

# GENERALIDADES DE LA MODULACIÓN DE ANCHO DE PULSO

Francisco M. Gonzalez-Longatt  
[flongatt@elecristic.ing.ucv.ve](mailto:flongatt@elecristic.ing.ucv.ve)  
Universidad Central de Venezuela

## 1. INTRODUCCIÓN

Los convertidores DC-AC son conocidos por inversores. Ellos pueden tener salida variable en voltaje y frecuencia. La forma de onda ideal de salida debería ser senoidal. Sin embargo en la práctica son no sinusoidales y poseen ciertos armónicos. Con la disponibilidad de dispositivos semiconductores de potencia con alta velocidad, los contenidos de armónicos del voltaje de salida pueden ser minimizado significativamente por la técnica de suicheo. En el presente documento se presenta en forma general una revisión cualitativa de las diferentes técnicas de modulación de ancho de pulso para el control de inversor.

## 2. TOPOLOGÍA DEL INVERSOR

La topología del inversor queda definida por el modo de conexión de los dispositivos de conmutación que conforman el puente. Cada rama (*arm* o *leg*) del puente consta de dos dispositivos de conmutación. Una o dos ramas – puente H- (dos o cuatro dispositivos de conmutación) sean empleados para puentes monofásicos y bifásicos. Tres ramas pueden ser conectadas para conformar un convertidor trifásico en configuración de puente de Graetz (seis dispositivos de conmutación) siendo este el de mayor uso, aunque pueden emplearse mayor número de ramas para aumentar la capacidad de conducción.

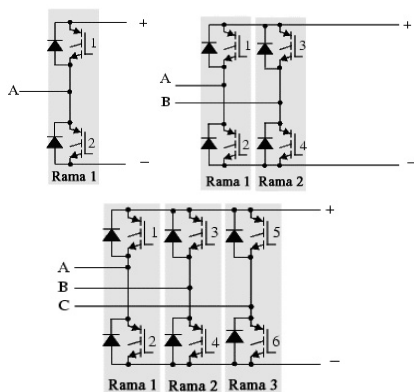


Figura 1. Topología de Inversores de una, dos y tres ramas

La configuración más simple es el inversor monofásico, de medio puente, el cual requiere una fuente DC de tres conductores, sin embargo los inversores trifásicos se utilizan normalmente en aplicaciones de alta potencia. Tres inversores monofásicos de medio puente (o puente completo) pueden conectarse para formar un inversor trifásico, siempre que sus señales de puerta estén defasadas  $120^\circ$ . Las configuraciones de seis dispositivos de suicheo, son los más empleados, pudiéndose aplicar señales de control: conducción a  $180^\circ$  o conducción a  $120^\circ$ , es decir, permitiendo la conducción por dos o tres dispositivos de suicheo respectivamente.

## 3. CONTROL DEL VOLTAJE DE SALIDA

Algunas aplicaciones de inversores requieren de medios de control sobre el voltaje de salida. En la mayoría de esas aplicaciones el control es usualmente requerido a fin de proveer un ajuste continuo (*stepless*) del voltaje de salida. Los métodos de control pueden ser agrupados en tres grandes categorías:

- Control de voltaje suministrado al inversor.
- Control del voltaje entregado por el inversor.
- Control del voltaje dentro del inversor.

Hay un número de bien conocidos métodos de controlar el voltaje DC suministrado al inversor o del voltaje AC entregado por el inversor. Estos incluyen el uso de Chopper DC, amplificadores magnéticos, reguladores de inducción, rectificadores de fase controlado y transistores series o reguladores shunt. La principal desventaja de estos métodos es que la potencia entregada por el inversor es manejada dos veces, una vez por el control de voltaje DC o AC y otra por el inversor. Esto generalmente involucra más equipos que los que serían necesarios si el control de voltaje es hecho dentro del inversor. El control de la salida del inversor puede ser logrado por la incorporación de controles de relación de tiempo dentro del circuito del inversor.

## 4. CONTROL DE VOLTAJE POR ANCHO DE PULSO DE PULSO

Un método de controlar el voltaje dentro del inversor involucra el uso de las técnicas de modulación de ancho de pulso (PWM). Con esta

técnica el voltaje de salida del inversor es controlado por la variación de la duración de los pulsos de voltaje de salida. Las técnicas PWM están clasificadas en:

- PWM Senoidal (SPWM)
- Eliminación Selectiva de armónicos (Selected Harmonic Elimination SHE-PWM)
- PWM de mínimo ripple de corriente.
- PWM con control de corriente por banda de histéresis.
- Modulación Sigma.
- PWM de vector de espacio (PVM).

## 5. MODULACIÓN SENOIDAL DE ANCHO DE PULSO (SPWM)

La tecnología SPWM, es una tecnología madura. Esta técnica de control se basa en emplear una modulación múltiple (varios pulsos de disparo en cada medio ciclo de voltaje de salida), el ancho de cada pulso varía en proporción con la amplitud de una onda senoidal evaluada en el centro del mismo pulso.

