

ELC-30524  
Sistemas de Potencia II

---

---

Capítulo 2  
Sistemas Multi-Maquinas  
-Planteamiento-

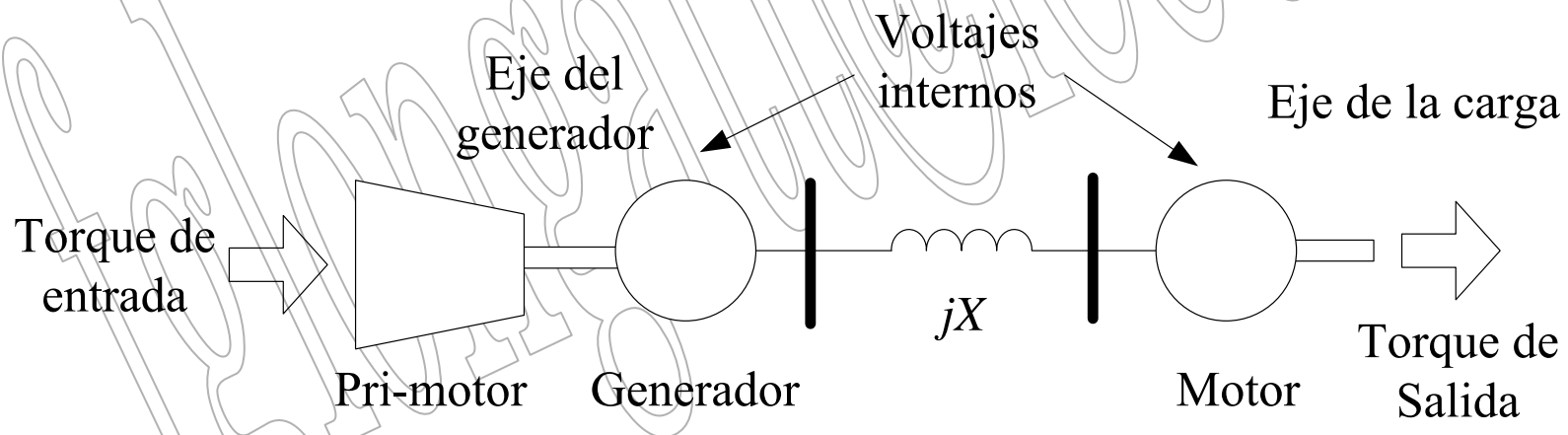
Prof. Francisco M. González-Longatt

[fglongatt@ieee.org](mailto:fglongatt@ieee.org)

<http://www.giaelec.org/fglongatt/SP2.htm>

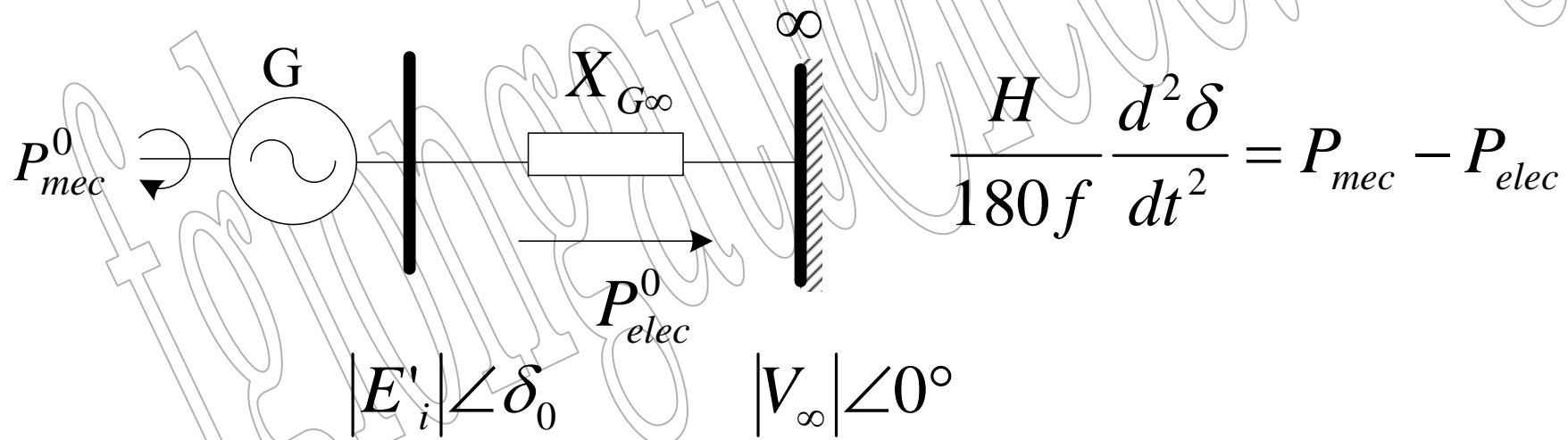
# Sistemas Multi-Maquinas

- El comportamiento de una máquina síncrona conectada a una barra de potencia infinita ante una perturbación, es sin duda *un mecanismo académico* para observar el comportamiento del ángulo de potencia en el tiempo.



