación



- donde:

$$P_{elecEQ} = \sum_{j=1}^{n} P_{elecj} - D$$

$$D = \sum_{j=1}^{n} P_{dj} + L$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Grupos de Generación

$$D = \sum_{j=1}^{n} P_{dj} + L$$

- L es las pérdidas en el sistema de transmisión interno.

$$\begin{cases} H_{bEQ} = \sum_{j=1}^{n} H_{jb} \\ S_{gEQ} = \sum_{j=1}^{n} S_{gj} \\ P_{mecEQ} = \sum_{j=1}^{n} P_{mecj} \end{cases}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Grupos de Generación

- La impedancia Z_{EQ} es la *impedancia equivalente de Thevenin vista desde la barra de conexión del sistema exterior*.
- En la determinación de Z_{EQ}, es práctico y posible representar las cargas durante la perturbación por impedancias constantes, siendo evidente que los valores de las impedancias que se representan las cargas influencia el valor de Z_{EQ}.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

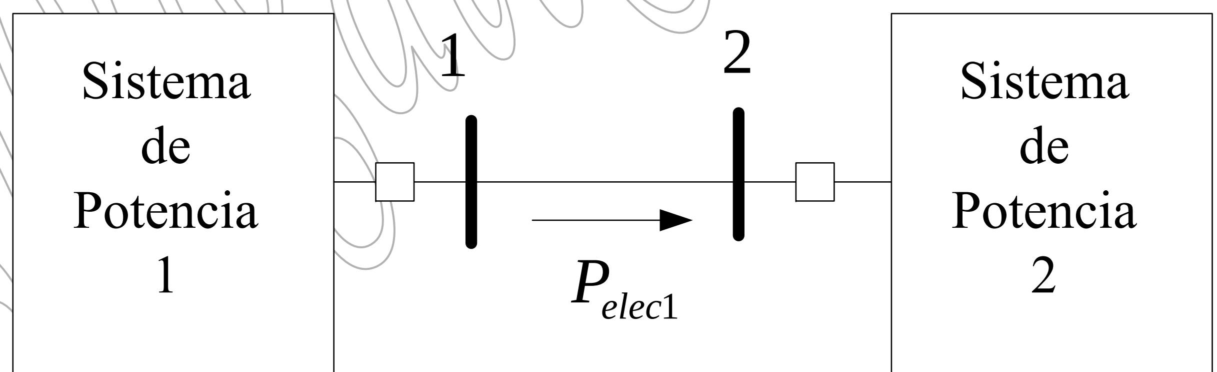
Grupos de Generación

- Otro mecanismo de determinar Z_{EQ} como una aproximación, a partir de la potencia de cortocircuito trifásico ($MVA_{cc3\phi}$) en la barra de conexión común en el sistema exterior y con la interconexión abierta.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Grupos de Generación

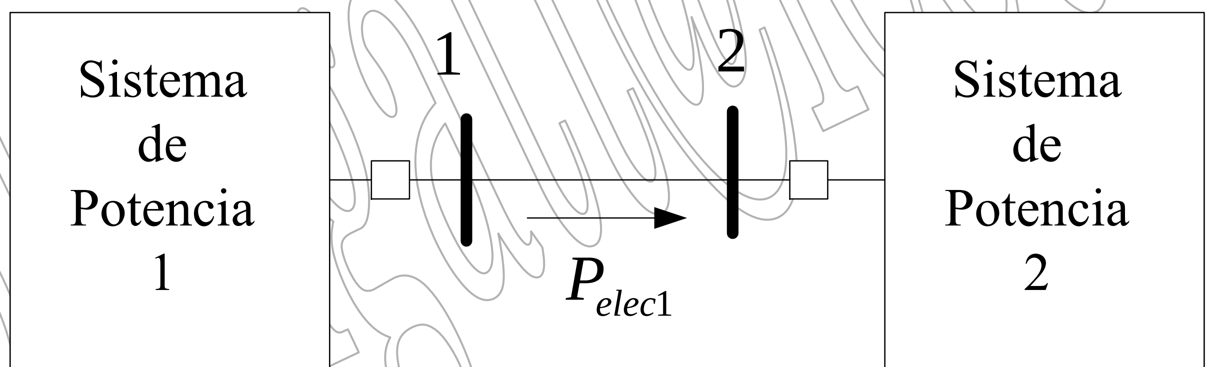
- Para puntualizar el estudio de estabilidad de sistema con varias plantas de generación; considérese el caso más sencillo para la resolución sin el uso de programas aplicativos.
- Imagínese dos sistemas de potencia, los cuales se encuentran interconectados por un sistema de transmisión