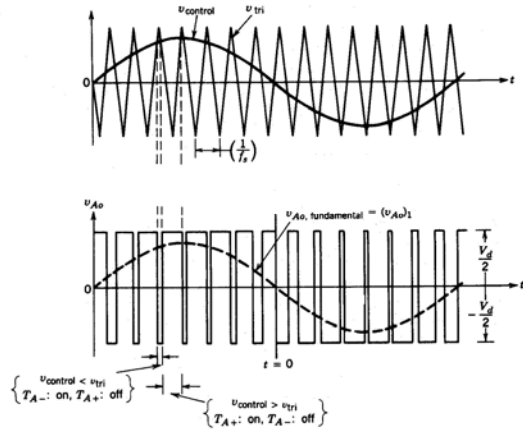


Figura 2. Esquema de Modulación de Ancho de Pulso [1]

La modulación se logra empleando una señal de control senoidal  $V_{control}$  a la frecuencia deseada  $f_1$ , que es comparada con una onda portadora triangular para generar las señales de disparo. La frecuencia de la forma de onda triangular establece la frecuencia de suicheo del inversor  $f_s$ , y esta se mantiene constante. La relación de modulación de amplitud es:

$$m_a = \frac{V_{control}}{V_{tri}} \quad \text{Donde } V_{control} \text{ es la amplitud pico}$$

de la señal de control y  $V_{tri}$ , es el pico de la onda portadora triangular. La relación de modulación

de frecuencia es:  $m_f = \frac{f_s}{f_1}$ . En el caso de un

punto completo de dos ramas, se cumple: cuando  $V_{control} > V_{trip}$ ,  $T_{A+}$  y  $T_{B-}$  se mantienen

operando y  $V_0 = V_d$ . Cuando  $V_{control} < V_{trip}$ ,  $T_{A-}$  y  $T_{B+}$  se mantienen operando y  $V_0 = -V_d$ . El voltaje de salida fluctúa entre  $+V_d$  y  $-V_d$ .

El voltaje de salida del inversor contiene armónicas, cuyo espectro armónico se muestra en la figura siguiente.

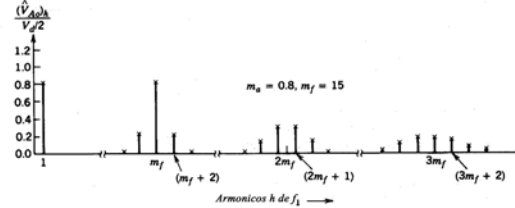


Figura 3. Contenido de Armónicas del Esquema PWM [1]

Para relación de modulación amplitud menor a uno ( $m_a < 1$ ) se opera en el rango lineal del inversor, y el voltaje pico de la componente de frecuencia fundamental de voltaje de salida preserva una relación lineal entre el índice de modulación de amplitud y el  $V_d$ . [1]

$$V_{01} = m_a V_d$$

El PWM empuja las armónicas en la onda de voltaje de salida al rango de las altas frecuencias, alrededor de la frecuencia de suicheo  $f_s$  sus múltiplos como  $m_f$ ,  $2m_f$ ,  $3m_f$  y más.  $m_f$  debe ser un número entero impar tal que la forma de onda de voltaje de salida solo contenga armónicas impares. Es más fácil eliminar filtrando las armónicas de alta frecuencia. De ahí, que es deseable usar una frecuencia de suicheo lo más alta posible, pero esto tiene la desventaja que las pérdidas de conmutación aumentan proporcionalmente. La línea que delimita entre grandes y bajos valores de  $m_f$  es seleccionada en 21. [3].

Para pequeños valores del índice de modulación de frecuencia ( $m_f < 21$ ), la forma de onda de la señal triangular y la señal de control deben ser sincronizadas. Esto es llamado PWM sincronizado, donde  $m_f$  no es un entero, sub-armónicas de la frecuencia fundamental son producidas lo cual no es deseable. Cuando  $m_f$  se hace grande, los sub-armónicos debido al PWM asincrónico son pequeños. De ahí que a grandes valores de  $m_f$ , PWM asincrónico es empleado. [3]

Para SPWM,  $m_a < 1$ , la amplitud del voltaje fundamental varía linealmente con  $m_a$ . Pero en contraposición la magnitud de la componente de frecuencia fundamental es menor. Cuando  $m_a$  es incrementado más allá de 1, la amplitud también se incrementa lo cual resulta en una sobre modulación. La forma de onda de la salida

contiene muchas mas armónicas en el lado de la banda comparado con el rango lineal [1].

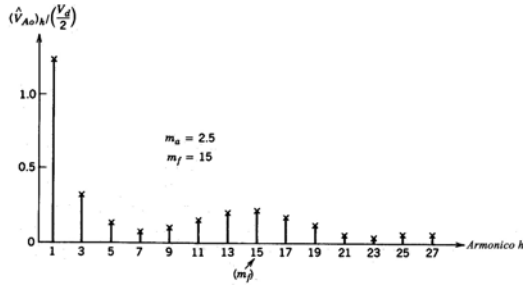


Figura 4. Contenido de Armónicas del Esquema PWM [1]

La amplitud normalizada del pico de la componente de frecuencia fundamental  $(V_{A0})_1/V_d$  como una función de la relación del indice de modulación de amplitud es mostrado en la siguiente figura.

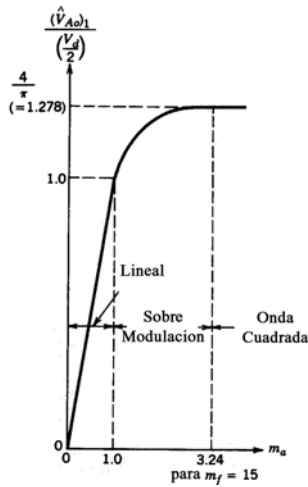


Figura 5. Zonas de Operación del esquema PWM

Los armónicos que son dominante en el rango lineal pueden no ser dominantes durante la sobre modulación. La amplitud de la componente fundamentalmente no varía linealmente con  $m_a$ . [1]. En aplicaciones de potencia, la región de sobre-modulación debe ser evitada para minimizar la distorsión en el voltaje de salida. Cuando  $m_a$  es suficientemente grande, el la forma de onda del voltaje de salida se degenera desde una PWM a una forma de onda cuadrada [3]. Y en este caso, la magnitud del voltaje fundamental puede ser tan alto como  $4V_d/\pi=1.278V_d$ . [5]

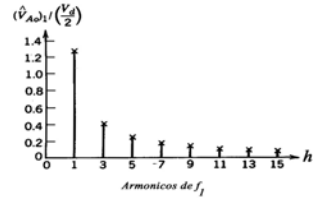
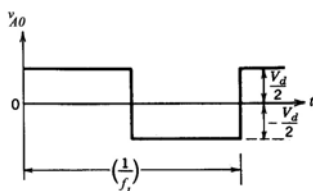


Figura 6. Contenido de Armónicas del Esquema PWM, para Operación en Onda Cuadrada [1]

## 6. RELACIONES DEL ANCHO DE PULSO

Para el caso del suicheo bipolar del inversor SPWM, es establecen las siguientes relaciones, sobre el  $k$ -ésimo pulso.