# Sistemas Multi-Maquinas

- En este caso el ángulo de potencia  $\delta$ , es la diferencia entre el ángulo interno de la máquina y un ángulo de referencia rotórico; el cual se suponía que era referente a la barra de potencia infinita.



# Sistemas Multi-Maquinas

---

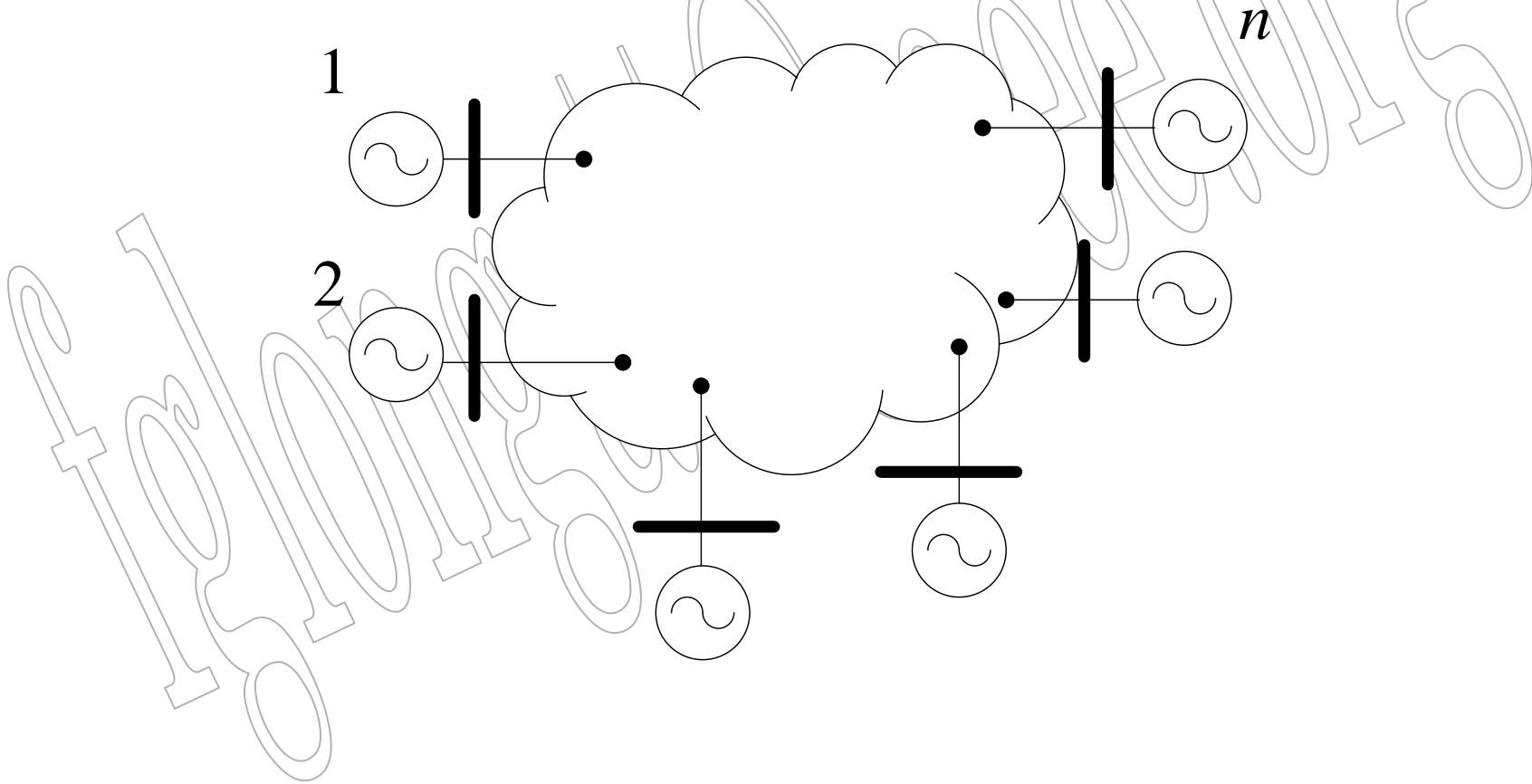
- Para un sistema de tan *solo dos máquinas*, se requerirían *dos ecuaciones de oscilación*; una para cada máquina.
- En este caso, el ángulo de potencia entre las dos máquinas depende de los ángulos internos de cada máquina y el ángulo del marco de referencia rotatorio.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{H_{1b}}{180f} \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} = P_{mec1} - P_{elec1} \\ \frac{H_{2b}}{180f} \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} = P_{mec2} - P_{elec2} \end{array} \right.$$