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Grupos de Generación

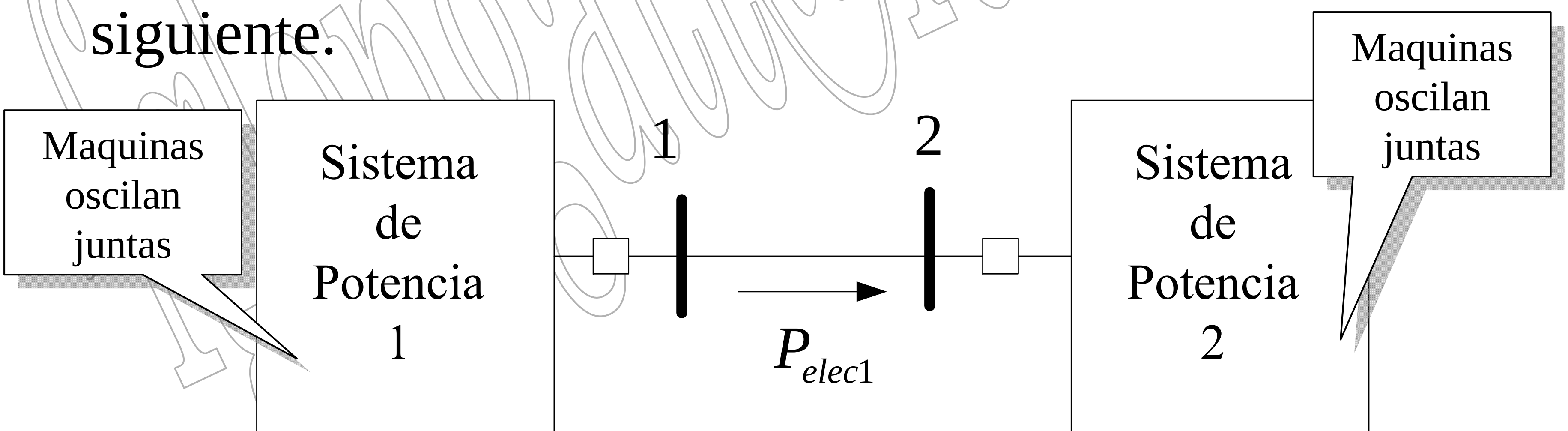
- En esta condiciones *cada sistema de potencia puede ser modelado por una máquina equivalente* que representa una planta con varios generadores o un grupo de plantas conectadas entre sí.



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Grupos de Generación

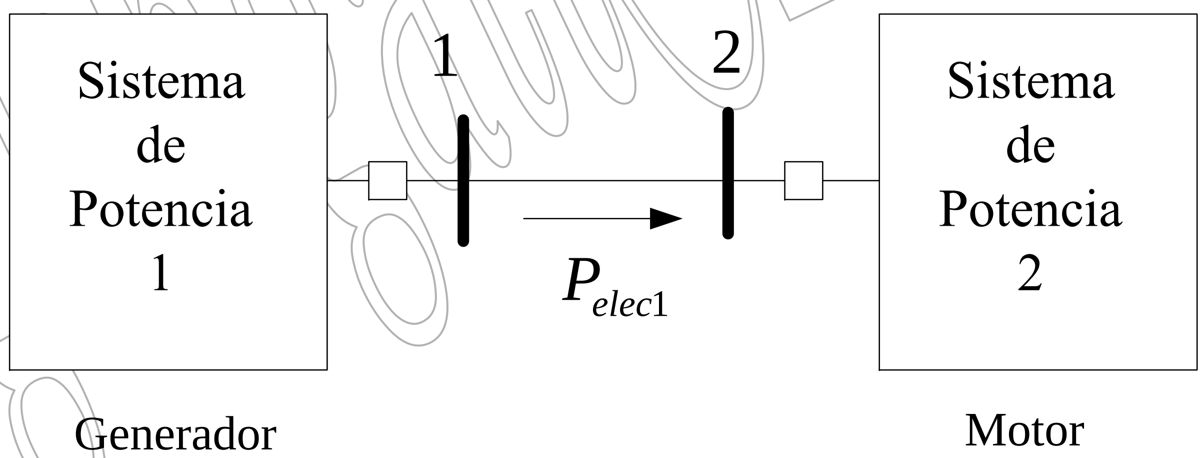
- En el caso de que una planta de generación posea varios generadores de distintas características o grupos de plantas distintas, la suposición básica o fundamental es que para una perturbación en el sistema de transmisión las máquinas *oscilan juntas*; en otro caso no es aplicable el calculo simplificado siguiente.