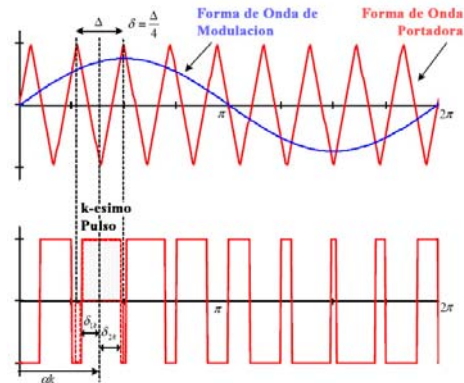


Figura 7. Relaciones de Ángulos para esquema PWM, bipolar, asimétrico

Las características del  $k$ -ésimo pulso puede ser agrupada, en función del ancho del pulso en la siguiente figura.

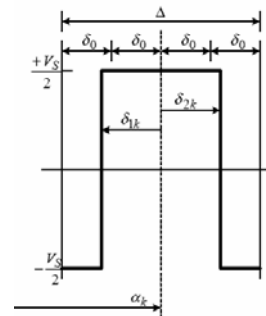
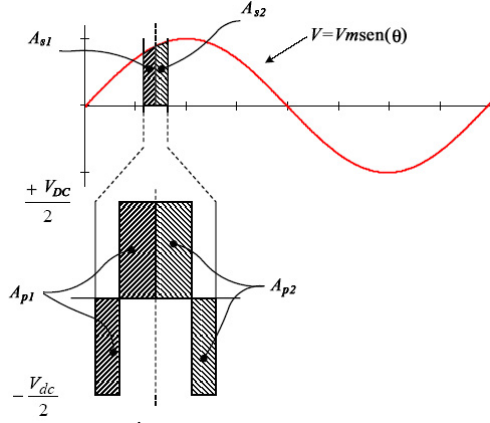


Figura 8. Ángulos para el  $k$ -ésimo pulso

La determinación de los ángulos de disparo, pueden ser calculados para el  $k$ -ésimo pulso por medio de la igualación de áreas en volt-segundos



**Figura 9. Áreas asociadas al  $k$ -ésimo pulso**

$$A_{s1} = A_{p1}$$

$$A_{s2} = A_{p2}$$

El voltaje durante cada medio ciclo del pulso PWM es dado por:

$$V_{k1} = \left(\frac{V_{d2}}{2}\right) \left(\frac{\delta_{1k} - (2\delta_0 - \delta_{1k})}{2\delta_0}\right)$$

Donde:

$$V_{k1} = \left(\frac{V_{d2}}{2}\right) \left(\frac{\delta_{1k} - \delta_0}{\delta_0}\right) = \beta_{1k} \left(\frac{V_s}{2}\right)$$

Se obtiene:

$$\beta_{1k} = \frac{\delta_{1k} - \delta_0}{\delta_0}$$

Similarmente se tiene:

$$V_{2k} = \beta_{2k} \left(\frac{V_d}{2}\right)$$

Donde el coeficiente  $\beta_{2k}$ , es dado por:

$$\beta_{2k} = \frac{\delta_{2k} - \delta_0}{\delta_0}$$

Los voltios-segundos suministrados por la onda senoide queda dado por la siguiente integral:

$$A_{s1} = \int_{\alpha_k - 2\delta_0}^{\alpha_k} V_m \text{sen}(\theta) d\theta = V_m [\cos(\alpha_k - 2\delta_0) - \cos(\alpha_k)]$$

$$A_{s1} = 2V_m \text{sen}(\delta_0) \text{sen}(\alpha_k - \delta_0)$$

Para valores pequeños de ángulo  $\delta_0$ , se puede aproximar:

$$\text{sen}(\delta_0) \rightarrow \delta_0$$

Con lo que resulta:

$$A_{s1} = 2V_m \delta_0 \text{sen}(\alpha_k - \delta_0)$$

En forma similar para el otra área:

$$A_{s2} = 2V_m \delta_0 \text{sen}(\alpha_k + \delta_0)$$

Por su parte, los voltios-segundos entregados por la forma de onda PWM, puede ser escrito por:

$$A_{p1} = \beta_{1k} \left(\frac{V_d}{2}\right) 2\delta_0$$

$$A_{p2} = \beta_{2k} \left(\frac{V_d}{2}\right) 2\delta_0$$

Para derivar la estrategia de modulación se tiene que cumplir:

$$A_{s1} = A_{p1}$$

$$A_{s2} = A_{p2}$$

De aquí, para el borde principal:

$$\beta_{1k} \left(\frac{V_d}{2}\right) 2\delta_0 = 2V_m \delta_0 \text{sen}(\alpha_k - \delta_0)$$

$$\beta_{1k} = \frac{V_m}{\left(\frac{V_d}{2}\right)} \text{sen}(\alpha_k - \delta_0)$$

La relación de los voltajes, de la onda portadora y la de modulación queda dada por el índice o profundidad de modulación:

$$m_a = \frac{V_m}{\left(\frac{V_d}{2}\right)}$$

Que se asume que esta entre 0 y 1, para una operación lineal, entonces resulta:

$$\beta_{1k} = m_a \text{sen}(\alpha_k - \delta_0)$$

Usando un método similar se puede lograr:

$$\beta_{2k} = m_a \text{sen}(\alpha_k + \delta_0)$$

Sustituyendo y resolviendo para el ancho de pulso se tiene:

$$\delta_{1k} = \delta_0 [1 + m_a \text{sen}(\alpha_k - \delta_0)]$$

y:

$$\delta_{2k} = \delta_0 [1 + m_a \text{sen}(\alpha_k + \delta_0)]$$

Entonces los ángulos de suicheo para el  $k$ -ésimo pulso es dado por:

$$\text{Borde de inicio } \alpha_k - \delta_{1k}$$

$$\text{Borde final } \alpha_k + \delta_{1k}$$

La ecuación anterior es valida para modulación asimétrica, es decir  $\delta_{1k}$  y  $\delta_{2k}$ , son diferentes.