# Sistemas Multi-Maquinas

---

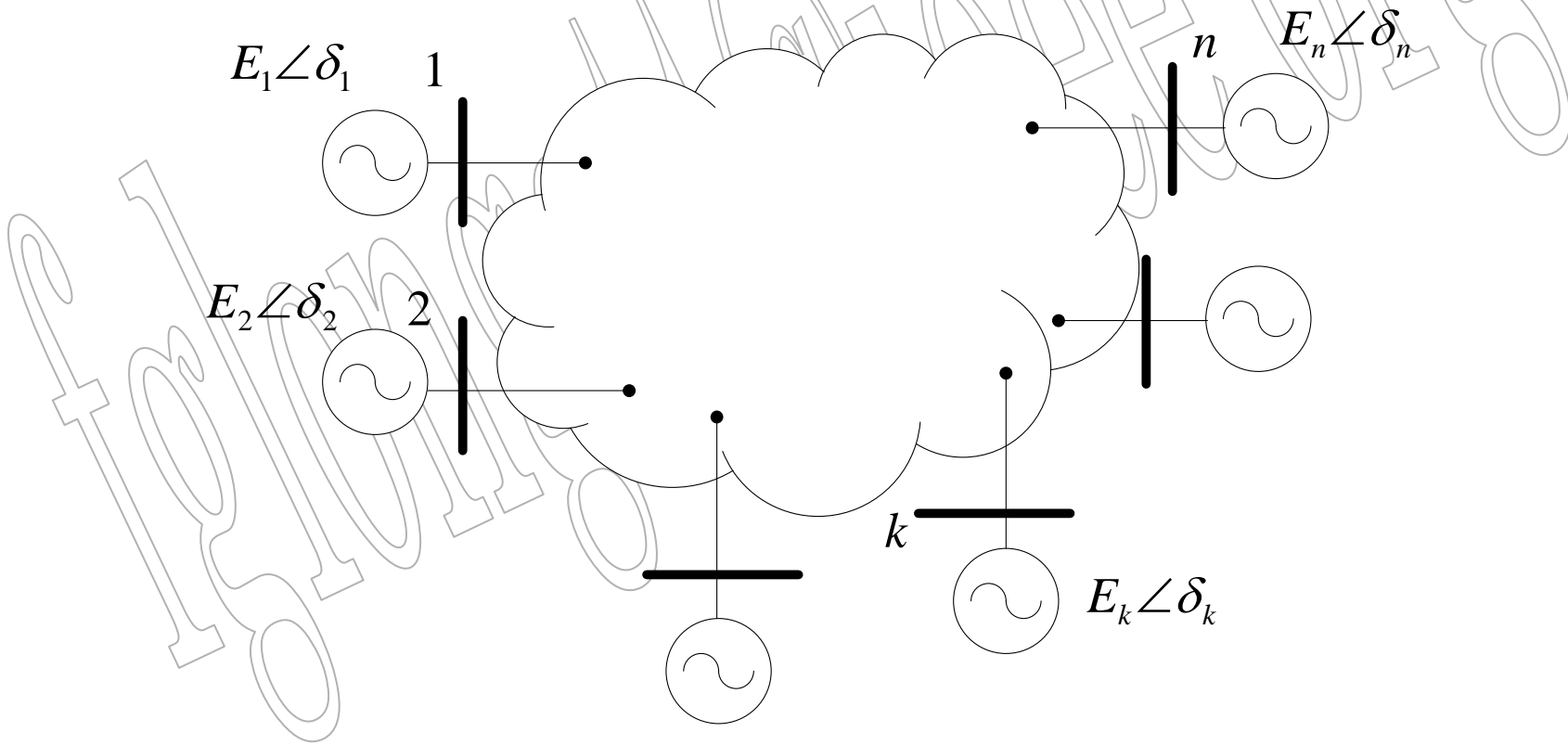
- En el caso un sistema multi-máquinas, como es el caso real, la situación es mucho más compleja.



# Sistemas Multi-Maquinas

---

- Se debe analizar el comportamiento del ángulo de potencia de las máquinas involucradas respecto a un marco de referencia angular pre-establecido.



# Sistemas Multi-Maquinas

---

- *Como referencia, se suele emplear un generador.*
  - Preferiblemente empleado el que esté *más lejos del punto de inserción de la perturbación* (menos afectado por la perturbación),
  - Posea la *mayor constante de inercia* (los cambios de velocidad sean los menores)
  - La *menor carga* (menor ángulo de potencia inicial).