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

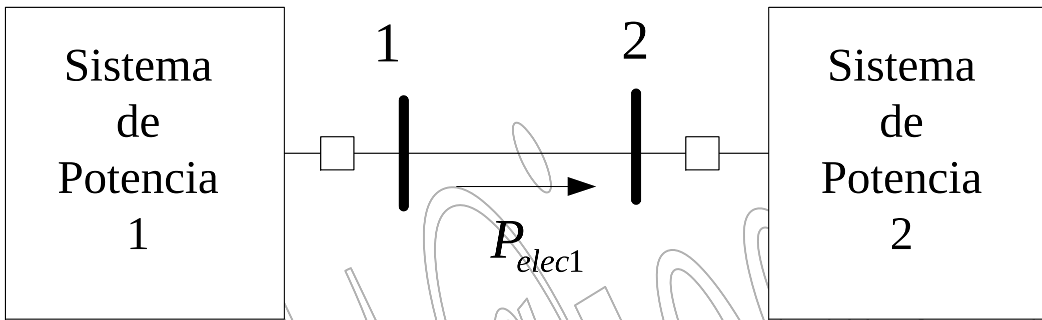
Grupos de Generación

- Se debe indicar que si el flujo de potencia activa parta de la barra 1 a la barra 2, esto significa que el sistema de potencia conectado en la *barra 1* se comporta como *generador*, entregando potencia activa, mientras que el sistema conectado a la *barra 2* se comporta como *motor* recibiendo potencia activa.



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Grupos de Generación



- En este caso se cumple:

$$P_{elec1} = P_{gen1} - P_{d1}$$

- P_{gen1} : Potencia activa total generada en el sistema 1.
- P_{d1} : Demanda total del sistema más las pérdidas del sistema interno de transmisión.
- S_1; la capacidad total del sistema de potencia 1.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas de Potencia II