Para modulación simétrica se simplifica,  $\delta_{1k} = \delta_{2k} = \delta_k$ , resultando:

$$\delta_k = \delta_0 [1 + m_a \text{sen}(\alpha_k)]$$

## 7. ARMÓNICOS EN LA ONDA BIPOLAR PWM

Asumiendo que la onda PWM posee simetría de mitad de onda, el contenido de armónicas de cada ( $k$ -ésima) pulso PWM puede ser calculado como:

$$b_{nk} = 2 \left( \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} f(v) \text{sen}(n\theta) d\theta \right)$$

$$b_{nk} = \frac{2}{\pi} \left( \int_{\alpha_k - \delta_0}^{\alpha_k + \delta_0} \left(-\frac{V_{DC}}{2}\right) \text{sen}(n\theta) d\theta + \int_{\alpha_k - \delta_{2k}}^{\alpha_k + \delta_{21k}} \left(\frac{V_{DC}}{2}\right) \text{sen}(n\theta) d\theta \right)$$

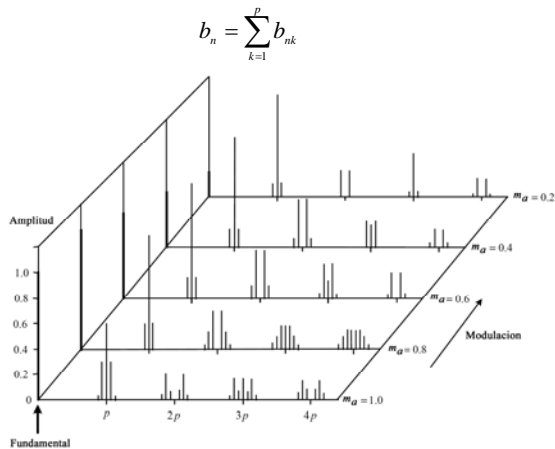
Lo cual puede ser reducido a:

$$b_{nk} = -\frac{V_{DC}}{n\pi} [\cos(n[\alpha_k - 2\delta_0]) - \cos(n[\alpha_k - \delta_{1k}])] + \cos(n[\alpha_k - \delta_{1k}])$$

Simplificando:

$$b_{nk} = -\frac{2V_{DC}}{n\pi} [\cos(n[\alpha_k - \delta_{1k}]) - \cos(n[\alpha_k - 2\delta_{1k}])] + 2\cos(n[\alpha_k - \delta_{1k}])$$

Esta ecuación no puede ser simplificada productivamente. El coeficiente de Fourier para la forma de onda de la PWM es la suma de los  $b_{nk}$  de los  $p$  pulsos sobre un periodo.



**Figura 10. Amplitud Armónicas Normalizada para la SPWM**

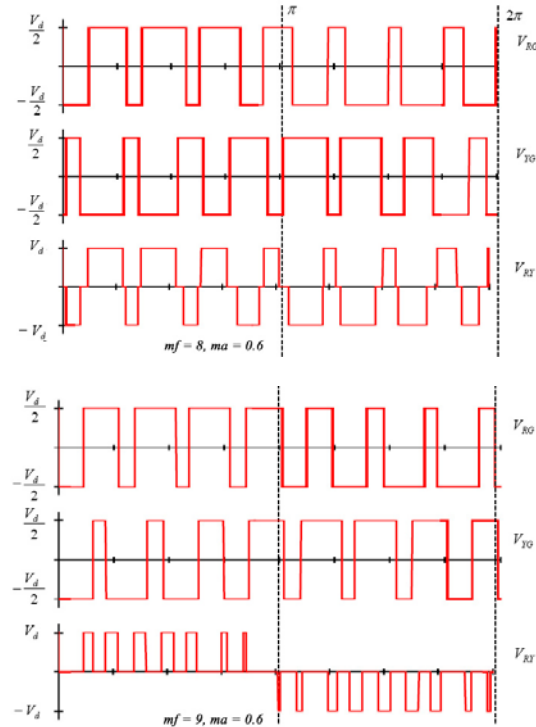
La amplitud de la fundamental decrece/incrementa linealmente en proporción a la profundidad de modulación (índice de modulación,  $m_a$ ),  $V_{01} = m_a V_d$ . Por su parte los armónicos aparecen en grupos con componentes principales a frecuencias de:  $f_h = k.m_f(f_s)$ , donde  $f_s$  es la frecuencia de la señal de modulación, una banda lateral existe alrededor de las frecuencias principales. La amplitud de los armónicos cambian con  $m_a$ , esto no incide en la ubicación en el espectro. Para  $m_f > 10$ , los armónicos pueden ser normalizados (como se muestra en la figura, para valores mas pequeños las bandas laterales de los grupos de armónicos se sobreponen, y los valores normalizados no aplican.