# Sistemas Multi-Maquinas

---

- En los análisis de *estabilidad multi-máquina*, lo importante es *observar el desempeño del ángulo de potencia de cada máquina respecto a la referencia*; de modo, que *si un generador es inestable; se considera que todo el sistema es inestable*.



# Sistemas Multi-Maquinas

---

- El análisis de estabilidad múltiple-máquina es complejo.
  - El sistema de potencia bajo estudio debe ser llevado a un *equivalente en donde el número de barras sea reducido al número de generadores*;
  - *Seleccionar la referencia.*
  - Finalmente conseguir la *ecuaciones de oscilación de cada máquina* respecto a la referencia en cada uno de los estados de la perturbación.

# Sistemas Multi-Maquinas

---

- Un mecanismo alternativo, es analizar el comportamiento del ángulo de potencia de cada máquina en forma individual, sin seleccionar una referencia, y trazar las curvas de ángulo de potencia contra tiempo de cada máquina.
- Siendo cierto que si en este gráfico, *el ángulo de cualquier máquina crece en forma no acotada, la máquina resulta inestable y en consecuencia el sistema es inestable.*

# Sistemas Multi-Maquinas

---

- Para comprender analíticamente el problema clásico de estabilidad multi-máquina; se procede a establecer una serie de suposiciones válidas:
  1. La *potencia mecánica a la entrada* de cada una de las máquinas permanece *constante en el tiempo* (de 0 a 1 segundo típicamente), esto es asumir que la respuesta de los gobernadores de velocidad de los primotores es lenta, lo cual es cierto mayormente.
  2. Se *desprecia el amortiguamiento de la máquina*, es decir, se supone que la máquina no posee arrollados amortiguadores ni pérdidas internas (por fricción etc.)

# Sistemas Multi-Maquinas

---

- Para comprender analíticamente el problema clásico de estabilidad multi-máquina; se procede a establecer una serie de suposiciones válidas:
  3. *El modelo de la máquina sincrónica es una fuente ideal de tensión constantes detrás de la reactancia transitoria.*
  4. El ángulo,  $\delta$ , del fasor tensión interna de la máquina ( $E_g$ ), representa físicamente la posición relativa de los rotores de las máquinas.
  5. *Las cargas estáticas, se presentan por simples impedancias.*

# Sistemas Multi-Maquinas

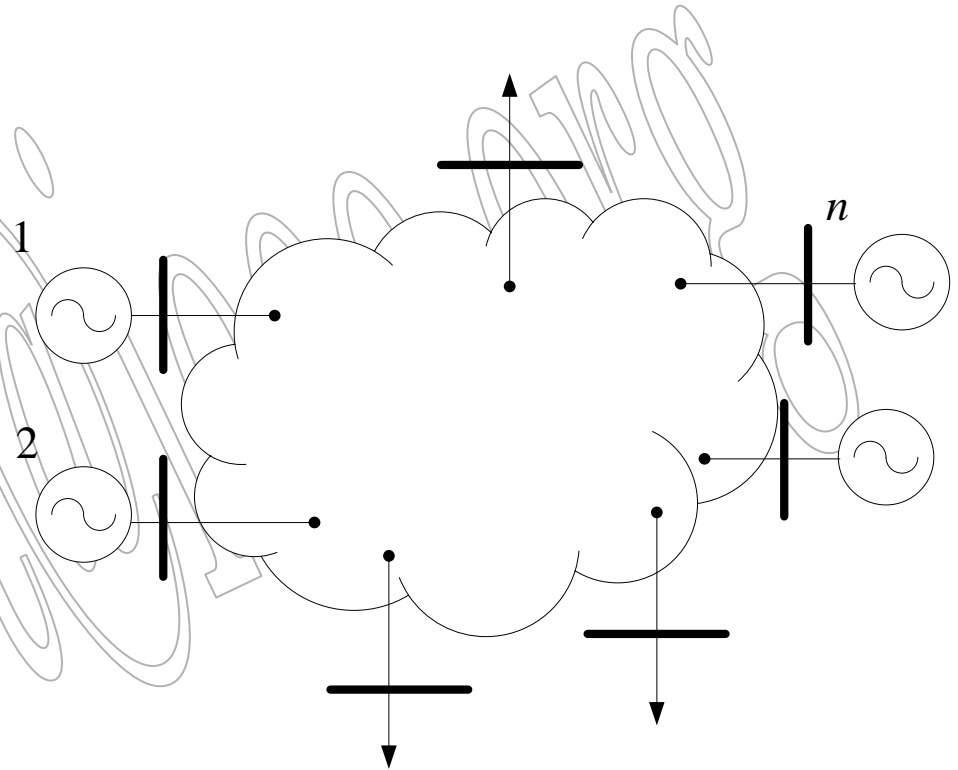
---

- Ahora bien, hasta ahora se ha mencionado que el problema múltimáquina es especialmente complejo, debido a que el sistema de potencia debe ser reducido a un equivalente donde el número de barras del sistema sea reducido al número de generadores del sistema.
- En esta tarea, el *empleo de las técnicas matriciales* para sistemas de potencia resulta atractivo.