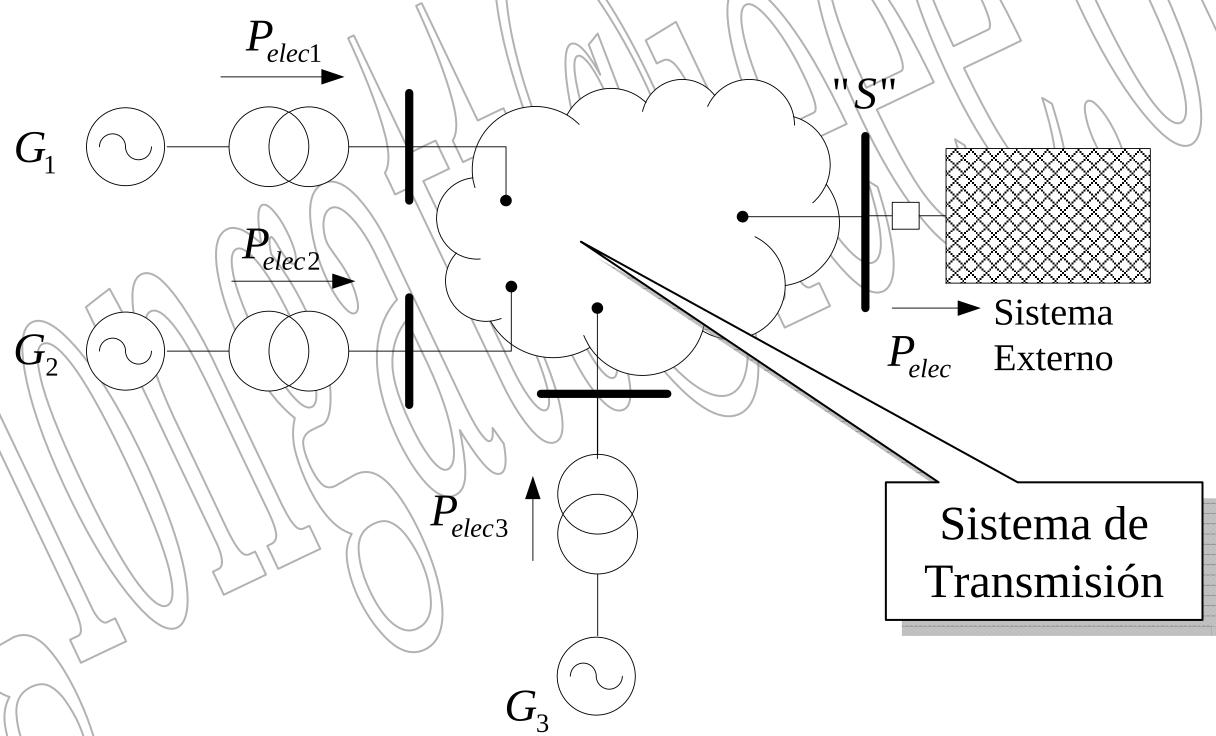
Análisis de Estabilidad

Perdidas Ohmicas

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Perdidas Ohmicas

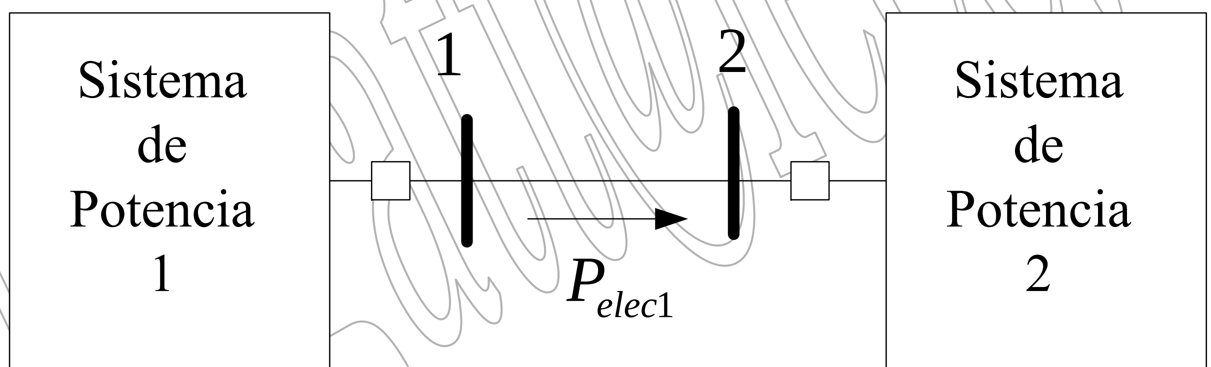
- Si se considera al caso antes citado, de dos sistemas de potencia interconectados por un sistema de transmisión.



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Perdidas Ohmicas

- Suponiendo que *los sistemas son modelados a través de una máquina equivalente única*; existe un intercambio de potencia entre ambos sistemas de potencia.

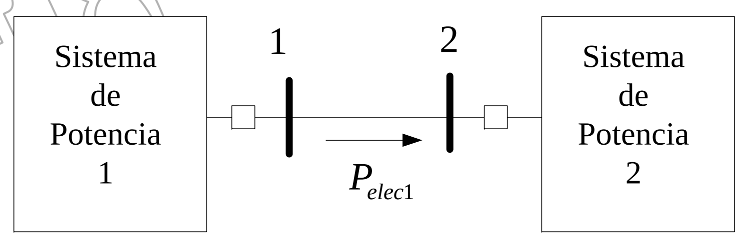


Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Perdidas Ohmicas

- Suponiendo que el flujo de potencia activa se lleva a cabo desde la máquina 1 a la máquina 2, y que se supone una base de potencia única, para todo el sistema, S_{base}, entonces las constantes de inercia de cada máquina queda escrita por:

$$H_{1b} = \frac{H_1 S_{g1}}{S_{base}} \qquad H_{2b} = \frac{H_2 S_{g2}}{S_{base}}$$