**Tabla 1. Coeficientes de Fourier Normalizados**

$h$	$m_a$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
1	0.2	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$m_f$		1.242	1.15	1.006	0.818	0.601
$m_f+2$		0.016	0.061	0.131	0.220	0.318
$m_f+4$						0.018
$2m_f+1$		0.190	0.326	0.370	0.314	0.181
$2m_f+3$			0.024	0.071	0.139	0.212
$2m_f+5$					0.013	0.033
$3m_f$		0.335	0.123	0.083	0.171	0.113
$3m_f+2$		0.044	0.139	0.203	0.716	0.062
$3m_f+4$			0.012	0.047	0.104	0.157
$3m_f+6$					0.016	0.044
$4m_f+1$		0.163	0.157	0.008	0.105	0.068
$4m_f+3$		0.012	0.070	0.132	0.115	0.009
$4m_f+5$				0.034	0.084	0.119
$4m_f+7$					0.017	0.050

## 8. INVERSORES TRIFÁSICOS

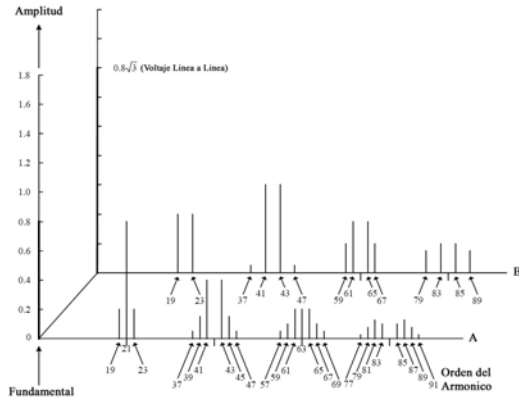
Los inversores trifásicos ofrecen una significativa ventaja, si  $m_f$ , es elegido tal que cumple que es impar y múltiplo de tres (por ejemplo 3, 9, 15, 21, 29...) se logra que la forma de onda de voltaje de salida sea mas senoidal, incluso armónicos están ausentes en el voltaje de fase (forma de onda de suicheo del polo).



**Figura 11. Forma de Onda de Voltaje en Inversor trifásico con esquema PWM**

La ausencia de armónicos numero 21 y 63 en el voltaje de línea del inversor es debido a que  $m$  es un múltiplo de tres. En general, el espectro del voltaje de línea es mas "limpio" (bajo  $THD$ , voltaje de línea mas sinusoidal). El mayor interés es el voltaje de línea, la amplitud de fase es 0.8 (normalizado) para un índice de modulación de

0.8. La amplitud del voltaje de línea es la raíz cuadrada de tres veces el voltaje de fase, debido a las relaciones trifásicas.



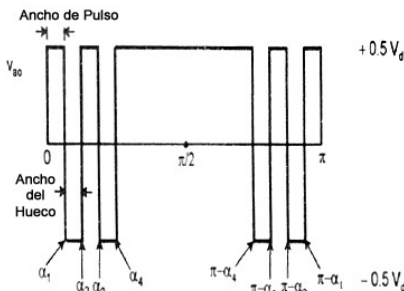
**Figura 12. Espectro Armónico de Voltaje de salida de Inversor con PWM**

Es deseable empujar  $m_f$ , al valor más alto posible. Cuando  $m_f$  es alto, los armónicos estarán a muy altas frecuencias. Aunque la mejora en el THD de voltaje no es significativo, el THD de corriente se mejora en gran proporción debido a que la carga posee normalmente algún efecto de filtrado de corriente.

Si un filtro pasa-bajo es colocado a la salida del inversor, mejora el THD de voltaje, es deseable obtener las armónicas a la frecuencia lo mas alta posible, para hacer los elementos del filtro lo mas pequeño posible.

### 9. ELIMINACIÓN SELECTIVA DE ARMÓNICOS

Los armónicos indeseables de orden inferior de una onda cuadrada pueden ser eliminados el voltaje fundamental controlado también por el método SHE PWM (*Selected Harmonic Elimination PWM*). En este método, los huecos (notches) son creados en la onda cuadrada a unos ángulos predeterminados, como se muestra en la figura.



**Figura 13. Esquema de eliminación selectiva de armónicos**

En el ciclo positivo es mostrado con una simetría e cuarto de onda. Cuatro ángulos de huecos,  $\alpha_1$ ,

$\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $\alpha_4$ , pueden ser controlados para eliminar las tres componentes armónicas significantes y controlar el voltaje de salida. La serie de Fourier general de la onda dada es:

$$V(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

De la forma de onda con un cuarto de simétrica, solo armónicas impares con componentes senos estarán presentes. De aquí que:

$$V(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega t)$$

Donde:

$$b_n = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} V(t) \sin(n\omega t) d\omega t$$

Assumiendo que la onda posee una amplitud unitaria, que es  $V(t) = 1$ ,  $b_n$  puede ser escrita como:

$$b_n = \left[ \int_0^{\alpha_1} (+1) \sin(n\omega t) d\omega t + \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (+1) \sin(n\omega t) d\omega t + \int_{\alpha_2}^{\pi/2} (+1) \sin(n\omega t) d\omega t + \dots + \int_{\alpha_k}^{\pi/2} (+1) \sin(n\omega t) d\omega t \right]$$

$$b_n = \frac{4}{n\pi} \left[ 1 + 2(-\cos n\alpha_1 + \cos n\alpha_2 - \dots + \cos n\alpha_k) \right]$$

$$b_n = \frac{4}{\pi} \left[ 1 + 2 \sum_{k=1}^K (-1)^k \cos n\alpha_k \right]$$

La ecuación contiene  $K$  numero de variables como  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ , ...,  $\alpha_k$ , Con  $K$  numero de ángulos, el voltaje fundamental puede ser controlado y  $(K-1)$  armónicos pueden ser eliminados. El método SHE puede ser convenientemente implementado con una micro computadora usando una tabla de localización de los ángulos de huecos.