# Sistemas Multi-Maquinas

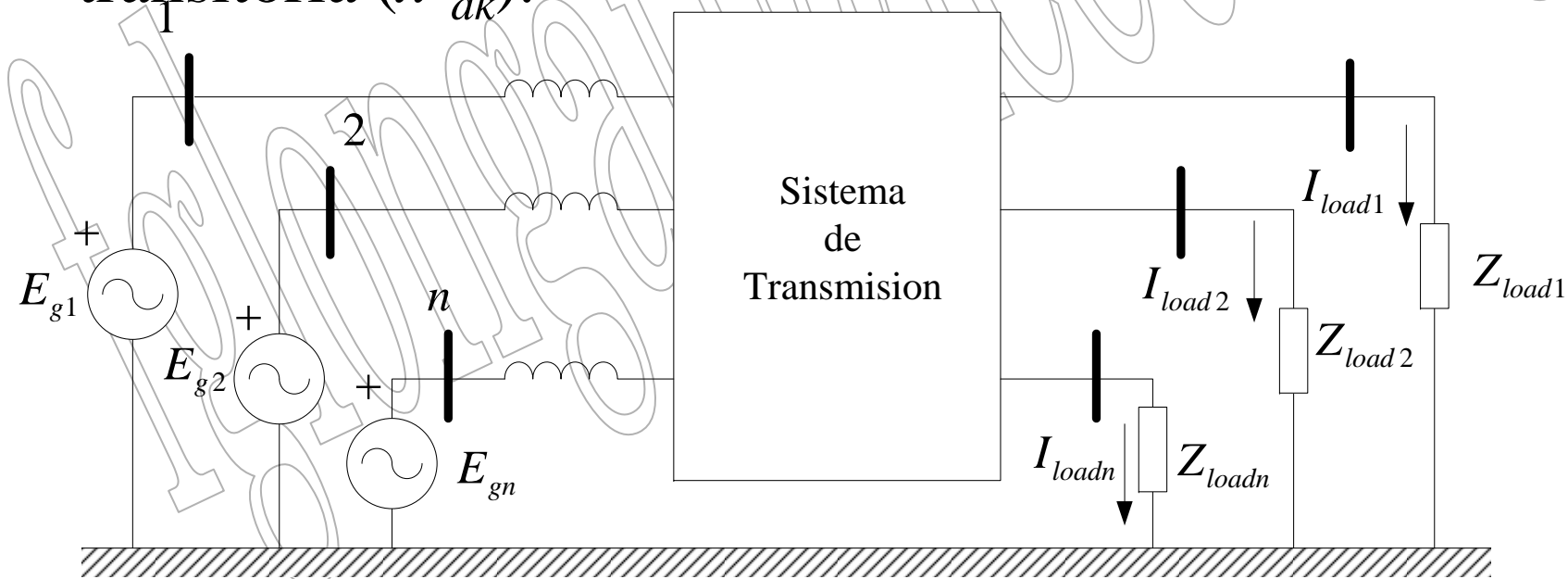
---

- Suponga que se tiene un cierto sistema de potencia que posee “ $n$ ” máquinas sincrónicas operando como generadores; y los que alimentan por medio de un sistema de transmisión a “ $m$ ” cargas pasivas que se asumen estáticas y constantes.