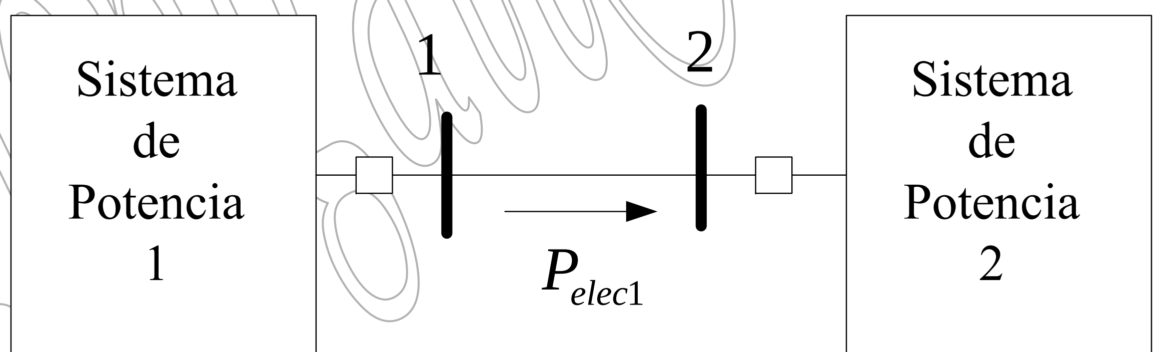


Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Perdidas Ohmicas

- Donde H_1 y H_2, son las constantes de inercia de cada máquina y S_{g1} y S_{g2}, las potencias nominales de cada máquina.

$$H_{1b} = \frac{H_1 S_{g1}}{S_{base}} \qquad H_{2b} = \frac{H_2 S_{g2}}{S_{base}}$$



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Perdidas Ohmicas

- El comportamiento dinámico de cada máquina ante una perturbación puede ser expresado a través de las respectivas ecuaciones de oscilaciones.

$$\begin{cases} \dfrac{H_{1b}}{180 f} \dfrac{d^2 \delta_1}{dt^2} = P_{mec1} - P_{elec1} \\ \dfrac{H_{2b}}{180 f} \dfrac{d^2 \delta_2}{dt^2} = P_{mec2} - P_{elec2} \end{cases}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Perdidas Ohmicas

$$\begin{cases} \dfrac{H_{1b}}{180f}\dfrac{d^2\delta_1}{dt^2} = P_{mec1} - P_{elec1} \\ \dfrac{H_{2b}}{180f}\dfrac{d^2\delta_2}{dt^2} = P_{mec2} - P_{elec2} \end{cases}$$

- en esta situación de estudio se cumple:

$$\delta(t) = \delta_1(t) - \delta_2(t)$$

- En forma mas simple:

$$\delta = \delta_1 - \delta_2$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Perdidas Ohmicas

- de modo que si se opera sobre las ecuaciones de oscilación y se reordenan términos queda:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{180\,f}\dfrac{d^2\delta_1}{dt^2} = \dfrac{1}{H_{1b}}\left(P_{mec1} - P_{elec1}\right) \\[2ex] \dfrac{1}{180\,f}\dfrac{d^2\delta_2}{dt^2} = \dfrac{1}{H_{2b}}\left(P_{mec2} - P_{elec2}\right) \end{cases}$$

- Restando ambas ecuaciones resulta:

$$\frac{1}{180\,f}\left[\frac{d^2\delta_1}{dt^2} - \frac{d^2\delta_2}{dt^2}\right] = \frac{1}{H_{1b}}\left(P_{mec1} - P_{elec1}\right) - \frac{1}{H_{2b}}\left(P_{mec2} - P_{elec2}\right)$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Perdidas Ohmicas

- agrupando:

$$\frac{1}{180f}\frac{d^2\delta}{dt^2}=\left[\frac{H_{2b}P_{mec1}-H_{1b}P_{mec1}}{H_{1b}H_{2b}}\right]-\left[\frac{H_{2b}P_{elec1}-H_{1b}P_{elec2}}{H_{1b}H_{2b}}\right]$$

- Finalmente:

$$\frac{H_{EQ}}{180f}\frac{d^2\delta}{dt^2}=\left(P_{mecEQ}-P_{elecEQ}\right)$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Perdidas Ohmicas

$$\frac{H_{EQ}}{180 f}\frac{d^2\delta}{dt^2} = \left(P_{mecEQ} - P_{elecEQ}\right)$$

- Donde:

$$\begin{cases} H_{EQ} = \dfrac{H_{1b}H_{2b}}{H_{1b}+H_{2b}} \\[2ex] P_{elecEQ} = \dfrac{H_{2b}P_{elec1} - H_{1b}P_{elec2}}{H_{1b}+H_{2b}} \\[2ex] P_{mecEQ} = \dfrac{H_{2b}P_{mec1} - H_{1b}P_{mec1}}{H_{1b}+H_{2b}} \end{cases}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org