### 10. MÉTODO DE MÍNIMO RIPLE DE CORRIENTE PWM

Una desventaja del método SHE PWM es que la eliminación de los armónicos de bajo nivel amplifica los niveles de los armónicos próximos más altos. Debido a que la perdida de armónicos en una maquina es dictado por el ripple RMS de corriente, este es el parámetro que debe ser minimizado en vez de enfatizarse en la dimensión de armónicos individuales. El ripple de corriente RMS es dado por:

$$I_{ripple} = \sqrt{I_5^2 + I_7^2 + I_{11}^2 + \dots}$$

$$I_{ripple} = \sqrt{\frac{\hat{I}_5^2}{2} + \frac{\hat{I}_7^2}{2} + \frac{\hat{I}_{11}^2}{2} + \dots}$$

$$I_{\text{ripple}} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{n=5,7,11,\dots}^{\infty} \left[ \frac{\hat{V}_n}{n\omega L} \right]^2}$$

donde:

$I_5, I_7, I_{11}$ , son las corrientes RMS armónicas.

$L$  es la inductancia efectiva de la máquina por fase.

$\hat{I}_5, \hat{I}_7$  es el valor pico de la corriente armónica.

$\hat{V}_n$  es el valor pico del armónico n-ésimo.

$\omega$  es la frecuencia fundamental.

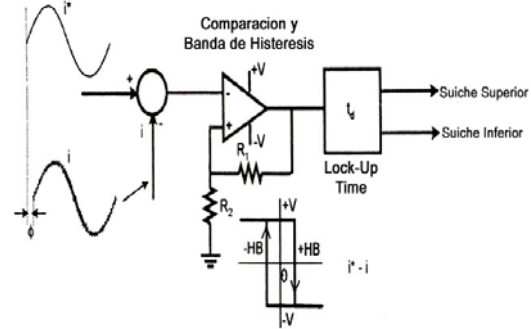
$\hat{V}_n$  depende del ángulo del hueco  $\alpha$ . Entonces, el ripple de corriente puede ser obtenido como una función de los ángulos  $\alpha$ . Los ángulos  $\alpha$  pueden ser iterados en un programa de computadora de modo de minimizar  $I_{\text{ripple}}$  para una cierta magnitud fundamental deseada.

### 11. CONTROL POR BANDA DE HISTÉRESIS DE CORRIENTE PWM

Los dispositivos de alto rendimiento invariablemente requieren control de corriente debido, a su influencia en el flujo y torque desarrollado directamente. La banda de histéresis PWM es básicamente un método de control de realimentación instantánea de corriente, donde la corriente real es continuamente sigue la corriente comando dentro de la banda de histéresis. La siguiente figura explica el principio de histéresis PWM para una inversor de medio puente. El circuito de control genera una onda de corriente seno de referencia de la magnitud y frecuencia deseada. Esta es comparada con la onda de corriente de fase real. Cuando la corriente excede la banda de histéresis prescrita, el suiche de arriba en el medio puente es apagado y el de abajo encendido. El voltaje de salida cambia desde  $+0.5V_d$  a  $-0.5V_d$  y la corriente comienza a decaer. Como la corriente se cruza el límite inferior de la banda, el interruptor inferior es apagado y el interruptor superior es conectado. [3]

Un tiempo de cerrar la puerta es proporcionado en cada transición para prevenir el cortocircuito. La corriente real es forzada a rastrear el seno dentro de la banda de histéresis por una conmutación hacia adelante y hacia atrás (*band-bang*) de los interruptores superior e inferior del puente. El inversor entonces esencialmente se convierte en una fuente de corriente con un ripple de corriente pico a pico, el cual es controlado dentro de la banda de histéresis

independientemente de las fluctuaciones de  $V_d$ . [3]



**Figura 14. Esquema de Banda de Histéresis**

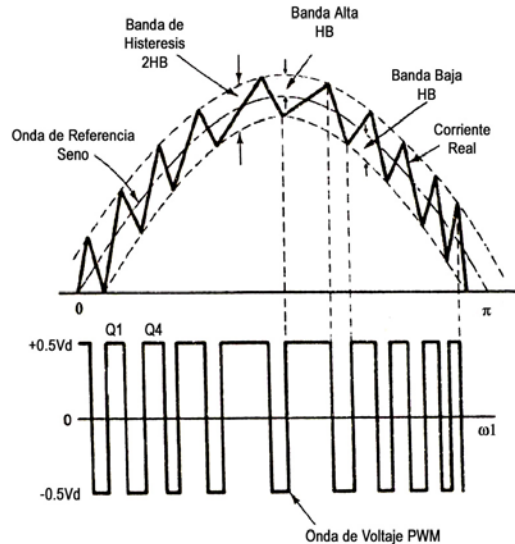
Cuando el interruptor de más arriba esta cerrado, la pendiente positiva de la corriente viene dada por:

$$\frac{di}{dt} = \frac{0.5V_d - V_{cn} \text{sen}(\omega_e t)}{L}$$

Donde  $0.5V_d$  es al voltaje aplicado,  $V_{cn} \text{sen}(\omega_e t)$  es el valor instantáneo de la fuerza contra electromotriz de la carga y  $L$  es la inductancia efectiva de la carga. Cuando el interruptor más bajo esta cerrado, la pendiente negativa de la corriente viene dado por:

$$\frac{di}{dt} = \frac{-0.5V_d - V_{cn} \text{sen}(\omega_e t)}{L}$$

El ripple de corriente pico a pico y la frecuencia de suicheo están relacionado con el ancho de la banda de histéresis.