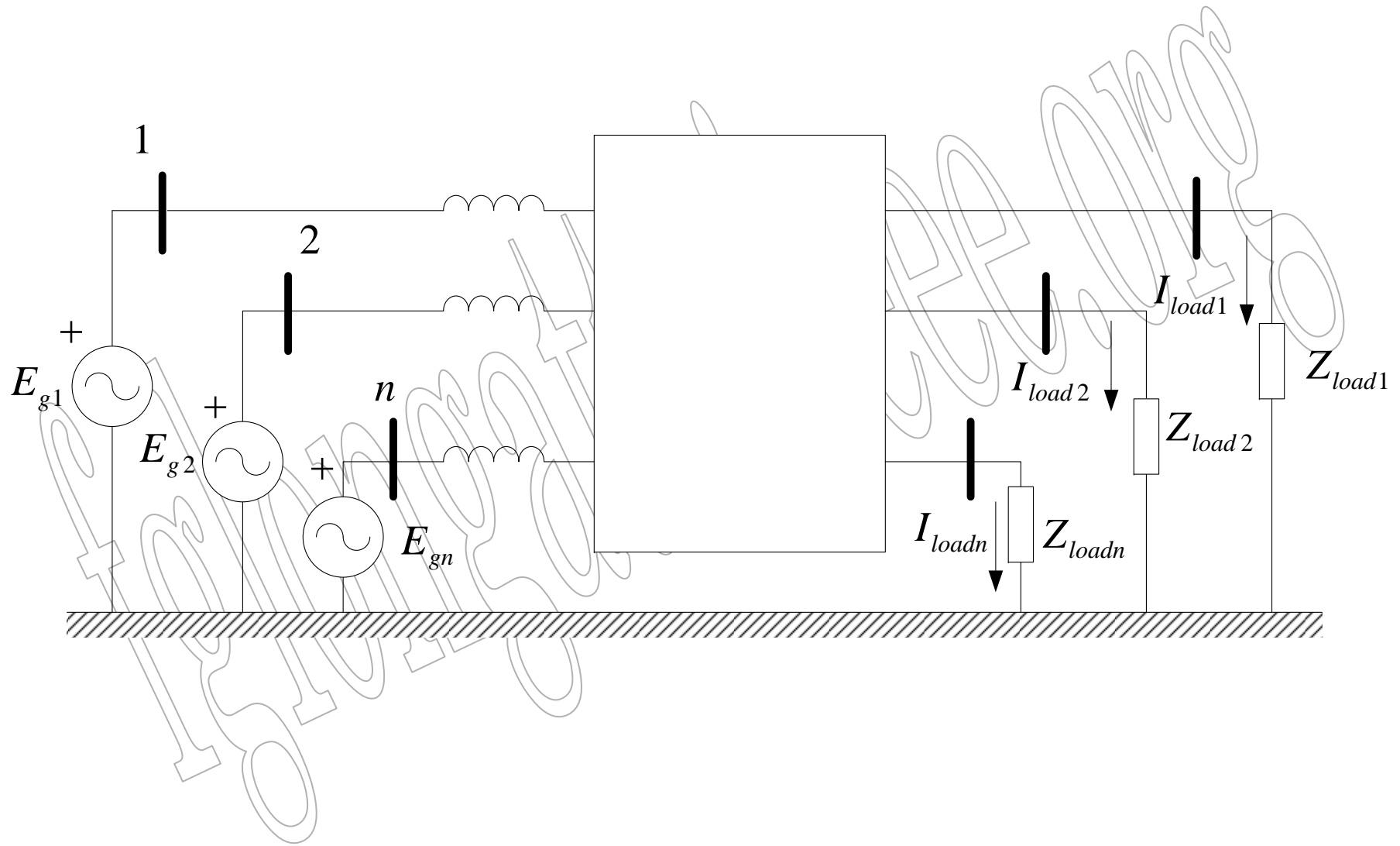


# Sistemas Multi-Maquinas

- Se toma como referencia la barra 0, el neutro del sistema.
- Las barras 1, 2, 3, ...,  $n$ ; corresponden a las barras internas de la máquina detrás de la reactancia transitoria ( $x'_{dk}$ ).



# Sistemas Multi-Maquinas





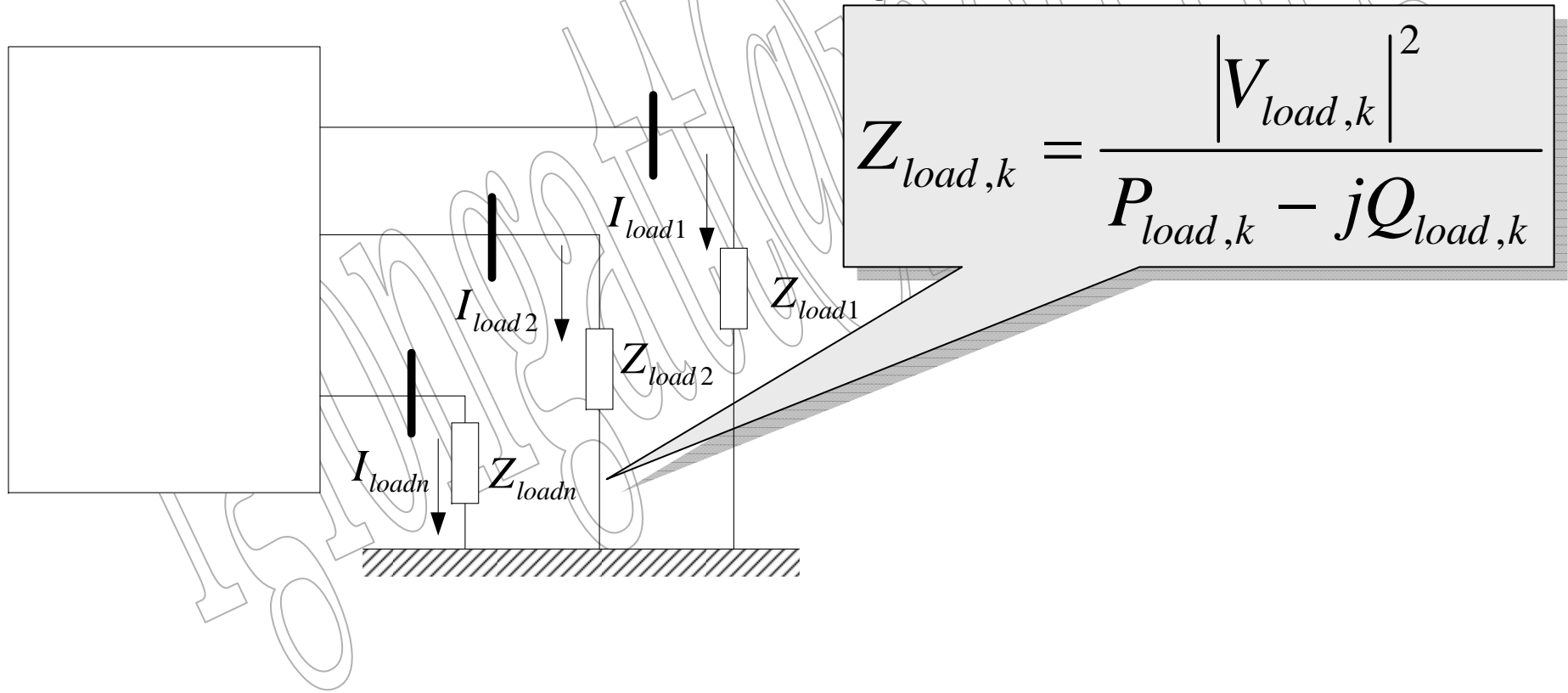
# Sistemas Multi-Maquinas

---

- Antes de emprender cualquier estudio de estabilidad; se deben *conocer las condiciones operativas iniciales del sistema*.
- Se realiza un estudio de *flujo de cargas (load flow study)*; con lo que se determina los valores de potencias ( $P_k$  y  $Q_k$ ) y el voltaje (magnitud y ángulo) en cada barra del sistema.
- El flujo de carga determina las condiciones de operación en régimen permanente y estable *antes que se produzca una perturbación en el sistema*.

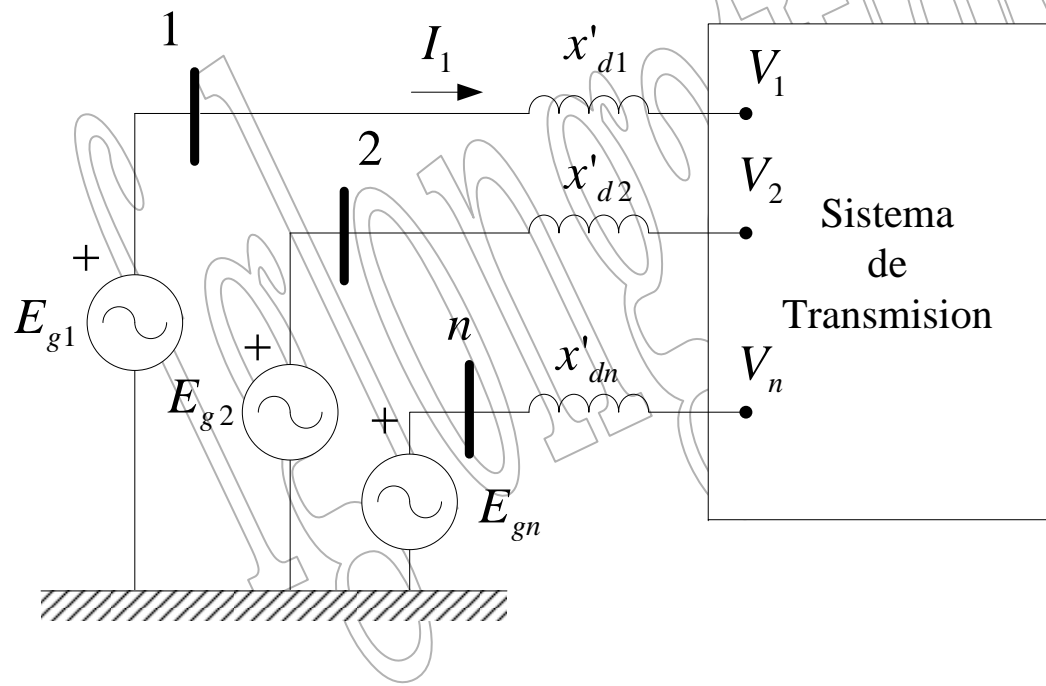
# Sistemas Multi-Maquinas

- Las cargas estáticas son simuladas por impedancias pasivas, las cuales se conectan entre sí y con referencia en las barras de cargas.