**Figura 15. Esquema de control de banda de Histéresis**

Por ejemplo, para una pequeña banda, incrementara la frecuencia de suicheo y disminuirá el ripple. Una óptima banda que mantiene un balance entre el ripple armónico y las

perdidas de suicheo es deseable. El ancho de banda HB es dado por:

$$HB = V \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Donde V es el voltaje de suministro del comparador. Las condiciones para los dispositivos de suicheo son:

Encendido de suiche superior en:  $(i^* - i) > HB$

Encendido de suiche inferior en:  $(i^* - i) < -HB$

Para un inversor trifásico, un circuito de control similar es usado en todas las fases.

## 12. MODULACIÓN SIGMA-DELTA

El principio de modulación delta sigma es dado en la figura 16. El modulador recibe el voltaje afectado de fase  $V_{a0}^*$  a la magnitud variable y frecuencia es comparada con los pulsos de voltaje de fase discreto real. El error resultante (operación delta) es integrada (operación sigma) para general la integral del función error  $e$  dado por:

$$e = \int V_{a0}^* dt - \int V_{a0} dt$$

La polaridad de la función error es detectada por un compensador bipolar. La polaridad positiva de  $e$  selecciona un pulso de voltaje positivo afectada mientras la polaridad selecciona un pulso negativo [3].

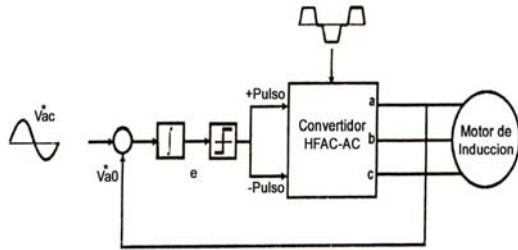


Figura 16. Esquema de modulación sigma-delta

## 13. MODULACIÓN DE VECTOR DE ESPACIO (SVM)

El SVM esta basado en la representación del vector de espacio de los voltaje en el plano  $\alpha$  y  $\beta$ . Estos son capaces de producir la más alta. Esto son capaces de entregar el más alto disponible voltaje de salida fundamental con una baja distorsión armónica de la corriente de salida y también adecuados para la implementación digital. Debido a sus características de rendimiento superior, este ha encontrado paliación en años recientes. La teoría SVM esta basado en el concepto de un vector espacial giratorio. Si un voltaje trifásico senoidal y balanceado son aplicadas a un motor de inducción trifásico, se puede mostrar que el

vector de espacio  $\bar{V}$  con magnitud  $V_m$  gira en una orbita circular a velocidad angular  $\omega$ . La dirección de rotación depende de la secuencia de los voltajes. La composición de la fabricación PWM en la salida del inversor debe ser tal que el voltaje promedio siga al voltaje trifásico senoidal de comando con un mínimo valor de distorsión armónico. Un puente trifásico mostrado en la figura 17 posee  $2^3 = 8$  estados de suicheo permisibles. La siguiente tabla da un sumario de los estados de suicheo y los correspondientes voltajes de fase a neutro.

Tabla 2. Estados de Suicheo SPWM

Estado	Dispositivos Encendidos	$V_{an}$	$V_{bn}$	$V_{cn}$	Vector de Espacio Voltaje
0	$Q_4 Q_6 Q_2$	0	0	0	$\bar{V}_0(000)$
1	$Q_1 Q_6 Q_2$	$2V_d/3$	$-V_d/3$	$-V_d/3$	$\bar{V}_1(100)$
2	$Q_1 Q_3 Q_2$	$V_d/3$	$V_d/3$	$-2V_d/3$	$\bar{V}_2(110)$
3	$Q_4 Q_3 Q_2$	.	.	.	$\bar{V}_3(010)$
4	$Q_4 Q_3 Q_5$	.	.	.	$\bar{V}_4(011)$
5	$Q_4 Q_6 Q_5$	.	.	.	$\bar{V}_5(001)$
6	$Q_1 Q_6 Q_5$	.	.	.	$\bar{V}_6(101)$
7	$Q_1 Q_3 Q_5$	0	0	0	$\bar{V}_7(111)$

El inversor posee 6 estados activos (1-6) cuando el voltaje es colocado a la carga y dos estados ceros (0 y 7) cuando los terminales de carga son acortados a través de los dispositivos inferiores y superiores respectivamente. El vector  $\bar{V}_1(100)$  indica que el vector de espacio para el estado de suicheo 1 posee una magnitud de  $2/3V_d$  y esta alineado en la dirección horizontal. En la misma forma, todos los seis vectores activos y los dos vectores ceros con derivados y dibujados. Los vectores activos están separado un ángulo  $\pi/3$  y describen un hexágono como se muestra en la figura. Los dos vectores cero  $\bar{V}_0(000)$  y  $\bar{V}_7(111)$  están en el origen. Para operación trifásica de onda cuadrada del inversor, la secuencia de vector es  $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6$  cada uno separados un ángulo  $\pi/3$  y sin vector nulo.



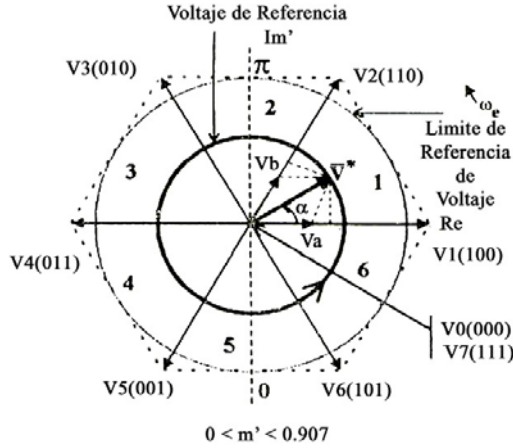


Figura 17. Esquema de SVM

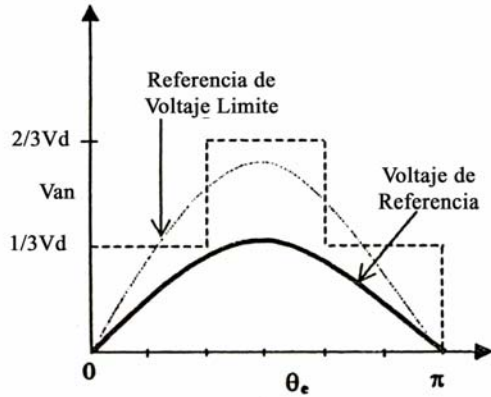


Figura 18. Modulación de vector de espacio y voltaje de referencia

Los vectores de espacio son controlados para generar ondas de voltaje armónicamente óptima PWM a la salida.