# Sistemas Multi-Maquinas

- El análisis de flujo de carga permite determinar en magnitud y ángulo, el valor de las tensiones internas de las máquinas antes que se produzca la perturbación:  $E_{g1}, E_{g2}, \dots, E_{gn}$ .



$$I_k = \frac{P_k - jQ_k}{V_k^*}$$

$$E_{g,k} = V_k - jx'_{d,k} I_k$$

# Sistemas Multi-Maquinas

---

- En el *problema clásico de estabilidad*, se asume que las tensiones internas inducidas de las máquinas permanecen constantes durante todo el transitorio de la máquina.
- Bueno bajo estos supuestos es muy sencillo construir la matriz admitancia de barra del sistema en estudio.

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & \cdots & Y_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & Y_{N3} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{g1} \\ E_{g2} \\ \vdots \\ E_{gn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_{\text{bus}} \mathbf{V}_{\text{bus}} = \mathbf{I}_{\text{bus}}$$

# Sistemas Multi-Maquinas

---

- Si se considera la corriente que entra a la barra de generación  $i$ , se tiene:

$$I_i = Y_{i1}E_{g1} + Y_{i2}E_{g2} + Y_{i3}E_{g3} + \dots + Y_{in}E_{gn}$$

$$I_i = \sum_{k=1}^n Y_{ik} E_{g,k}$$

- Se conoce que la potencia aparente que inyecta el generador  $i$ , viene dado por:

$$S_i = P_i + jQ_i = E_{g,i} I_i^*$$

# Sistemas Multi-Maquinas

---

$$S_i = P_i + jQ_i = E_{g,i} I_i^*$$

- Sustituyendo resulta:

$$S_i = E_{g,i} \left( \sum_{k=1}^n Y_{ik} E_{g,k} \right)^* = E_i \sum_{k=1}^n Y_{ik}^* E_{g,k}^*$$

- de tal modo que la potencia activa entregada por la máquina  $i$  viene dada por:

$$P_i = \operatorname{Re}\{P_i\}$$

$$P_i = \operatorname{Re} \left\{ E_{g,i} \sum_{k=1}^n Y_{ik}^* E_{g,k}^* \right\}$$

# Sistemas Multi-Maquinas

---

- Si se considera que la admitancia y la tensión interna de cada máquina se escribe en forma polar.

$$Y_{ik} = |Y_{ik}| \angle \theta_{ik}$$

$$E_k = |E_k| \angle \delta_k$$

- Resulta:

$$P_i = \operatorname{Re} \left\{ E_{g,i} \sum_{k=1}^n Y_{ik}^* E_{g,k}^* \right\}$$

$$P_i = \operatorname{Re} \left\{ |E_{g,i}| \angle \delta_i \sum_{k=1}^n |Y_{ik}| \angle \theta_{ik} |E_{g,k}| \angle \delta_k \right\}$$

$$P_i = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{k=1}^n |E_{g,i}| |Y_{ik}| |E_k| \angle (\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \right\}$$

# Sistemas Multi-Maquinas

---

- La potencia que entrega la máquina  $i$  queda dado por:

$$P_i = \sum_{k=1}^n |Y_{ik}| |E_{g,k}| |E_{g,i}| \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik})$$

- La ecuación de oscilación de la máquina “i” resulta ser:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{H_i}{\pi f} \frac{d\omega_i}{dt} = P_{mec,i} - \sum_{k=1}^n |Y_{ik}| |E_{g,k}| |E_{g,i}| \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \\ \frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i - 2\pi f \end{array} \right.$$



# Sistemas Multi-Maquinas

---

- De tal modo el sistema de EDO lineales de primer orden puede ser fácilmente resuelto aplicando los método numéricos.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{H_i}{\pi f} \frac{d\omega_i}{dt} = P_{mec,i} - \sum_{k=1}^n |Y_{ik}| |E_{g,k}| |E_{g,i}| \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \\ \frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i - 2\pi f \end{array} \right.$$

# Sistemas Multi-Maquinas

---

- Se obtendrán en forma numérica:  $\delta_1(t)$ ,  $\delta_2(t)$ ,  $\delta_3(t)$ , ...,  $\delta_n(t)$ .
- La grafica de los ángulos de potencia  $\delta_j(t)$ , respecto al tiempo, es lo que permitirá concluir respecto a la estabilidad del sistema.