### Región Lineal o Sub-modulación

En la región sub-modulación, las características de transferencia del inversor son lineales. Los comandos de voltaje son siempre senoidales y ellos constituyen un vector de espacio giratorio  $V^*$  como se muestra en la figura 19, entonces es conveniente generar la salida PWM es usar los vectores adyacentes  $V_1$  y  $V_2$  del sector I en la bases de una parte de tiempo para satisfacer el promedio de la demanda de salida.

$$V^* \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = V_a \sin\frac{\pi}{3}$$

$$V^* \sin\alpha = V_b \sin\frac{\pi}{3}$$

$$V_a = \frac{2}{\sqrt{3}} V^* \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$$

$$V_b = \frac{2}{\sqrt{3}} V^* \sin\alpha$$

Donde  $V_a$  y  $V_b$  son las componentes de  $V^*$  alineada en las direcciones de  $V_1$  y  $V_2$  respectivamente.

Considere el periodo de tiempo  $T_c$  durante el cual el promedio de la salida debe alcanzar el comando:

$$V^* = V_a + V_b$$

$$V^* = V_1 \frac{t_a}{T_c} + V_2 \frac{t_b}{T_c} + (V_0 \text{ o } V_7) \frac{t_0}{T_c}$$

o

$$V^* T_c = V_1 t_a + V_2 t_b + (V_0 \text{ o } V_7) t_0$$

donde:

$$t_a = \frac{V_a}{V_1} T_c$$

$$t_b = \frac{V_b}{V_2} T_c$$

$$t_0 = T_c - (t_a + t_b)$$

Los dispositivos del inversor son mantenidos en un estado de acuerdo al vector de espacio  $V_1(100)$  para una intervalo  $t_a$ , y de acuerdo a  $V_2(110)$  para un intervalo  $t_b$ . El tiempo para completar el tiempo remanente hasta  $T_c$  es hecho con vector cero o nulo. Los pulsos simétricos para dos intervalos consecutivos  $T_c$ , es mostrado en la figura siguiente.

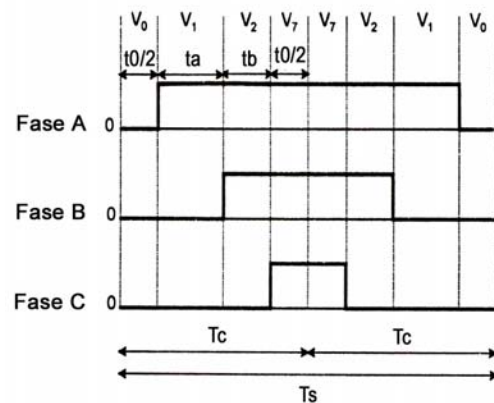


Figura 19. Pulso simétrico ideal para SVM

Aquí  $T_s = 2T_c = 1/f_s$  ( $f_s$  es la frecuencia de suicheo). El tiempo nulo ha sido convenientemente distribuido entre los vectores  $V_0$  y  $V_7$  para describir pulsos de ancho simétricos. Los pulsos simétricos en teoría dan la mínima salida de armónicos. En la región de sub-modulación, el vector  $V^*$  siempre permanece dentro de la región del hexágono. El modo termina en el límite superior cuando  $V^*$  describe el círculo inscrito en el hexágono. El factor de modulación modificado resulta:

$$m^1 = \frac{\hat{V}^*}{\hat{V}_{ISW}}$$

Donde  $\hat{V}^*$  es el valor pico de la regencia de voltaje.  $\hat{V}_{ISW}$  es el valor pico de la componente fundamental de la onda cuadrada.

$$\hat{V}_{ISW} = \frac{2V_d}{\pi}$$

El índice  $m^1$  varía entre 0 a 1 a la onda de salida cuadrada. El máximo valor posible de  $m^1$  en el extremo de la región sub-modulación es obtenido como sigue.

$$V_m^* = \frac{2}{3}V_d \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0.577V_d$$

Entonces,  $m^1$  para esta condición es:

$$m^1 = \frac{\hat{V}^*}{\hat{V}_{ISW}} = \frac{0.577V_d}{\frac{2}{3}V_d} = 0.907$$

Esto significa que 90.7% de la fundamental de una onda cuadrada es disponible en la región lineal. Comparado con el 78.55% en la PWM senoidal.

#### 14. REFERENCIAS

- [1] Mohan, Undeland, and Robbins, Power Electronics, Converters, Applications, and Design.
- [2] Hooman Dehbonei, Lawrence Borle, Chem V Nayar. Optimal Voltage Harmonic Mitigation in Single-Phase. Pulse Width Modulation. Centre for Renewable Energy and Sustainable Technologies Australia (CRESTA) School of Electrical & Computer Engineering Curtin University of Technology GPO BOX U1987, Perth, WA 6845
- [3] *Dr. Saly George*. Pulse Width Modulation Techniques. *AP,EED,N.I.T Calicut*
- [4] <http://encon.fke.utm.my/courses/notes/msc.html>. Sinusoidal PWM. Electronic Power Conversion. Department of Energy Conversion. Universidad Tecnológica de Malasia. Salam, Zainal, 2002.
- [5] Rashid M. Electrónica de Potencia: Circuitos, Dispositivos y Aplicaciones. Prentice Hall, 1995.